Линейные и квадратные неравенства 9 класс.

Семибратова О.П.

Линейные неравенства

- ***Линейным неравенством с одной переменной x называется неравенство вида $ax + b > 0$, где $a \neq 0$.***
- ***Решение неравенства – значение переменной x, которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.***
- ***Множество частных решений называют общим решением.***

Квадратные неравенства

- Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a,b,c — действительные числа (кроме a = 0).

Два неравенства $f(x)<g(x)$ и $r(x)<s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

Правило 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

Например: $6x + 5 < 4x$

$$6x + 5 - 4x < 0$$

- **Правило 2.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

- **Например:** $8x - 4 > 12x^2$

  $2x - 1 > 3x^2$

- **Правило 3.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный
- **Например:** $-2x^2 - 3x + 1 < 0$

$$2x^2 + 3x - 1 > 0$$

- **Правило 2*.** Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение p(x), положительное при всех значениях x, и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.
Правило 3*. Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение p(x), отрицательное при всех значениях x, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Решение неравенств

$$2x+8>0 \Rightarrow 2x>-8 \,\Big|:2>0$$

$$x>-4 \quad (-4,+\infty)$$

$$-3x-15\geq 0$$

$$-3x\geq 15 \,\Big|:(-3)<0$$

$$x\leq -5 \quad x\in(-\infty,-5]$$

Решите неравенство

- **$4a-11< a +13$**
- **$6-4c>7+6c$**
- **$8в+3<9в-2$,**
- **$3-2x<12-5x$.**

Методы решения квадратных неравенств.

- Графический метод.
- Метод интервалов.

Графический метод.

- Решить неравенство $3x + 9 < 2x^2$.

1. $3x + 9 -- 2x^2 < 0$
2. Найдем корни квадратного трехчлена $-2x^2 + 3x + 9$; для этого решим квадратное уравнение $-2x^2 + 3x + 9 = 0$

   $x=-1,5$, $x=3$

3 Построим схематически график функции $y = -2x^2 + 3x + 9$

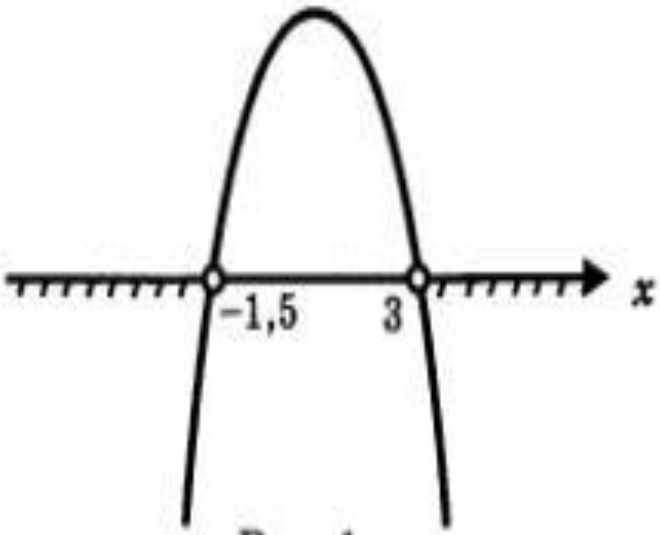

Рис. 1

От в ет: $x < -1,5$; $x > 3$.

Алгоритм применения графического метода:

1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c, т.е. решить уравнение $ax^2+bx+c=0$.

2. Отметить найденные значения на оси x в координатной плоскости.

3. Схематично построить график параболы.

4. Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Частные случаи при $D < 0$:

а) $a < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$ нет решений

$ax^2 + bx + c < 0$ $(-\infty;+\infty)$

б) $a > 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $(-\infty;+\infty)$

$ax^2 + bx + c \leq 0$ нет решений

Решите неравенство: $x^2 - 6x + 8 > 0$

- **Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 6x + 8$ на множители. Решим уравнение**

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Д = 36 – 32 = 4, 4>0, два корня

$$x_{1,2} = (6 \pm 2) : 2 \qquad x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

Отметим на числовой прямой корни трехчлена 2 и 4. Определим знаки выражения (x-2)(x-4) на каждом из промежутков.

+ 2 - 4 +

Ответ: x<2,x>4 или (-∞;2)U(4;+∞).

Алгоритм выполнения метода интервалов:

- **1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1,x_2- корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.**
- **2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2.**
- **3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.**
- **4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаку неравенства знаком**

(если знак неравенства <,то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства >, то выбираем промежутки со знаком «+»).