Однородные уравнения

10 класс

- **Уравнение $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.**

- *Уравнение вида*
- $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$
- *называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.*

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos x.

Т.к. $\cos x \neq 0$, то

$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$/ : cos x

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x + 1 = 0$;

$\mathrm{tg}\,x = -1/\sqrt{3}$;

$x = -\pi/6 + \pi n,\ n \in Z$.

Ответ: $-\pi/6 + \pi n,\ n \in Z$

- $2\sin x - 3\cos x = 0$

- Разделим обе части уравнения на $\cos x$, $\cos x \neq 0$
- $2\sin x - 3\cos x = 0 / : \cos x$
- $2\text{tg}x - 3 = 0$
- $\text{tg}x = 3/2$
- $x = \text{arctg}\, 3/2 + \pi n,\ n \in Z$
- Ответ: $\text{arctg}3/2 + \pi n,\ n \in Z$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos2x

$\sin 2x - \cos 2x = 0 / : \cos 2x$

$\mathrm{tg}\, 2x - 1 = 0$

$\mathrm{tg}\, 2x = 1$

$2x = \pi/4 + \pi n;\ \ x = \pi/8 + (\pi n)/2,\ n \in Z$

Ответ: $\pi/8 + (\pi n)/2,\ n \in Z$

- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21 \cos^2 x = 0$

- Разделим обе части уравнения на cos^2 x, cos^2 x ≠ 0
- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0 / : \cos^2 x$
- $tg^2 x - 10\, tgx + 21 = 0$

  Пусть: $tgx = t$, получим

  $t^2 - 10t + 21 = 0$

  $t_1 = 7;\ t_2 = 3$

  Имеем: $tgx = 7$ или $tgx = 3$
- $tgx = 7$ $\qquad$ $tgx = 3$

  $x = arctg7 + \pi n,\ n \in Z$ $\qquad$ $x = arctg3 + \pi n,\ n \in Z$

- Ответ: $arctg7 + \pi n,\ arctg3 + \pi n,\ n \in Z$

$\sin^2(2x) - 6\sin 2x\cos 2x + 5\cos^2(2x) = 0$

Разделим обе части уравнения на cos^2 (2x), cos^2 (2x) ≠ 0.

sin^2 2x – 6sin2xcos2x + 5cos^2 2x = 0 / cos^2 2x

tg^2 2x – 6tg2x +5 = 0

Пусть tg2x = t, получим

t^2 – 6t + 5 = 0

t1= 5 t2 = 1

Имеем: tg2x = 5 или tg2x = 1

2x = arctg5 + πn, n ∈Z 2x = arctg1 + πn, n ∈Z

x = 1/2 arctg5 + (π/2)n, n ∈Z x = π/8 + (π/2)n, n ∈Z

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos^2 x, cos^2 x ≠ 0

$3\ \sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0\ /\ \ : \cos^2 x$

3tg^2+tgx-2=0

Пусть tgx=t, получим

3t^2+t-2=0

t1= -1 t2=2/3

Имеем: tgx= -1 или tgx=2/3

$x = -\pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

$x = \mathrm{arctg}\,2/3 + \pi n,\ n \in Z$

- $6\sin^2 x + 4\sin(\pi - x)\cos(2\pi - x) = 1.$

- $6\sin^2(x) + 4 \sin x \cos x = 1.$
- $5\sin^2(x) + 4 \sin x \cos x – \cos^2(x) = 0.$
- Т.к. $\cos^2(x) \neq 0$, то
- $5tg^2(x) + 4\, tgx – 1 = 0$
- Пусть $tg\, x = t$, получим
- $5t^2 + 4t – 1 = 0$
- $t_1 = 1/5 \quad t_2 = –1$
- Имеем: $tg\, x = 1/5$ или $tg\, x = –1$
- $x = arctg\, 1/5 + \pi n,\ n \in Z$ $\quad x = -arctg\, 1 + \pi n,\ n \in Z$
- $x = – \pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

$$\sin^3(x)+\sin^2(x)\cdot\cos(x)-10\sin(x)\cdot\cos^2(x)+8\cos^3(x)=0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^3(x)$, $\cos^3(x) \neq 0$

$\sin^3(x)+\sin^2(x)*\cos x-10\sin x*\cos^2(x)+8\cos^3(x)=0 / : \cos^3(x)$

$tg^3(x)+tg^2(x)-10tg(x)+8=0$

$tgx(tg^2(x)+tgx-2)-8(tgx-1)=0$

$tg(tgx+2)(tgx-1)-8(tgx-1)=0$

$(tgx-1)(tg^2x+2tgx-8)=0$

$tgx-1=0$ или $tg^2x+2tgx-8=0$

$tg=1$

$x= \pi/4 + \pi n, n \in Z$

$D= 36$

$t_1=2$; $t_2= -4$

$x_1= arctg2+ \pi n, n \in Z$

$x_2= -arctg4+ \pi n, n \in Z$