«Лишь дифференциальное вычисление даёт естественную возможность изображать математически не только состояния, но и процессы: движение» - Энциклопедический словарь юного математика.

Готфрид Лейбниц. «Страница 99»

Производная элементарных функций.

Цели урока:

- 1. Закрепить умение применять правила дифференцирования.
- 2. Развивать познавательный интерес к теме «Дифференцирование»
- 3. Воспитывать стремление давать лаконично ответы на вопросы.

- ***«Дифференциальное исчисление- это описание окружающего нас мира, выполненное на математическом языке. Производная помогает нам успешно решать не только математические задачи, но и задачи практического характера в разных областях науки и техники»***

- Введение в математику методов анализа бесконечно малых стало началом больших преобразований. Но наряду с интегральными методами складывались и методы дифференциальные. Вырабатывались элементы будущего дифференциального исчисления при решении задач, которые в настоящее время и решаются с помощью дифференцирования. В то время такие задачи были трех видов: определение касательных к кривым, нахождение максимумов и минимумов функций, отыскивание условий существования алгебраических уравнений квадратных корней.

- Дифференциальное исчисление было создано Ньютоном и Лейбницем в конце 17 столетия на основе двух задач:
  1) о разыскании касательной к произвольной линии;
  2) о разыскании скорости при произвольном законе движения;
  Еще раньше понятие производной встречалось в работах итальянского математика Тартальи (около 1500 - 1557 гг.) - здесь появилась касательная в ходе изучения вопроса об угле наклона орудия, при котором обеспечивается наибольшая дальность полета снаряда.

О ВЕЛИКОМ НЬЮТОНЕ!

Исаак Ньютон (1643-1727) один из создателей дифференциального исчисления.

Главный его труд- «Математические начала натуральной философии».-оказал колоссальное влияние на развитие естествознания, стал поворотным пунктом в истории естествознания.

Ньютон ввёл понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл её механический смысл.

О ЛЕЙБНИЦЕ.

Создатель Берлинской академии наук. Основоположник дифференциального исчисления, ввёл большую часть современной символики математического анализа.

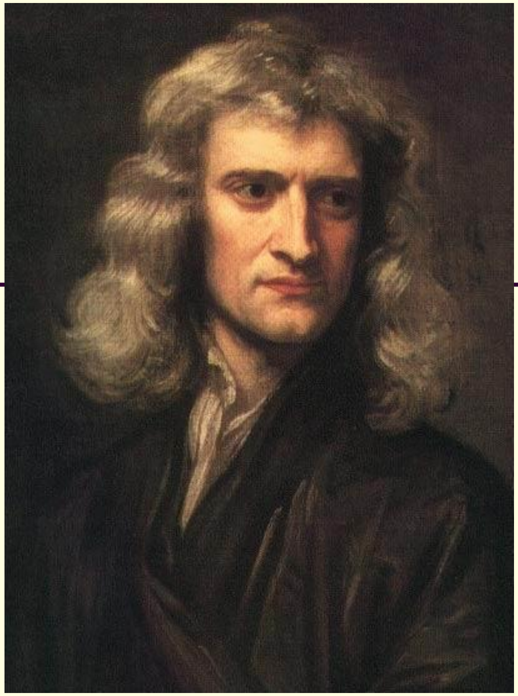
Лейбниц пришёл к понятию производной, решая задачу проведения касательной к производной линии, объяснив этим ее геометрический смысл .

НО ЭТО ВСЕ ГОВОРИТ О ТОМ, …

…что до них эти вопросы не изучались. Задолго до этого Архимед не только решил задачу на построение касательной к такой сложной кривой, как спираль, применяя при этом предельные переходы, но и сумел найти максимум функции.

В 17в. на основе учения *Г.Галилея* активно развилась кинематическая концепция производной. Понятие производной встречается уже у *Р.Декарта*, французского математика *Роберваля*, английского учёного *Д.Грегори*, в работах *И.Барроу*.

Но систематическое учение с выдвижением двух основных проблем математического анализа развито Ньютоном и Лейбницем.



Ньютон

Лейбниц

Тарталья

ВЫВОД:

- Ньютон и Лейбниц, решая практические задачи в механике и геометрии, пришли к одному понятию – «производная», показав тем самым, что дифференциальное исчисление- это есть окружающая действительность, переложенная на математический язык.

Огюстен Луи Коши

- Однако современный математический анализ базируется на понятии предела, которое было дано (наряду с другими важнейшими понятиями – непрерывность, интеграл и т.д.) в работах французского математика **Огюстена Луи Коши**.

Декарт

- В 17 веке на основе учения Г. Галилея о движении активно развивалась кинематическая концепция производной. Различные изложения стали встречаться в работах у Декарта, французского математика Роберваля, английского ученого
Л. Грегори. Большой вклад в изучение дифференциального исчисления внесли
Лопиталь, Бернулли, Лагранж, Эйлер, Гаусс.

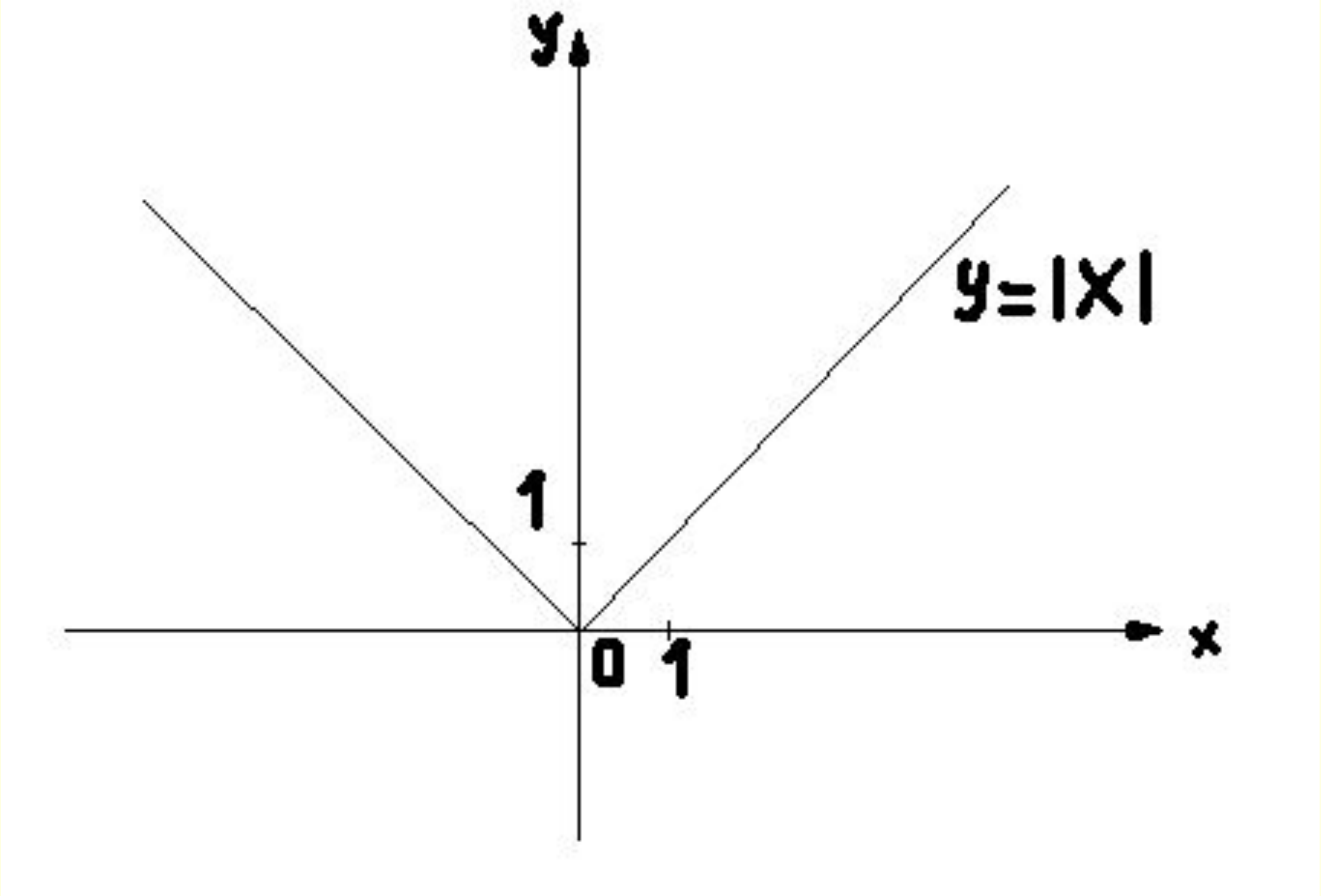
- Слова **«производная»** и **«произошло»** имеют похожие части слова, да и смысл похож: производная происходит от исходной функции (переложив на отношения человека: исходная функция- «мама»,её производная «дочь»).**Производная**- часть математической науки, одно из её звеньев. Нет этого звена - прерваны связи между многими понятиями.

С физической точки зрения производная - это скорость.

С геометрической производная - это тангенс угла наклона (угловой коэффициент) касательной.

С точки зрения практического анализа производная функции - это функция, которая отвечает за ее (функции) возрастание и убывание.

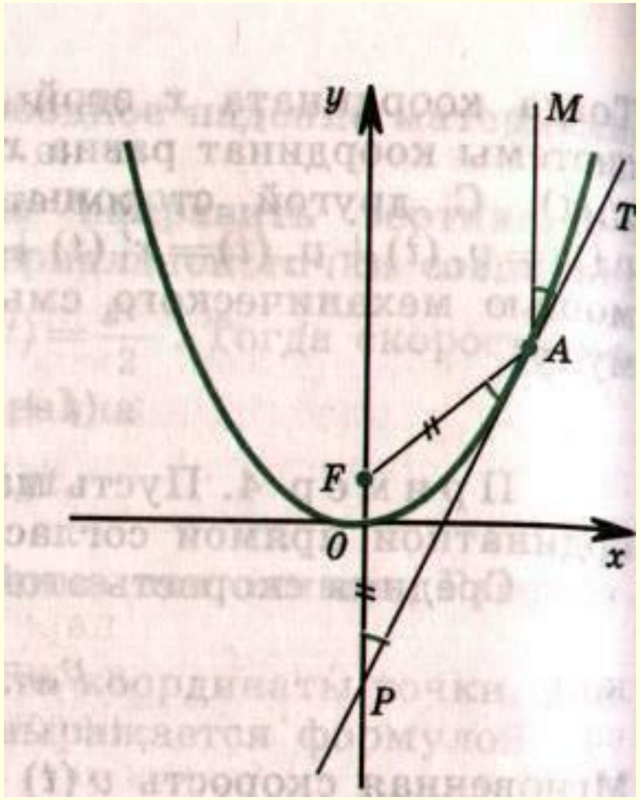
- Все элементарные функции дифференцируемы (т.е. имеют производную) почти в каждой точке своей области определения. Встречаются ли в жизни недифференцируемые функции? Да, встречаются. В геометрии это кривые с «углами», вроде графика функции: модуль x, в точке $x_o=0$.В физике это движение упругого мячика, брошенного в стену, в момент отскока, или шайбы, отскакивающей от бортика.



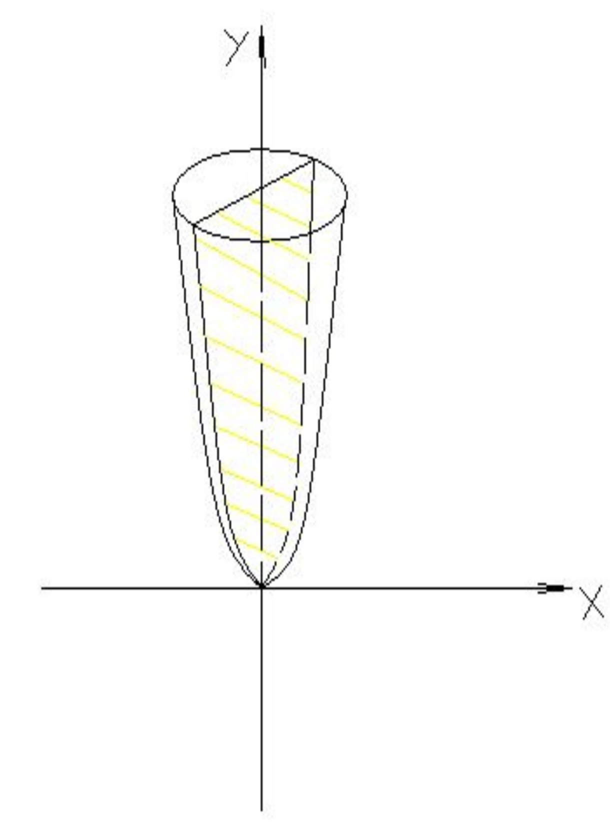
y
x
y=|x|
1
0
1

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В ЖИЗНИ

- Поверхность, получающаяся при вращении параболы вокруг своей оси, называется параболоидом вращения. Представим себе, что его внутренняя поверхность зеркальная и это параболическое зеркало освещается пучком лучей света, параллельно оси ОУ.



- Рассмотрим сечение этого зеркала плоскостью, проходящую через ось ОУ. Это сечение представляет собой такую же параболу. Согласно законам оптики отраженный луч света будет лежать в той же секущей плоскости, причем этот луч образует с касательной к параболе такой же угол, как и падающий. Все лучи, параллельные ОУ, после отражения пересекутся в одной точке оси ОУ.
- На свойстве параболического зеркала основано устройство параболических телескопов и антенн, оно используется при изготовлении прожекторов, фонарей, различных проекторов.



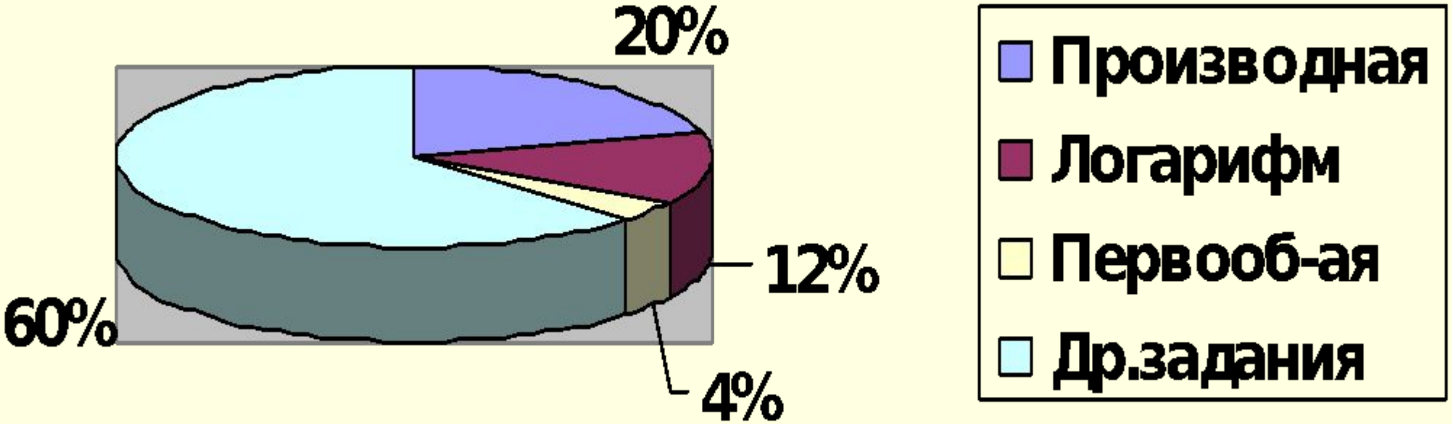
ВЫВОД:

- ***Производная успешно применяется при решении различных прикладных задач в науке, технике и жизни.***

- Численное дифференцирование и интегрирование были одними из первых приложений для вычислительных машин. Формальное дифференцирование было реализовано на ранних этапах развития вычислительной техники в 1953 году.

Производная на экзаменах

Всего в сборнике 1080 алгебраических заданий ,из них:



В классе:

- № 849(3)
- №848(1)

Решение:

- №849(3).

$$3)\ \left(\frac{e^{0,5x}}{\cos 2x-5}\right)'=\frac{\left(e^{0,5x}\right)'(\cos 2x-5)-e^{0,5x}(\cos 2x-5)'}{(\cos 2x-5)^2}=$$

$$=\frac{0,5e^{0,5x}(\cos 2x-5)+2e^{0,5x}\sin 2x}{(\cos 2x-5)^2}=\frac{0,5e^{0,5x}(\cos 2x-5+4\sin 2x)}{(\cos 2x-5)^2}.$$

Решение:

- №848(1).

$$1)\ \left(\sqrt{x^2+2x-1}\right)' = \frac{(2x+2)}{2\sqrt{x^2+2x-1}} = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-1}}$$

1 вариант

Найти производную функции

1. $f(x)=3-2x;$
2. $f(x)=\sin x;$
3. $g(x)= (3-x^3)^5;$
4. $y=4x^6+2x-4;$
5. $p(x)=3\sin(8x+4);$
6. $f(x)=0.4^{x-5}$;
7. $y=e^{2+3x} \times x^3$;
8. $f(x)=e^{-4-2x}+\ln(0.5ex).$

2 вариант

1. $f(x)=5x-8;$
2. $g(x)=\cos x;$
3. $f(x) =3\log_2 x;$
4. $n(t)=t^3-3t^2-9t+30;$
5. $f(x)=-\sin(1.5\pi-x);$
6. $y=\log_{0.5}(3-4x);$
7. $f(x)=x^3 \times 0.2^{3x-2}$;
8. $f(x)=\ln(0.5x)-x^2.$

Ответы

1. $f'(x) = -2;$
2. $f'(x) = \cos x;$
3. $g'(x) = -15x^2(3-x^3)^4;$
4. $y' = 24x^5 + 2;$
5. $p'(x) = 24\cos(8x+4);$
6. $f'(x) = 0.4^{x-5} \times \ln 0.4;$
7. $y' = 3x^2 e^{2+3x}(x+1);$
8. $f'(x) = -2e^{-4-2x} + \frac{1}{x}.$

1. $f'(x) = 5;$
2. $g'(x) = -\sin x;$
3. $f'(x) = \frac{3}{x\ln 2};$
4. $n'(t) = 3t^2-6t-9;$
5. $f'(x) = -\sin x;$
6. $y' = -\frac{4}{(3-4x)\ln 0.5};$
7. $f'(x) = 3x^2 \times 0.2^{3x-2}(1+x\ln 0.2);$
8. $f'(x) = \frac{1}{x} - 2x;$

Список литературы

- Как готовиться к письменному экзамену по математике / А. Н. Чудовский, Л. А. Сомова, В. И. Жохов. – М.: Просвещение, 2006.
- ЕГЭ. Математика. М. «Просвещение», 2006.
- Р. А. Погосьян. Алгебра и начала анализа 10-11. Пособие для учителя. Феникс. Ростов – на- Дону. 2002.
- Интернет. Сайт. W W W. M K. RU ДЛЯ УЧЕНИКОВ 10-11 КЛАССОВ.