

Однородные уравнения

10 класс

● **Уравнение $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.**

● *Уравнение вида*

● $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$

● *называют однородным
тригонометрическим
уравнением второй степени.*

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos x$.

Т.к. $\cos x \neq 0$, то


$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0 / : \cos x$$

$$\sqrt{3}\operatorname{tg}x + 1 = 0;$$

$$\operatorname{tg}x = -1/\sqrt{3};$$

$$x = -\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $-\pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



● $2\sin x - 3\cos x = 0$

- Разделим обе части уравнения на $\cos x$, $\cos x \neq 0$
- $2\sin x - 3\cos x = 0 / : \cos x$
- $2\operatorname{tg}x - 3 = 0$
- $\operatorname{tg}x = 3/2$
- $x = \operatorname{arctg} 3/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- Ответ: $\operatorname{arctg} 3/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos 2x$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0 / : \cos 2x$$

$$\operatorname{tg} 2x - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg} 2x = 1$$

$$2x = \pi/4 + \pi n; \quad x = \pi/8 + (\pi n)/2, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\pi/8 + (\pi n)/2, \quad n \in \mathbb{Z}$



- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21 \cos^2 x = 0$

- Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x$, $\cos^2 x \neq 0$
- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21 \cos^2 x = 0 / : \cos^2 x$
- $\operatorname{tg}^2 x - 10 \operatorname{tg} x + 21 = 0$

Пусть: $\operatorname{tg} x = t$, получим

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$t_1 = 7; t_2 = 3$$

Имеем: $\operatorname{tg} x = 7$ или $\operatorname{tg} x = 3$

- $\operatorname{tg} x = 7$
 $x = \operatorname{arctg} 7 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
- $\operatorname{tg} x = 3$
 $x = \operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- Ответ: $\operatorname{arctg} 7 + \pi n, \operatorname{arctg} 3 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\sin^2(2x) - 6\sin 2x \cos 2x + 5\cos^2(2x) = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^2(2x)$, $\cos^2(2x) \neq 0$.

$$\sin^2 2x - 6\sin 2x \cos 2x + 5\cos^2 2x = 0 / \cos^2 2x$$

$$\operatorname{tg}^2 2x - 6\operatorname{tg} 2x + 5 = 0$$

Пусть $\operatorname{tg} 2x = t$, получим

$$t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$t_1 = 5 \quad t_2 = 1$$

Имеем: $\operatorname{tg} 2x = 5$

или

$\operatorname{tg} 2x = 1$

$$2x = \operatorname{arctg} 5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 1/2 \operatorname{arctg} 5 + (\pi/2)n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi/8 + (\pi/2)n, n \in \mathbb{Z}$$

$$3 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x$, $\cos^2 x \neq 0$

$$3 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0 \quad / \quad : \cos^2 x$$

$$3 \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0$$

Пусть $\operatorname{tg} x = t$, получим

$$3t^2 + t - 2 = 0$$


$$t_1 = -1 \quad t_2 = 2/3$$

Имеем: $\operatorname{tg} x = -1$ или

$$x = -\pi/4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{tg} x = 2/3$$

$$x = \operatorname{arctg} 2/3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



- $6\sin^2 x + 4 \sin(\pi - x) \cos(2\pi - x) = 1.$

- $6\sin^2(x) + 4 \sin x \cos x = 1.$

- $5\sin^2(x) + 4 \sin x \cos x - \cos^2(x) = 0.$

- Т.к. $\cos^2(x) \neq 0$, то

- $5\operatorname{tg}^2(x) + 4 \operatorname{tg} x - 1 = 0$

- Пусть $\operatorname{tg} x = t$, получим

- $5t^2 + 4t - 1 = 0$

- $t_1 = 1/5 \quad t_2 = -1$

- Имеем: $\operatorname{tg} x = 1/5$ или $\operatorname{tg} x = -1$

- $x = \operatorname{arctg} 1/5 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

- $x = -\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$\sin^3(x) + \sin^2(x) \cos(x) - 10 \sin(x) \cos^2(x) + 8 \cos^3(x) = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^3(x)$, $\cos^3(x) \neq 0$

$$\sin^3(x) + \sin^2(x) \cdot \cos x - 10 \sin x \cdot \cos^2(x) + 8 \cos^3(x) = 0 / : \cos^3(x)$$

$$\operatorname{tg}^3(x) + \operatorname{tg}^2(x) - 10 \operatorname{tg}(x) + 8 = 0$$

$$\operatorname{tg}x(\operatorname{tg}^2(x) + \operatorname{tg}x - 2) - 8(\operatorname{tg}x - 1) = 0$$

$$\operatorname{tg}(\operatorname{tg}x + 2)(\operatorname{tg}x - 1) - 8(\operatorname{tg}x - 1) = 0$$

$$(\operatorname{tg}x - 1)(\operatorname{tg}^2x + 2\operatorname{tg}x - 8) = 0$$

$$\operatorname{tg}x - 1 = 0$$

или

$$\operatorname{tg}^2x + 2\operatorname{tg}x - 8 = 0$$

$$\operatorname{tg}x = 1$$

$$D = 36$$

$$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t_1 = 2; \quad t_2 = -4$$

$$x_1 = \operatorname{arctg}2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x_2 = -\operatorname{arctg}4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$