

# Тема урока

*Учитель математики  
Абакарова Раисат Алибековна*

**МКОУ «Уркарахская многопрофильная гимназия им. А. Абубакара»  
Дахадаевского района Республика Дагестан**



- **Цели и задачи урока:**
- Сформировать знания обучающихся о понятиях: арксинус и арккосинус числа.
- Научить вычислять их значения по таблице.
- Развивать мышление, память, вычислительные навыки, навыки самоконтроля и взаимоконтроля.
- Воспитывать ответственность, самостоятельность, трудолюбие.
- Совершенствовать навыки устного счета

# Блиц-опрос

...я тангенса –

косинус

функции?

зависит значение

От  
аргумента

3. Мера измерения угла?

градус,  
радиан

4. Какой функции недостает: синус, косинус, котангенс?

тангенс

5. Значение тригонометрических функций повторяется через?

период

6.  $y = \cos x$  –  
тригонометрическая...

**функция**

7. Как называется график функции  $y = \sin x$  ?

**синусоида**

8.  $(0; ?)$  – Что это?



**ордината**

9. Он не только в земле, но и в математике.

**корень**  
**ь**

10. Предложение, требующее доказательства?

**аксиом**  
**а**

11. Отношение противолежащего катета к гипотенузе - это **синус**

12.  $y = \sin x$  - нечетная функция,  
 $y = \cos x$  -  
**четная**

13. Функции синус, косинус, тангенс и котангенс изучаются в разделе математики, который называется... **тригонометрия**

# Решение задач

Устный счет:

$$19+200= 219$$

$$:(-3)= -73$$

$$-13= -86$$

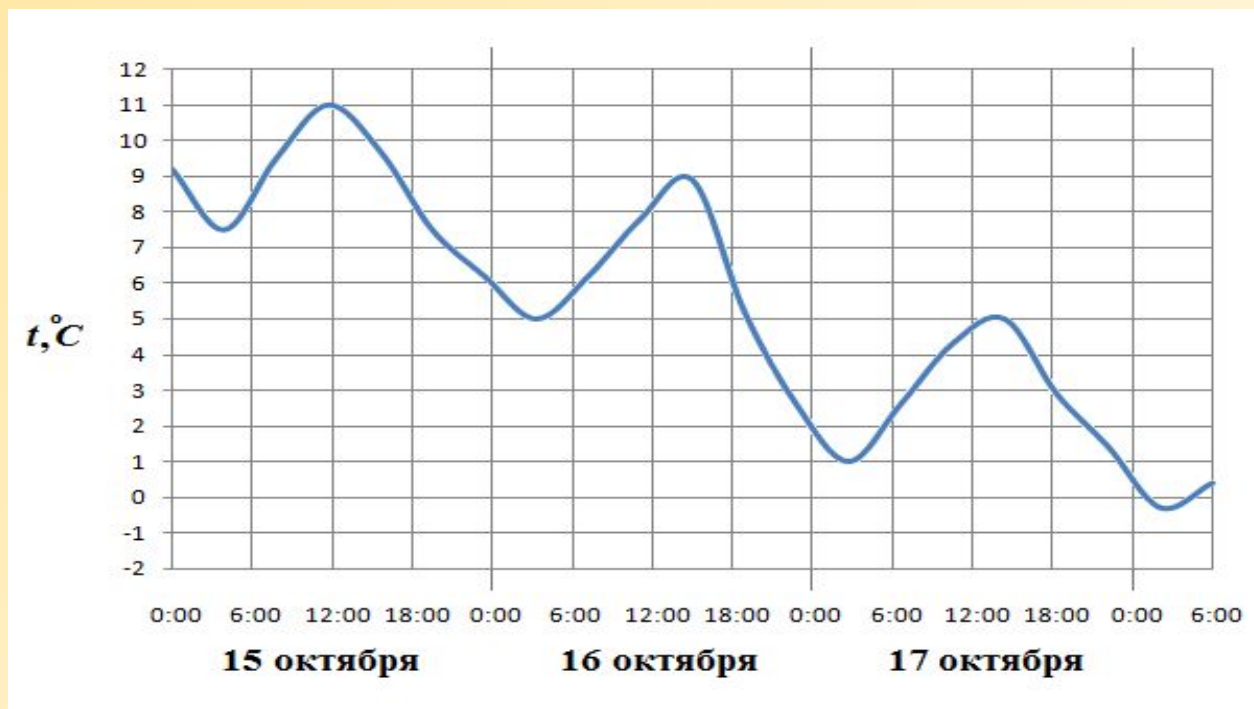
$$+6= -80$$

$$: (-0,2)= 400$$



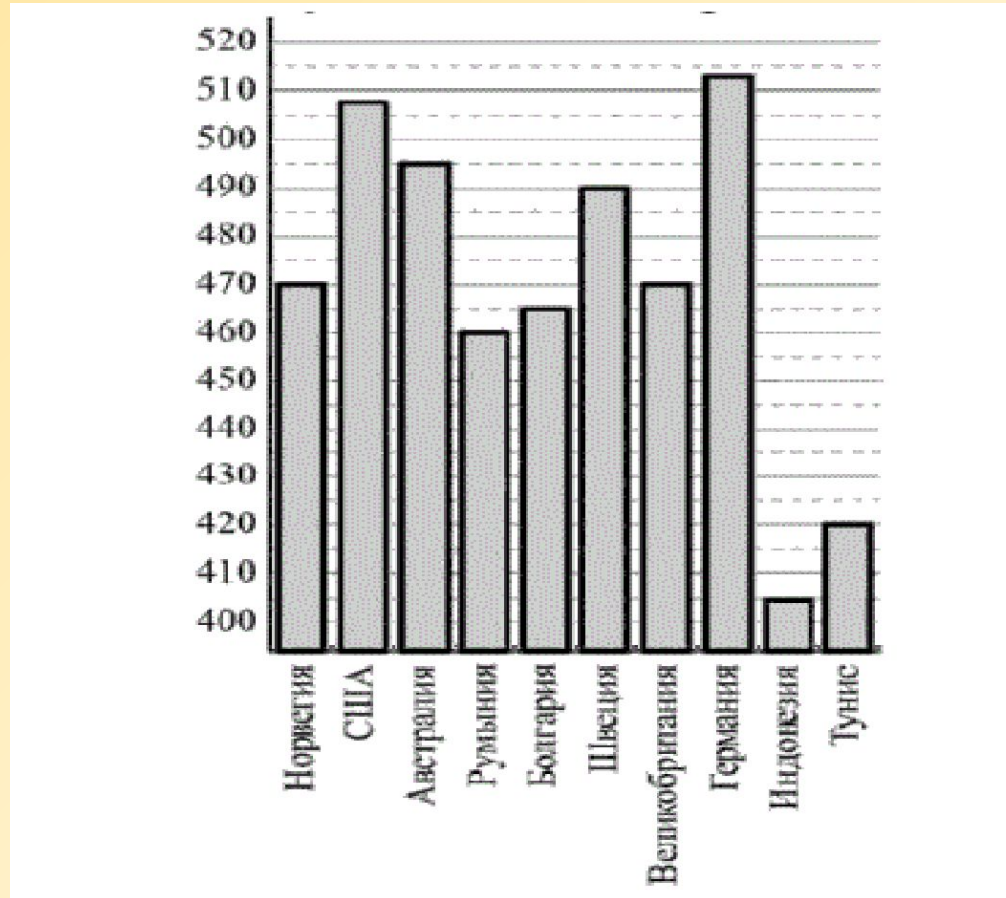
# Решение задач

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 16 октября.



# Решение задач

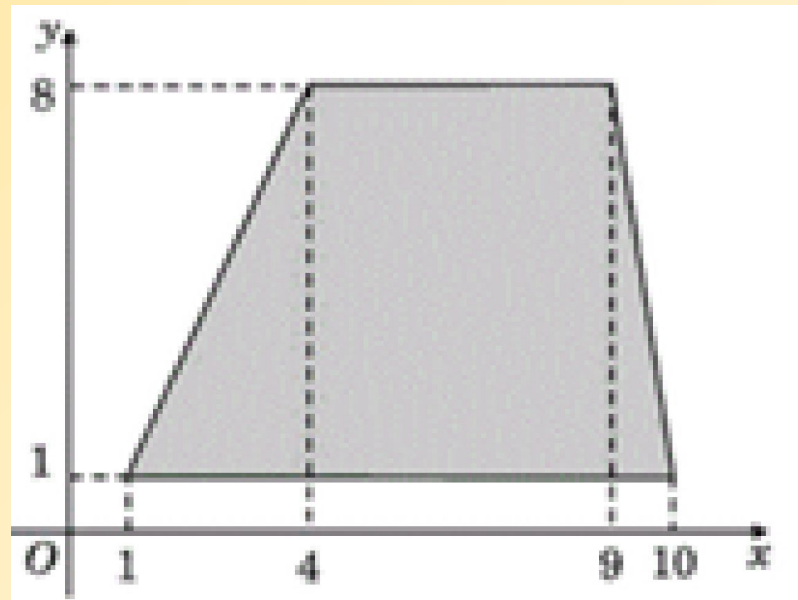
На диаграмме показан средний балл участников 10 стран в тестировании по математике. Найдите средний балл участников из Болгарии.





# Решение задач

Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1;1)$ ,  $(10;1)$ ,  $(9;8)$ ,  $(4;8)$



# Решение задач

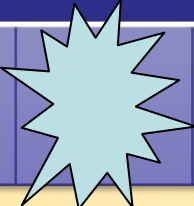
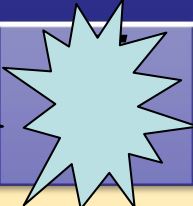
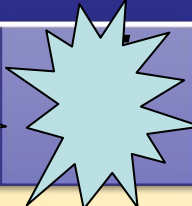
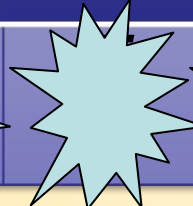
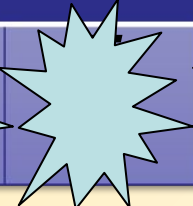
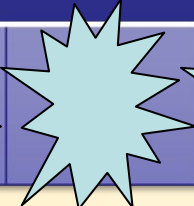
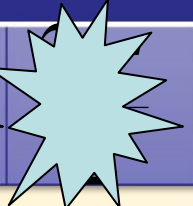
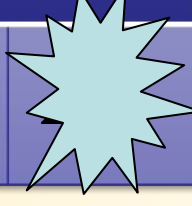
Определите знак выражения:

$$1) \overset{+}{\sin} 105^\circ \overset{+}{\cos} 37^\circ \overset{+}{\operatorname{tg}} 85^\circ \overset{-}{\operatorname{ctg}} 93^\circ < 0$$

$$2) \overset{-}{\sin} 197^\circ \overset{-}{\cos} 134^\circ \overset{+}{\operatorname{tg}} 74^\circ \overset{+}{\operatorname{ctg}} 190^\circ > 0$$



# Таблица перевода градусов в радианы

градусы	0	30	45	60	90	180	270	360
радианы								



**Тригонометрические функции** – это математические **функции**, зависящие от угла.

Определяют **тригонометрические функции** и обычно как отношения сторон прямоугольного треугольника или длины определённых отрезков в единичной окружности. К тригонометрическим функциям относятся функции:

$$y = \sin x;$$

$$y = \cos x;$$

$$y = \operatorname{tg} x;$$

$$y = \operatorname{ctg} x;$$

$$y = \operatorname{sec} x;$$

$$y = \operatorname{cosec} x.$$

**Обратные тригонометрические функции** — математические функции — математические функции, являющиеся обратными к тригонометрическим функциям.

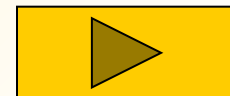
# Обратные тригонометрические функции

$y = \arcsin x$   
графи  
к

$y = \arccos x$   
графи  
к

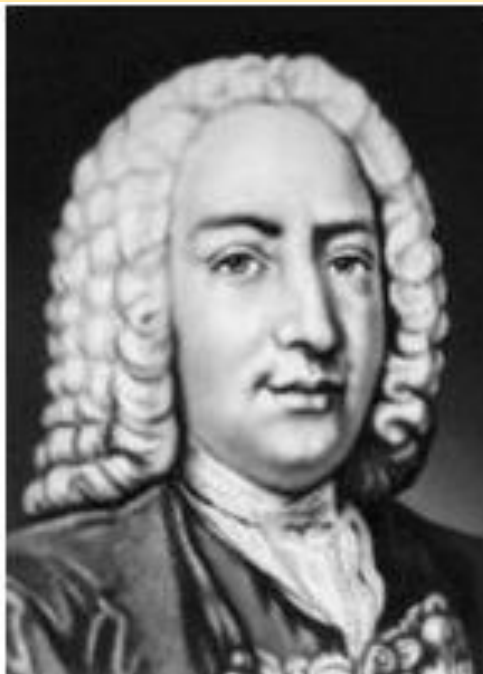
$y = \arctan x$   
графи  
к

$y = \operatorname{arccot} x$   
графи  
к

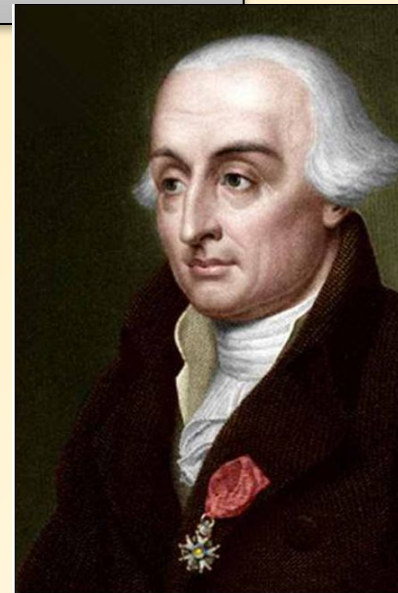


# Сведения из истории

Современные обозначения **arcsin** и **arctg** появляются в 1772г.в работах венского математика Щерфера и известного французского ученого



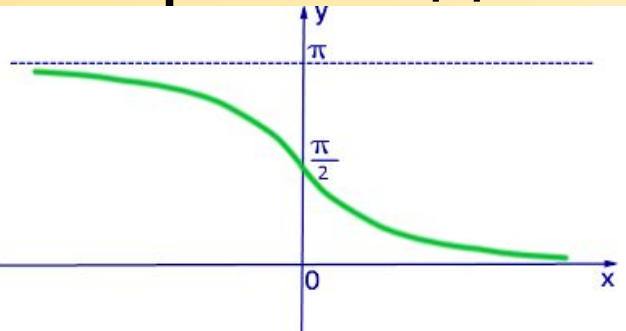
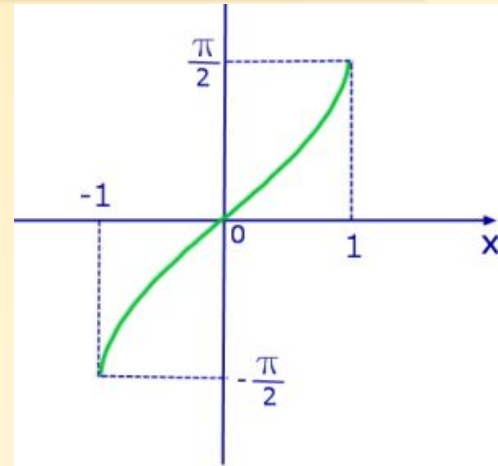
Ж.Л. Лагранжа, хотя несколько ранее уже рассматривал Д. Бернулли, который употреблял иную символику.





# Сведения из истории

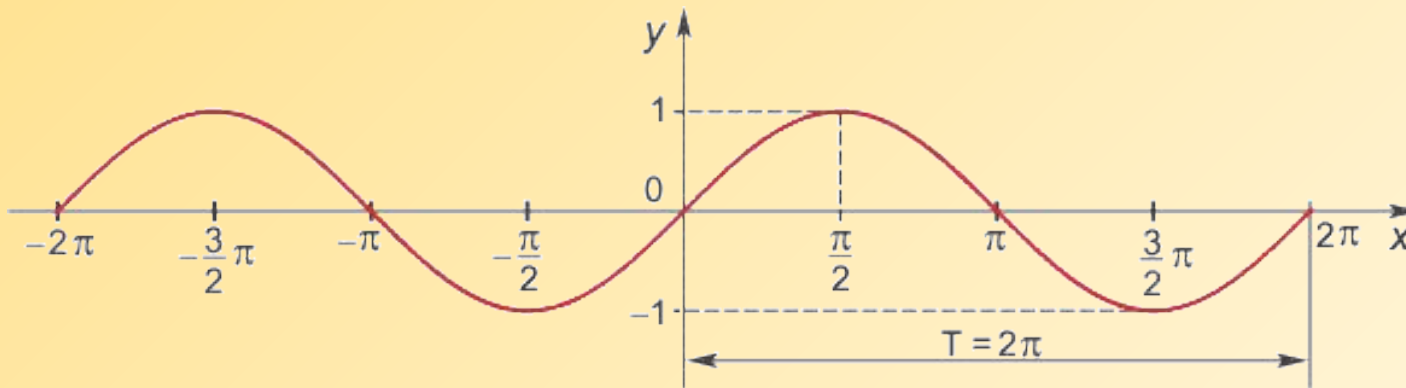
- Общепринятыми эти символы стали лишь в конце XVIII столетия. Приставка «арк» происходит от латинского



arcus (лук, дуга), что вполне согласуется со смыслом понятия; **arcsin x**,

например, — **это угол** (а можно сказать, и дуга), **синус которого равен x**.

# Функция $y = \sin x$



**Область определения функции** — множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

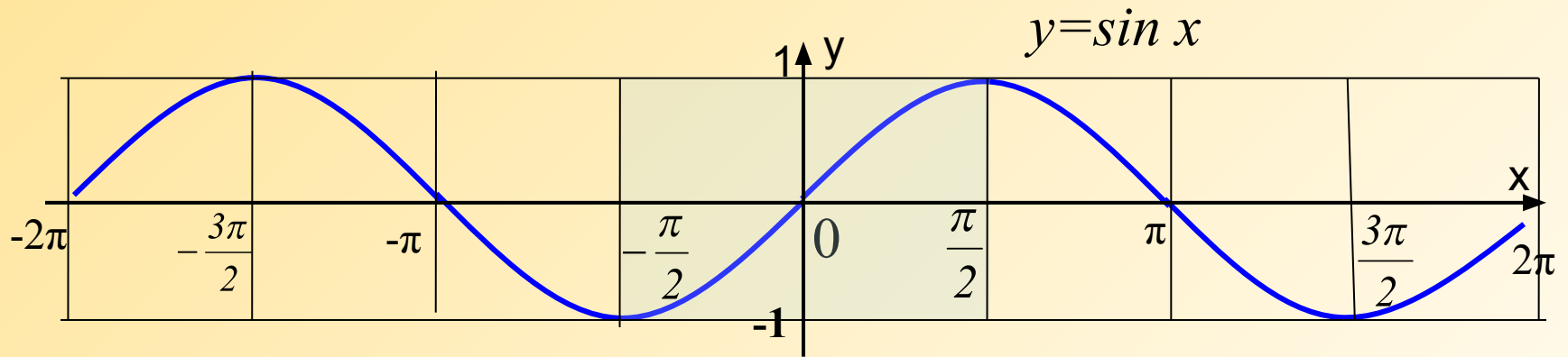
**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. синус функция — ограниченная.

**Функция нечетная:**  $\sin(-x) = -\sin x$  для всех  $x \in \mathbf{R}$ .

График функции симметричен относительно начала координат.

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

# Функция $y = \sin x$



Функция  $y = \sin x$  возрастает на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

# Арксинус

Функция  $y = \sin x$   
возрастает на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

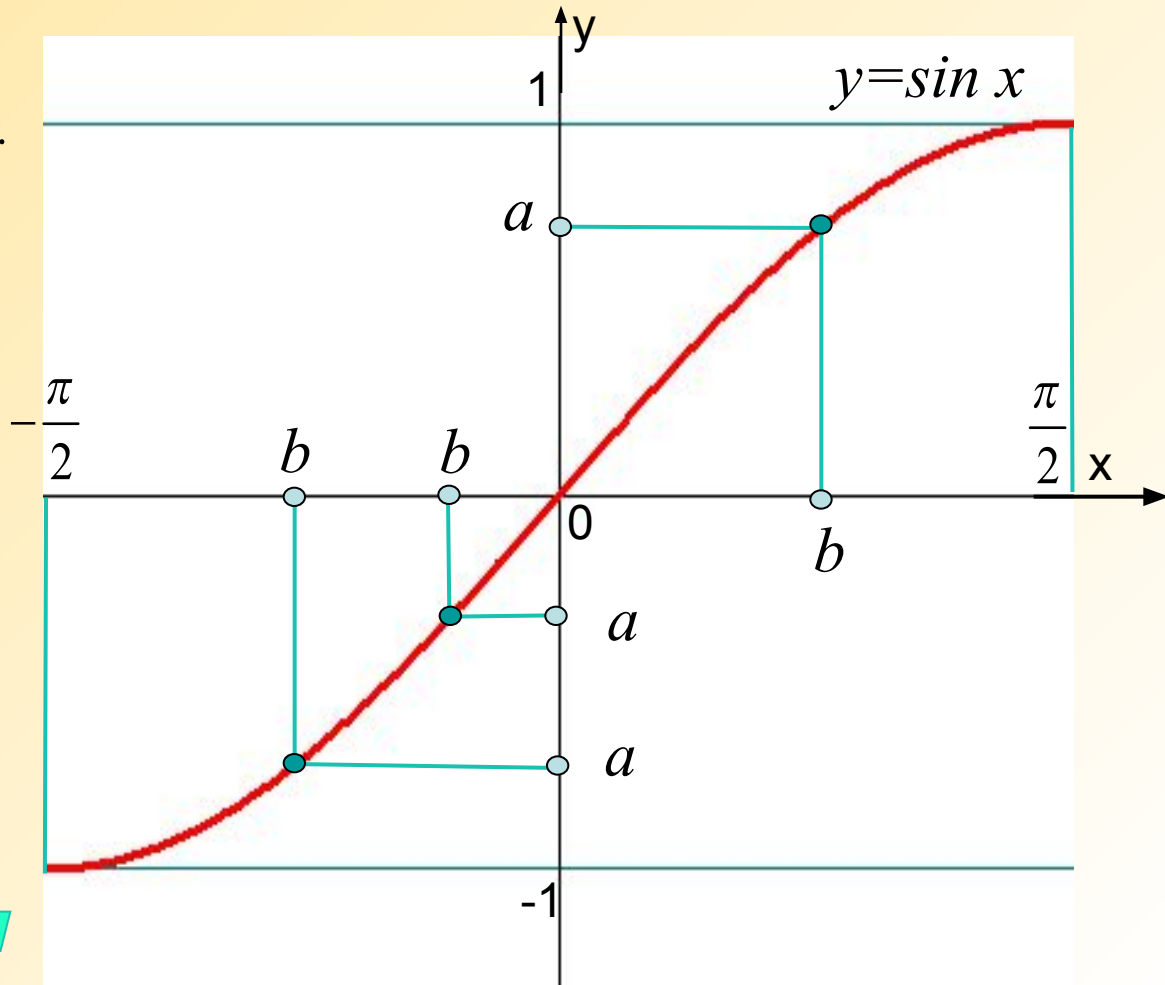
$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

Для любого  $-1 \leq a \leq 1$   
в промежутке  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$

существует  
единственный  
корень  $b$  уравнения

$$b = \arcsin a$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin a \leq \frac{\pi}{2}$$



# Арксинус

Обозначение. Арксинус  $a$  обозначается **arcsina**.

- Арксинусом числа  $a$  называется такое число из отрезка  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ , синус которого равен  $a$ .  
Очевидно,  $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \in [-1; 1]$ .

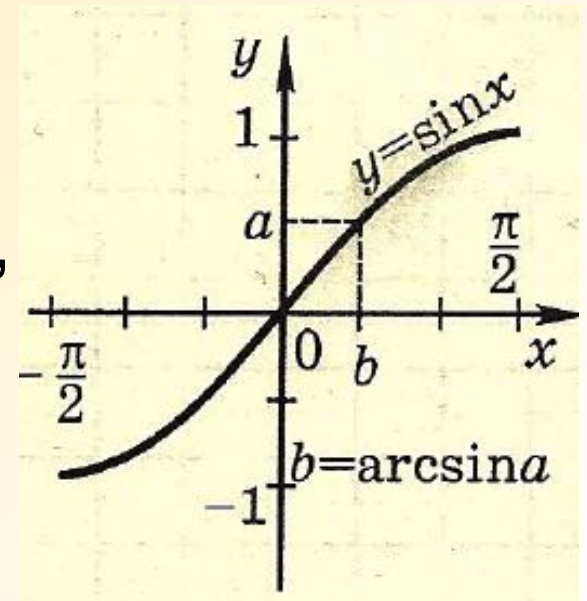
Т.к

$$b = \arcsin a,$$

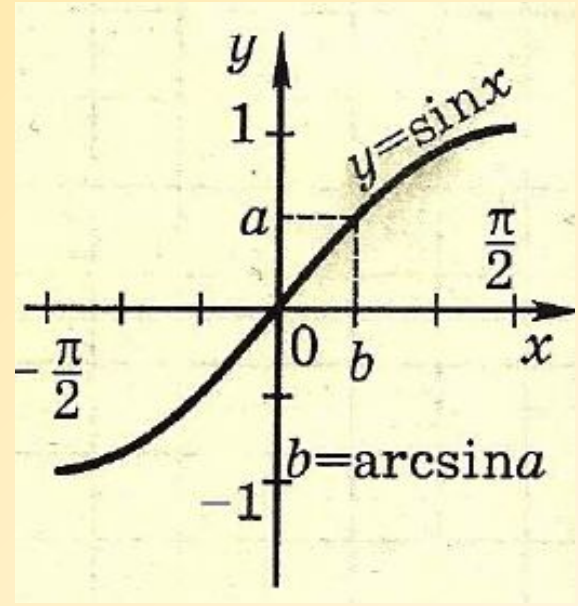
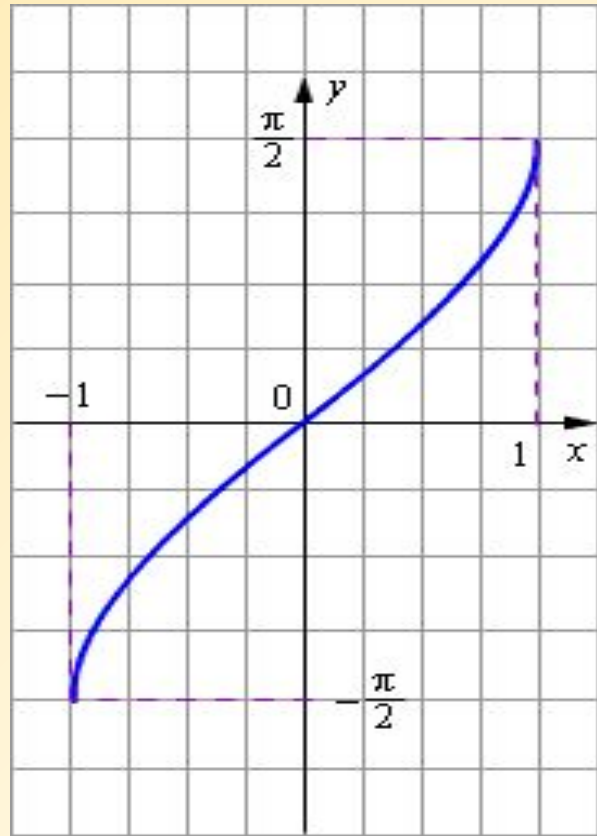
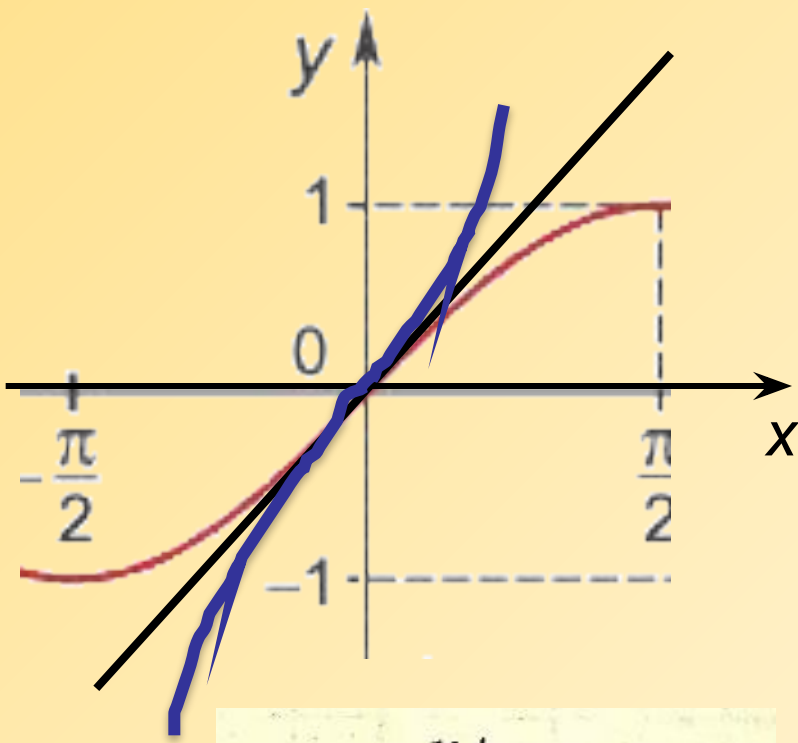
Фун1)  $b \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ; ил 2)  $\sin b = a$ . тая,

ПОЭТОМУ

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

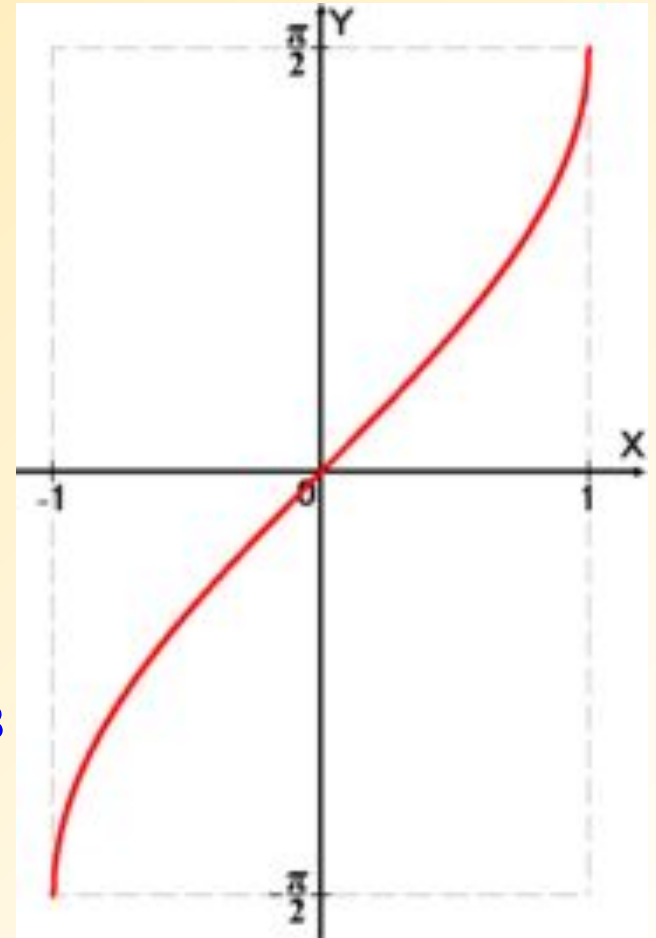


$$y = \arcsin x$$



## Свойства функции $y = \arcsin x$

- 1) Область определения: отрезок  $[-1; 1]$ ;
- 2) Область изменения: отрезок  $[-\pi/2, \pi/2]$ ;
- 3) Функция  $y = \arcsin x$  нечетная:  
 $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ ;
- 4) Функция  $y = \arcsin x$  монотонно возрастающая;
- 5) График пересекает оси  $Ox$ ,  $Oy$  в начале координат.



# Определен ие

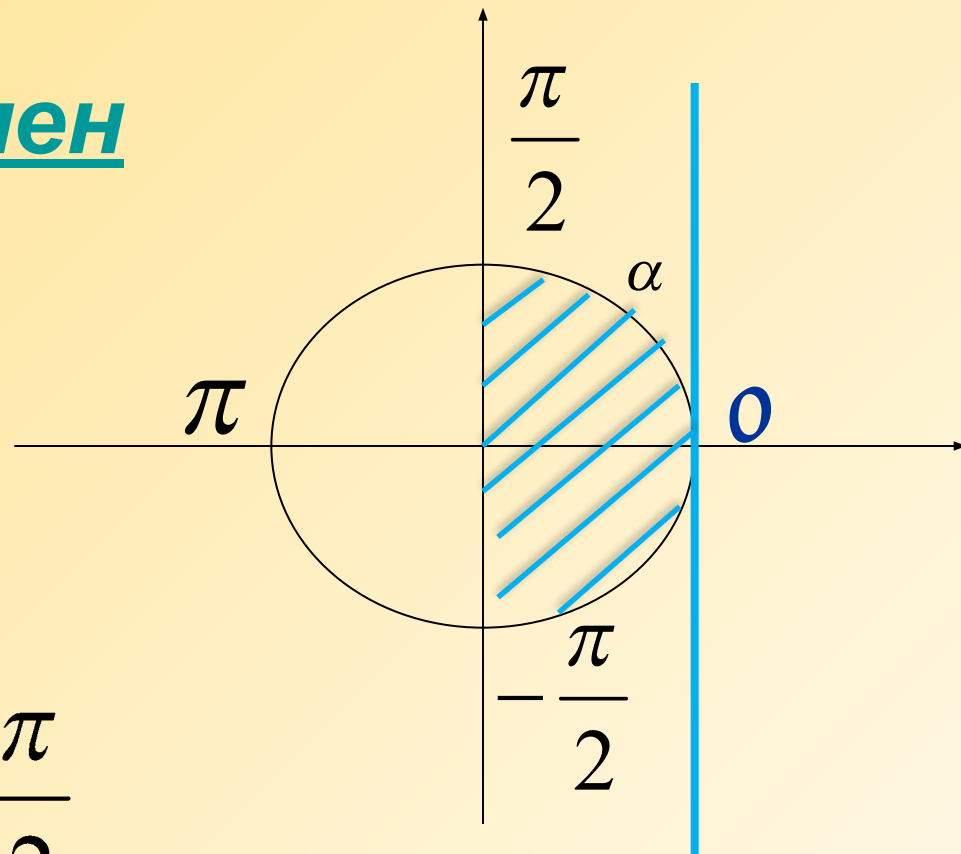
$\arcsin t =$

$\alpha$

$$1) -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$$

$$2) \sin \alpha = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$



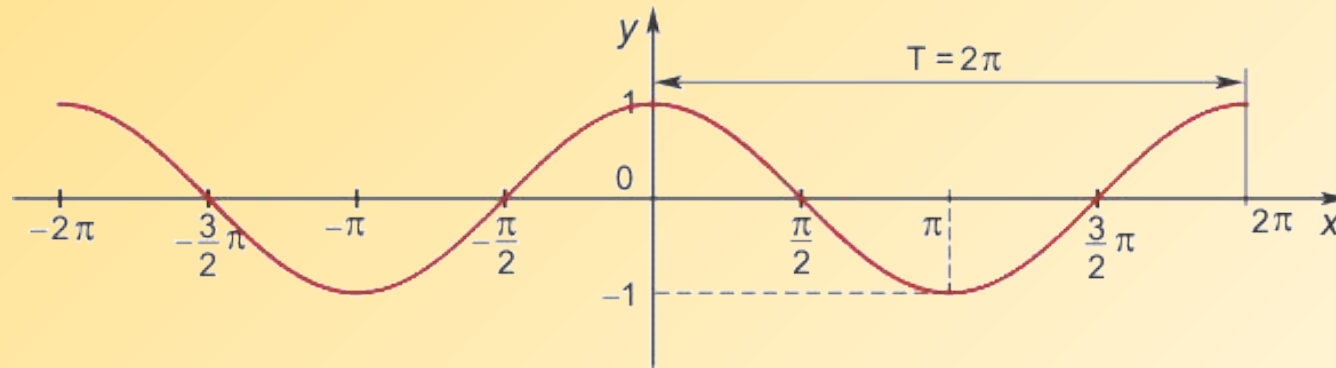
$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$



# Примеры вычислений

- 1)  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ , так как  $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  и  $\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ;
- 2)  $\arcsin 0 = 0$ , так как  $\sin 0 = 0$  и  $0 \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ;
- 3)  $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4}$ , так как  $\sin \left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$  и  $-\frac{\pi}{4} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

## Функция $y = \cos x$



**Область определения функции** — множество  $\mathbf{R}$  всех действительных чисел.

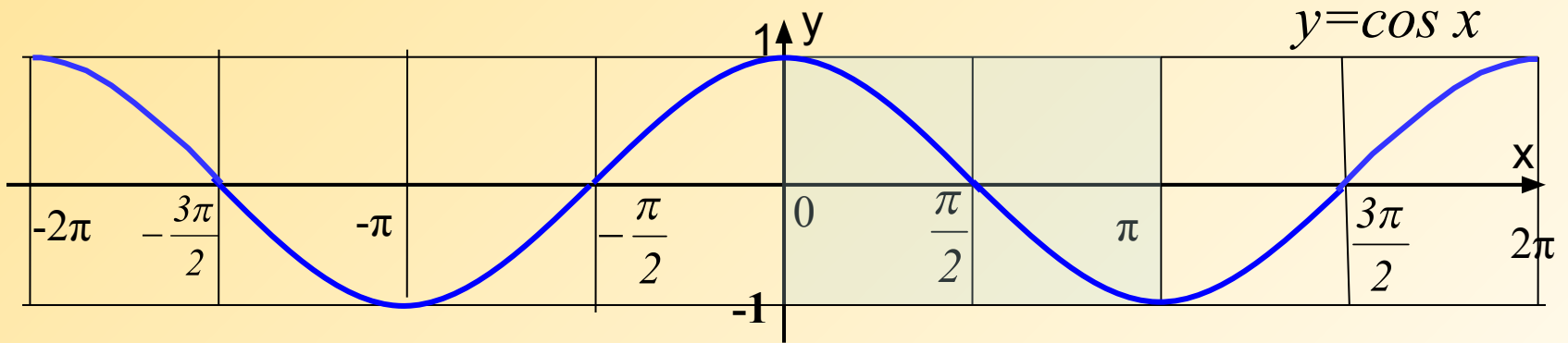
**Множество значений функции** — отрезок  $[-1; 1]$ , т.е. косинус функция — ограниченная.

**Функция четная:**  $\cos(-x) = \cos x$  для всех  $x \in \mathbf{R}$ .

График функции симметричен относительно оси  $OY$ .

**Функция периодическая** с наименьшим положительным периодом  $2\pi$ :

# Функция $y = \cos x$



Функция  $y = \cos x$  убывает на отрезке  $[0; \pi]$

# Арккосинус

Функция  $y = \cos x$   
убывает на отрезке  $[0; \pi]$ .

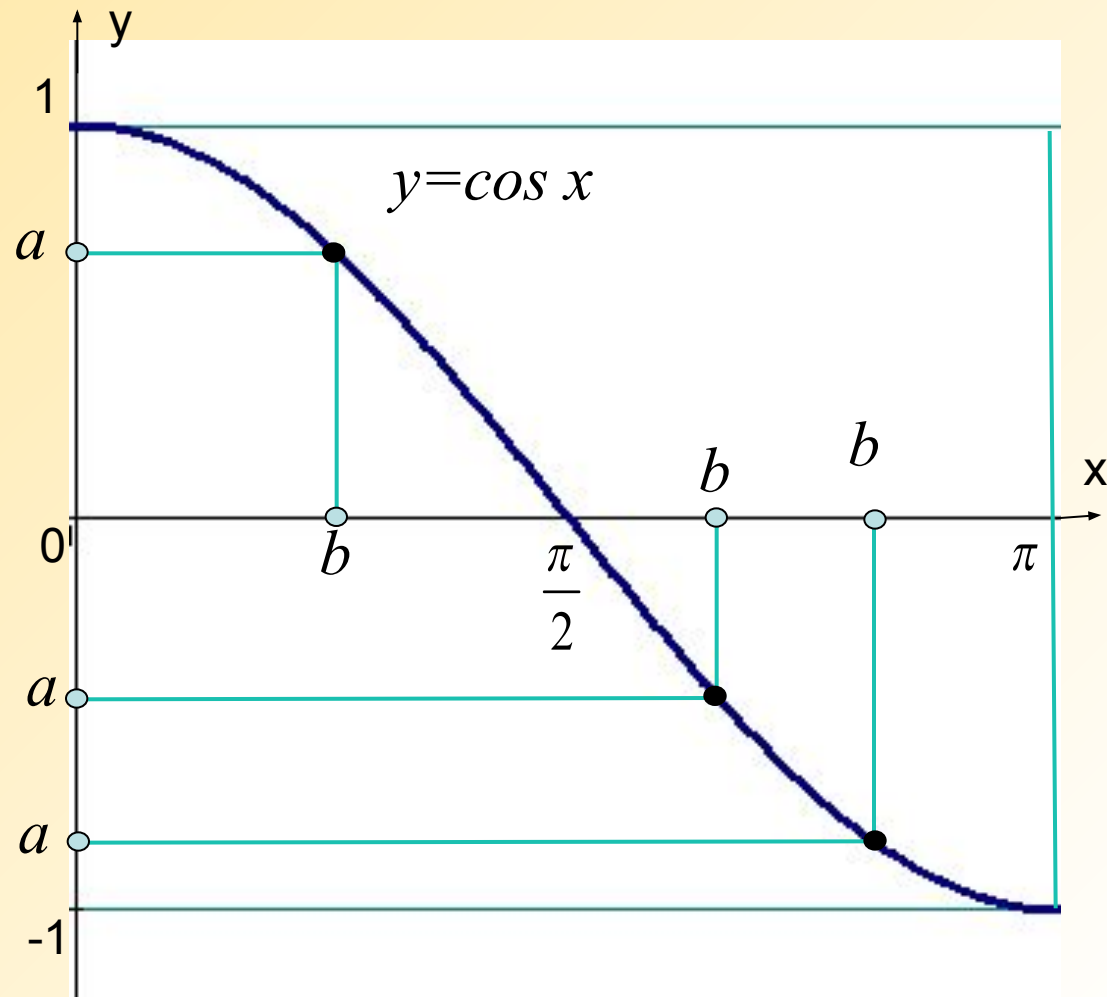
$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

Для любого  $-1 \leq a \leq 1$   
в промежутке  $[0; \pi]$

существует  
единственный  
корень  $b$  уравнения

$$b = \arccos a$$

$$0 \leq \arccos a \leq \pi$$



# Арккосинус

Обозначение: Арккосинус  $a$  обозначается **arccosa**.

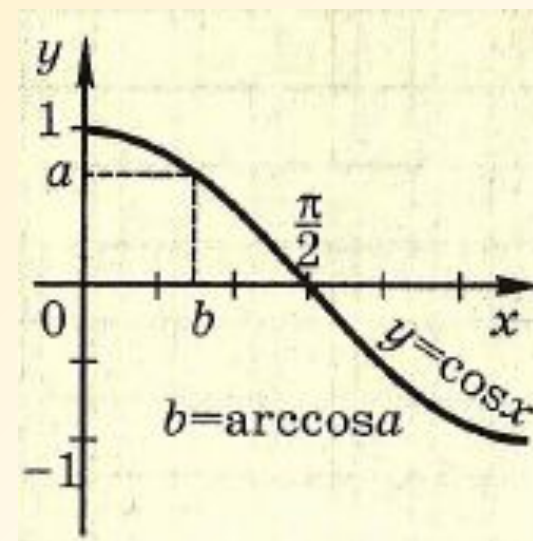
- Арккосинусом числа  $a$  называется такое число из отрезка  $[0; \pi]$  косинус которого равен  $a$ .

Очевидно, что  $a \in [-1; 1]$

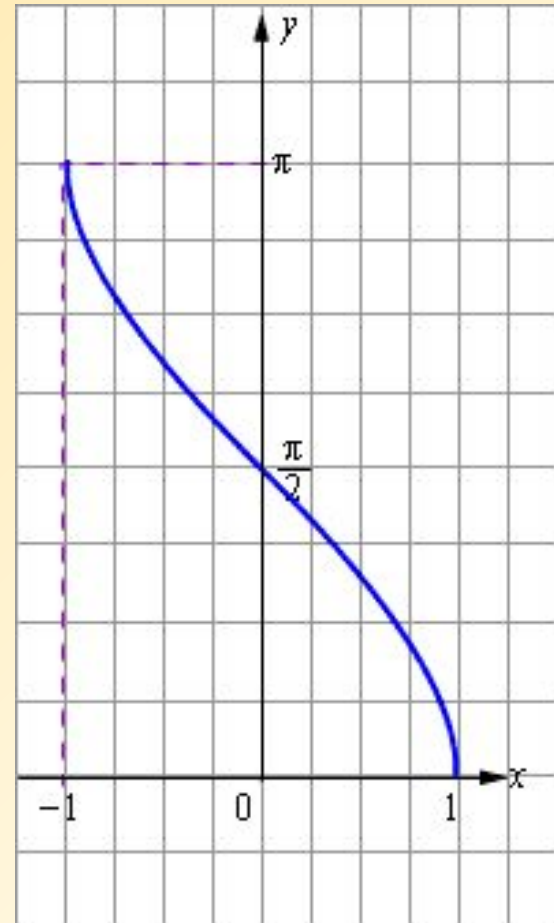
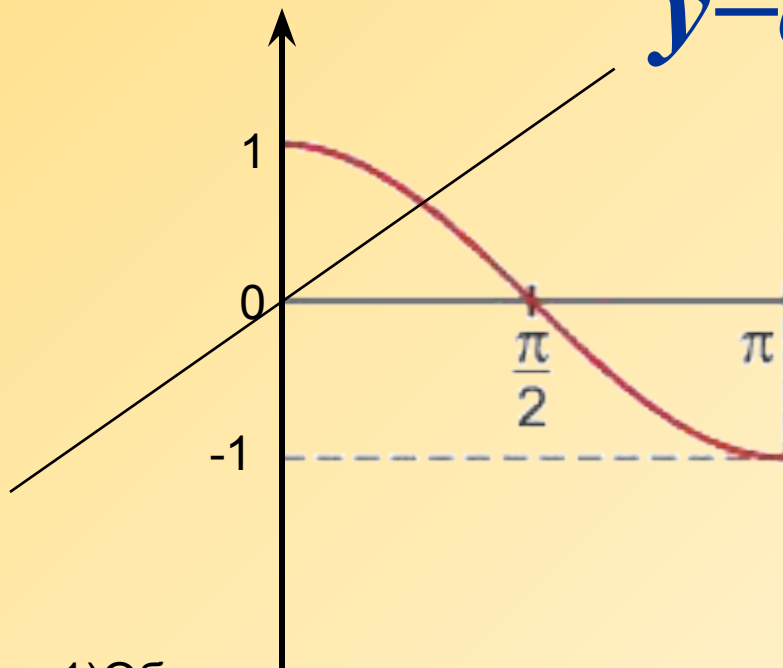
- Т.к.  $b = \arccos a$ ,  
1)  $b \in [0; \pi]$ ;  
2)  $\cos b = a$ .

Функция  $y = \arccos x$  - четная,

ПОЭТОМУ  $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$



$$y = \arccos x$$



1) Область определения: отрезок  $[-1; 1]$ ;

2) Область значений: отрезок  $[0, \pi]$

3) Функция  $y = \arccos x$  четная:  
 $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$

4) Функция  $y = \arccos x$  монотонно убывающая;

## Свойства функции $y = \arccos x$ .

1) Область определения: отрезок  $[-1; 1]$ ;

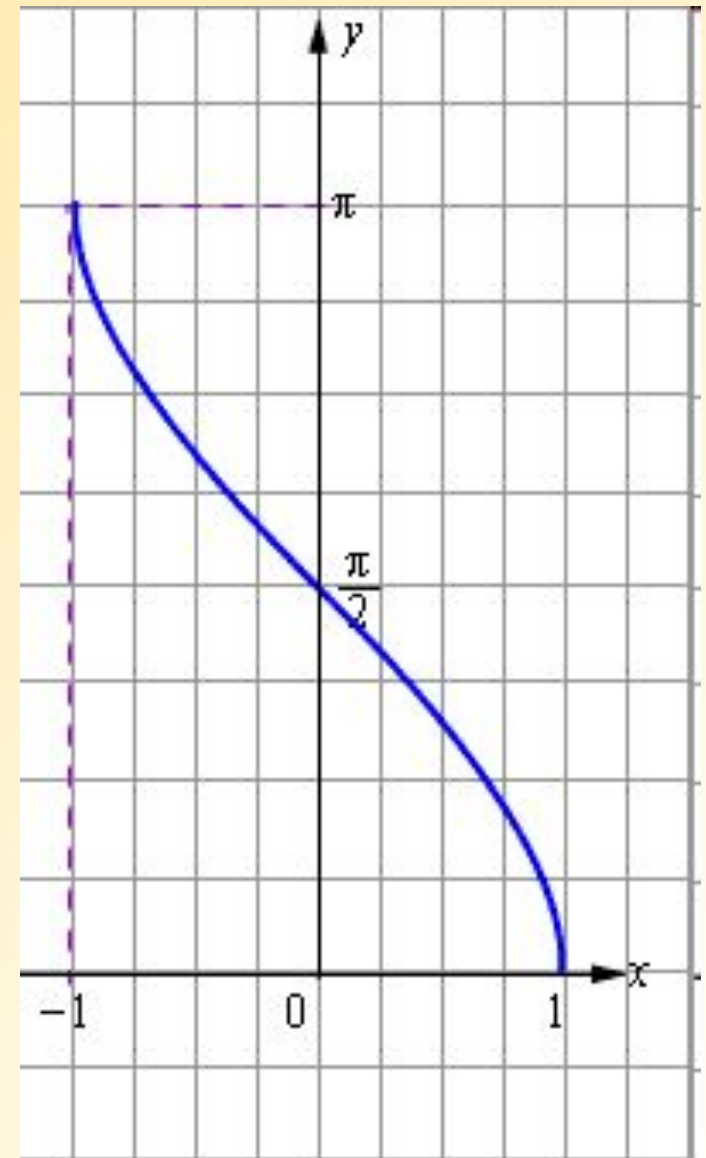
2) Область изменения: отрезок  $[0; \pi]$

3) Функция  $y = \arccos x$  четная:

$$\arccos(-x) =$$

$$\arccos x$$

4) Функция  $y = \arccos x$   
монотонно убывающая



# Определен ие

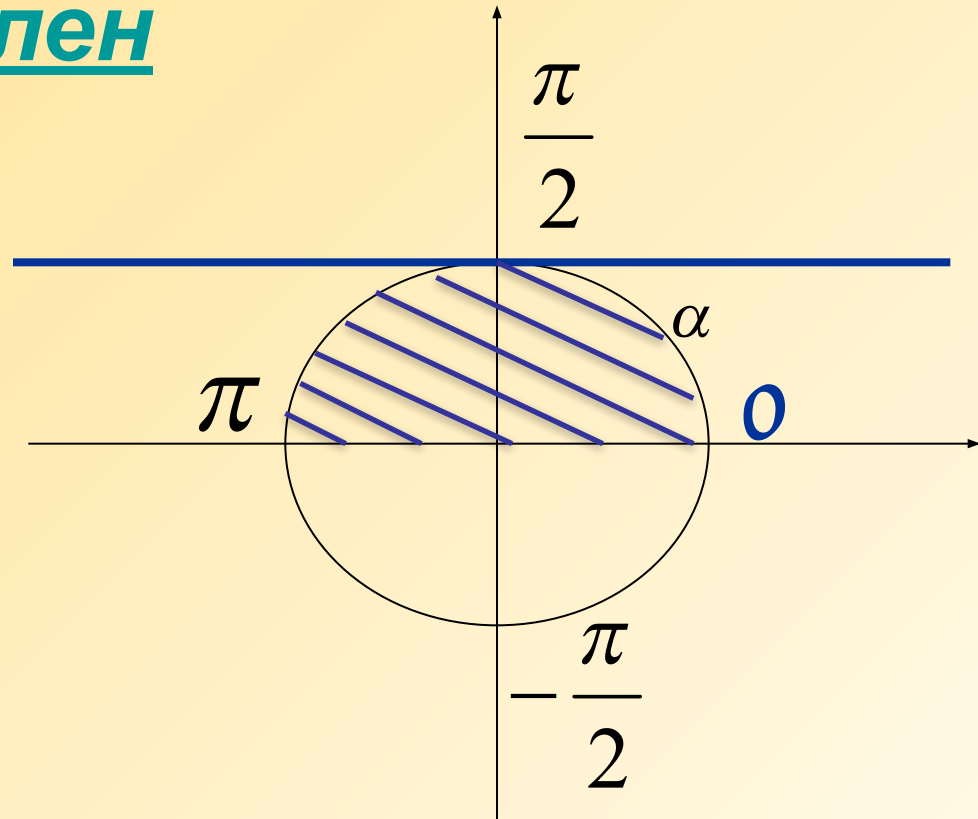
$\arccos t =$

$a$

$$1) 0 \leq a \leq \pi$$

$$2) \cos a = t$$

$$3) -1 \leq t \leq 1$$



▸  $\arccos(-x) = \pi - \arccos x$



# Примеры вычислений

- 1)  $\arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$ , т. к.  $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{\pi}{3} \in [0; \pi]$ ;
- 2)  $\arccos 1 = 0$ , т. к.  $\cos 0 = 1$ ,  $0 \in [0; \pi]$ ;
- 3)  $\arccos \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2\pi}{3}$ , т. к.  $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2\pi}{3} \in [0; \pi]$ ;
- 4)  $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$ , т. к.  $\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{3\pi}{4} \in [0; \pi]$ .

## *Работаем устно*

$$\arcsin 1 \quad \arcsin 0 \quad \arcsin \frac{1}{2} \quad \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arccos 1 \quad \arccos 0 \quad \arccos \frac{1}{2} \quad \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x \quad \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

## *Работаем устно*

*Имеет ли смысл выражение?*

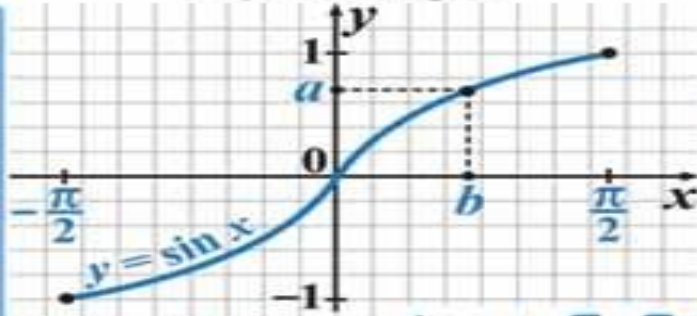
$\arcsin 2$     $\arccos 3\pi$     $\operatorname{arctg} 100$

*Может ли  $\arcsin t$  и  $\arccos t$  принимать значение равное*

$5,$     $-\frac{5}{9},$     $\pi,$     $-10,$     $\frac{3}{7}, ?$

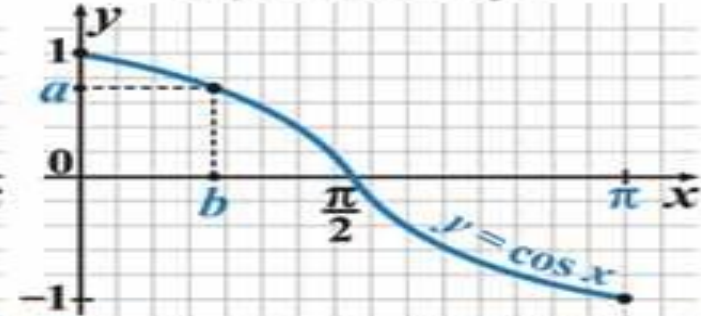
# ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ. ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

## Арксинус



$$b = \arcsin a \Leftrightarrow \begin{cases} b \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ \sin b = a \end{cases}$$

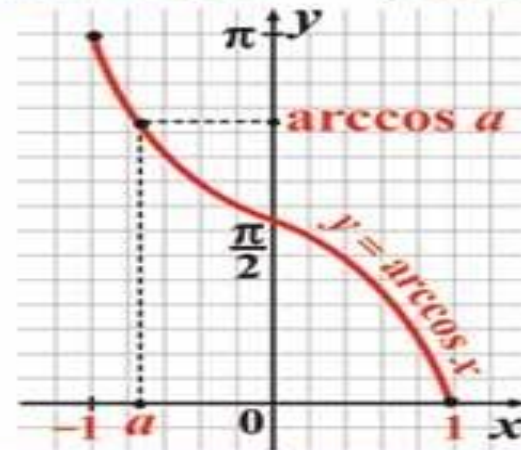
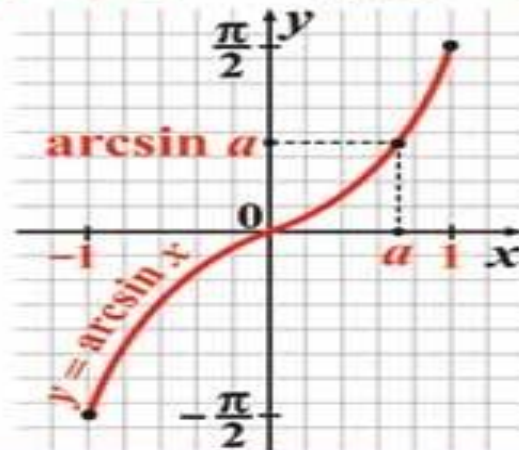
## Арккосинус



$$b = \arccos a \Leftrightarrow \begin{cases} b \in [0; \pi] \\ \cos b = a \end{cases}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

ГРАФИК



СВОЙСТВА

$$D(\arcsin) = [-1; 1]$$

$$E(\arcsin) = [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow \arcsin x_1 > \arcsin x_2$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$\sin(\arcsin a) = a, |a| \leq 1$$

$$\arcsin(\sin t) = t, |t| \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, x \in [-1; 1]$$

$$D(\arccos) = [-1; 1]$$

$$E(\arccos) = [0; \pi]$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow \arccos x_1 < \arccos x_2$$

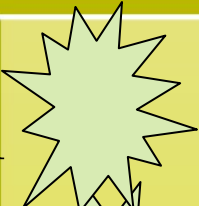
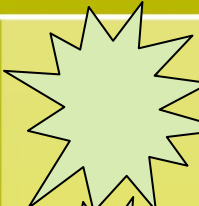
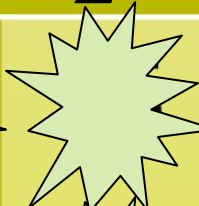
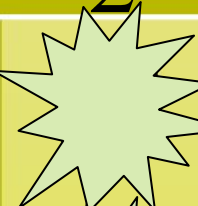

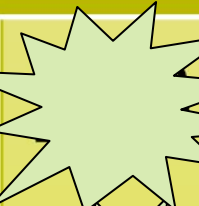
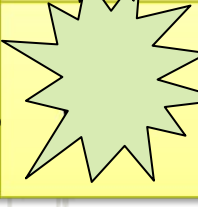

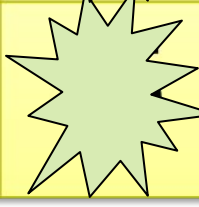
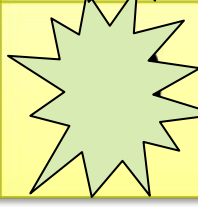
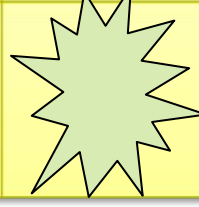
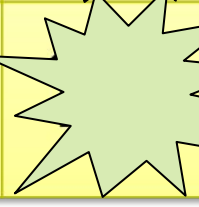
$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$\cos(\arccos a) = a, |a| \leq 1$$

$$\arccos(\cos t) = t, t \in [0; \pi]$$



# Таблица некоторых значений обратных тригонометрических функций

функция	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	-1
arcsin						
arccos						

**Спасибо за урок!**

