Линейные и квадратные неравенства 9 класс.

Семибратова О.П.

Линейные неравенства

- ***Линейным неравенством с одной переменной х называется неравенство вида $ax + b > 0$, где $a \neq 0$.***
- ***Решение неравенства – значение переменной х, которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.***
- ***Множество частных решений называют общим решением.***

Квадратные неравенства

- Квадратным неравенством с одной переменной х называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a,b,c — действительные числа (кроме $a = 0$).

Два неравенства $f(x)<g(x)$ и $r(x)<s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

Правило 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

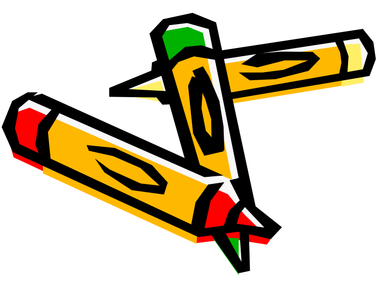
Например: $6x + 5 < 4x$

$$6x + 5 - 4x < 0$$

- **Правило 2.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

- **Например:** $8x - 4 > 12x^2$

  $2x - 1 > 3x^2$



- **Правило 3.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный
- **Например:** $-2x^2 - 3x + 1 < 0$

$$2x^2 + 3x - 1 > 0$$

- **Правило 2*.** Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное при всех значениях x, и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.
  Правило 3*. Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное при всех значениях x, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Решение неравенств

$2x+8>0 \Rightarrow 2x>-8 \,|\, :2>0$

$\boxed{x> -4 \quad (-4,+\infty)}$

$-3x-15 \geq 0$

$-3x \geq 15 \,|\, :(-3)<0$

$x \leq -5 \quad x \in (-\infty,-5]$

Решите неравенство

- 4а-11< а +13
- 6-4с>7+6с

- 8в+3<9в-2,
- 3-2х<12-5х.

Методы решения квадратных неравенств.

- Графический метод.
- Метод интервалов.

Графический метод.

- Решить неравенство $3x + 9 < 2x^2$.

1. $3x + 9 -- 2x^2 < 0$
2. Найдем корни квадратного трехчлена $-2x^2 + 3x + 9$; для этого решим квадратное уравнение $-2x^2 + 3x + 9 = 0$

   $x=-1{,}5$, $x=3$

3 Построим схематически график функции
$y = -2x^2 + 3x + 9$

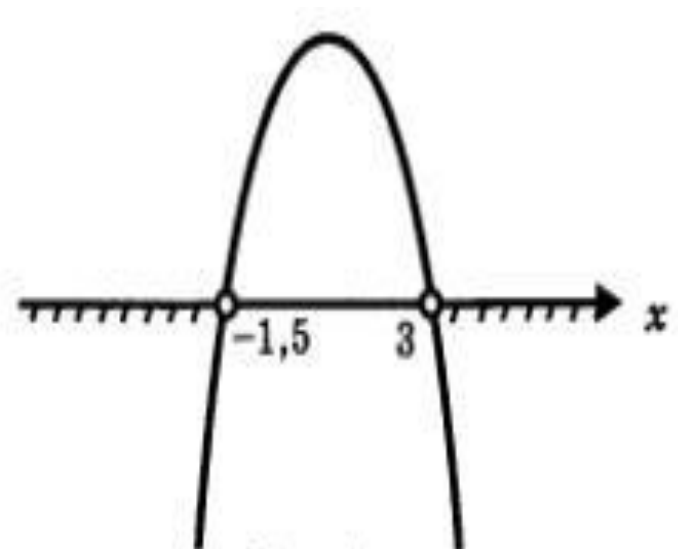


Рис. 1

От в ет: $x < -1,5$; $x > 3$.

Алгоритм применения графического метода:

1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c, т.е. решить уравнение $ax^2+bx+c=0$.

2. Отметить найденные значения на оси x в координатной плоскости.

3. Схематично построить график параболы.

4. Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Частные случаи при $D < 0$:

а) $a < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$ нет решений

$ax^2 + bx + c < 0$ $(-\infty;+\infty)$

б) $a > 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $(-\infty;+\infty)$

$ax^2 + bx + c \leq 0$ нет решений

Решите неравенство: $x^2 – 6x + 8 > 0$

- **Разложим квадратный трехчлен $x^2 – 6x + 8$ на множители. Решим уравнение**

$$x^2 – 6x + 8 = 0$$

Д = 36 – 32 = 4, 4>0, два корня

$$x_{1,2} = (6 \pm 2) : 2 \qquad x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$x^2 – 6x + 8 = (x – 2)(x - 4)$$

Отметим на числовой прямой корни трехчлена 2 и 4. Определим знаки выражения (x-2)(x-4) на каждом из промежутков.

+ 2 - 4 +

Ответ: $x<2, x>4$ или $(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$.

Алгоритм выполнения метода интервалов:

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2- корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- 2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2.
- 3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаку неравенства знаком

(если знак неравенства $<$,то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства $>$, то выбираем промежутки со знаком «+»).