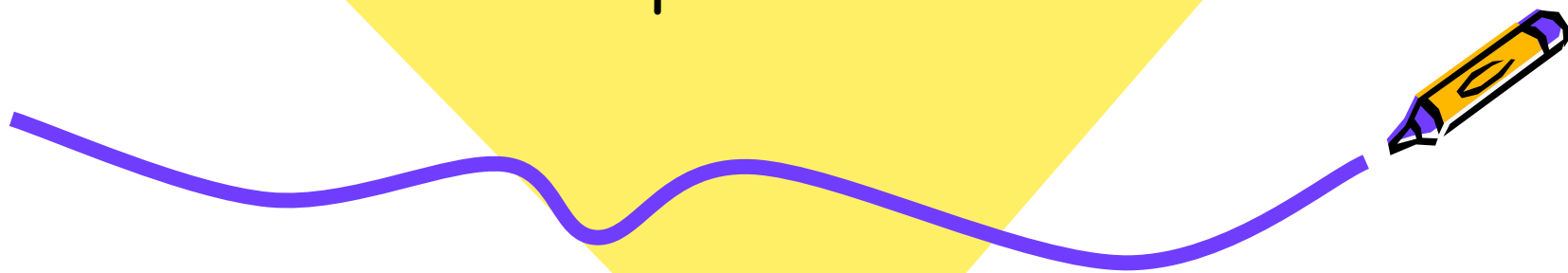




Линейные и
квадратные
неравенства
9 класс.

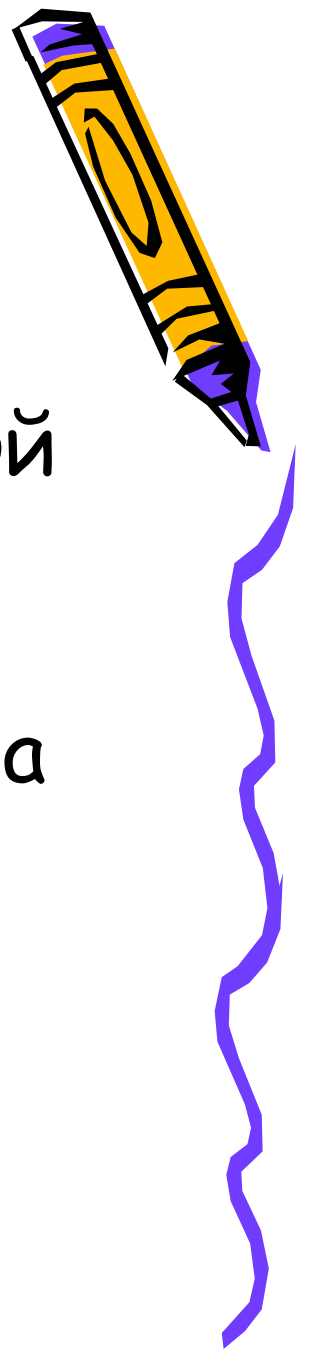
Семибратова О.П.



Линейные неравенства

- *Линейным неравенством с одной переменной x называется неравенство вида $ax + b > 0$, где $a \neq 0$.*
- *Решение неравенства – значение переменной x , которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.*
- *Множество частных решений называют общим решением.*





Квадратные неравенства

- Квадратным неравенством с одной переменной x называют неравенство вида $ax^2 + bx + c > 0$, где a, b, c — действительные числа (кроме $a = 0$).





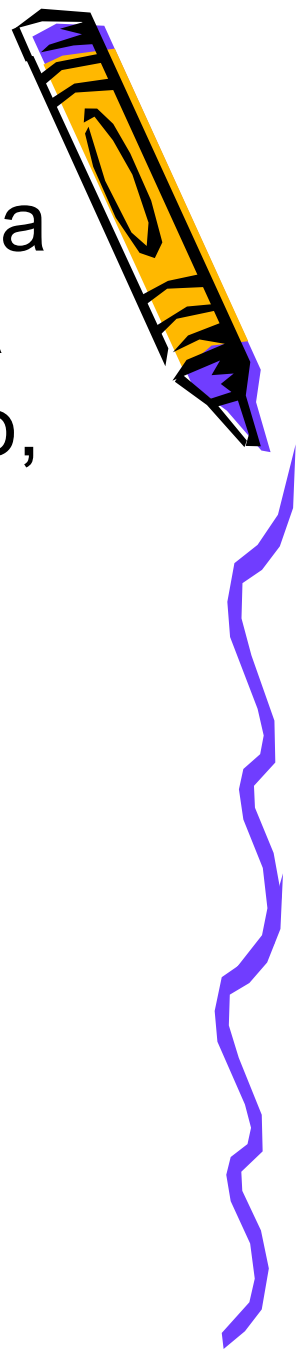
Два неравенства $f(x) < g(x)$ и $r(x) < s(x)$ называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

Правило 1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

Например: $6x + 5 < 4x$

$$6x + 5 - 4x < 0$$





- **Правило 2.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

- **Например:** $8x - 4 > 12x^2$
 $2x - 1 > 3x^2$





- **Правило 3.** Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный

- **Например:** $-2x^2 - 3x + 1 < 0$
 $2x^2 + 3x - 1 > 0$





- **Правило 2***. Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, положительное при всех значениях x , и сохранить знак исходного неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Правило 3*. Если обе части неравенства с переменной x умножить или разделить на одно и то же выражение $p(x)$, отрицательное при всех значениях x , и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.



Решение неравенств

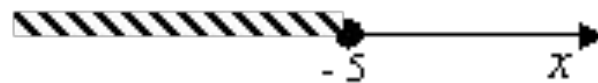
$$2x + 8 > 0 \Rightarrow 2x > -8 \mid : 2 > 0$$

$$x > -4 \quad (-4, +\infty)$$



$$-3x - 15 \geq 0$$

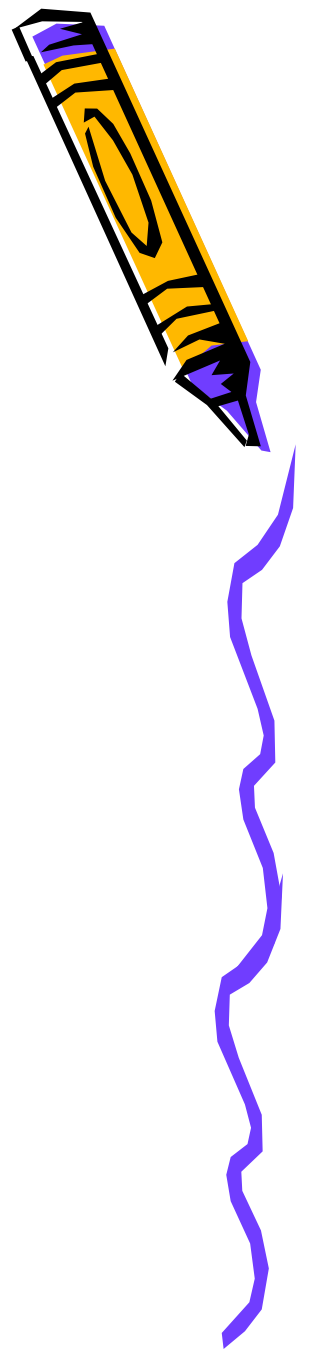
$$-3x \geq 15 \mid : (-3) < 0$$



$$x \leq -5 \quad x \in (-\infty, -5]$$



Решите неравенство



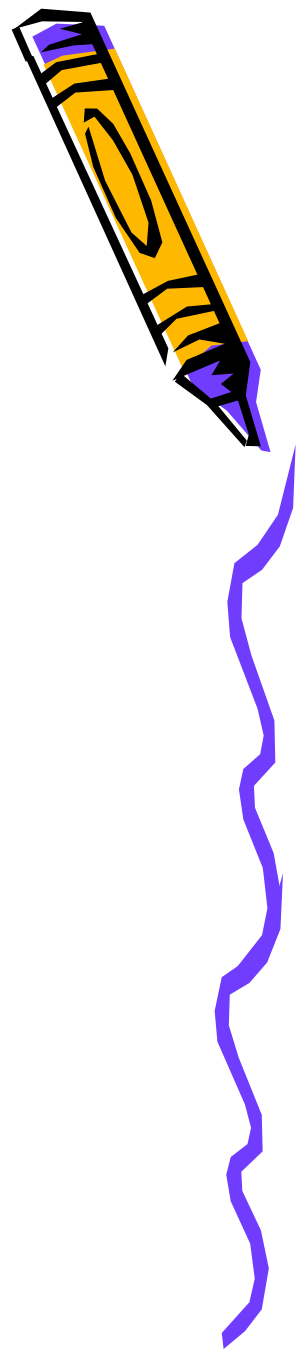
- $4a-11 < a + 13$
- $6-4c > 7+6c$

- $8b+3 < 9b-2,$
- $3-2x < 12-5x.$



Методы решения квадратных неравенств.

- Графический метод.
- Метод интервалов.



Графический метод.



• Решить неравенство $3x + 9 < 2x^2$.

$$1. 3x + 9 - 2x^2 < 0$$

2. Найдем корни квадратного
трехчлена $-2x^2 + 3x + 9$; для этого
решим квадратное уравнение $-2x^2 +$
 $3x + 9 = 0$

$$x = -1,5, x = 3$$



3 Построим схематически график функции
 $y = -2x^2 + 3x + 9$

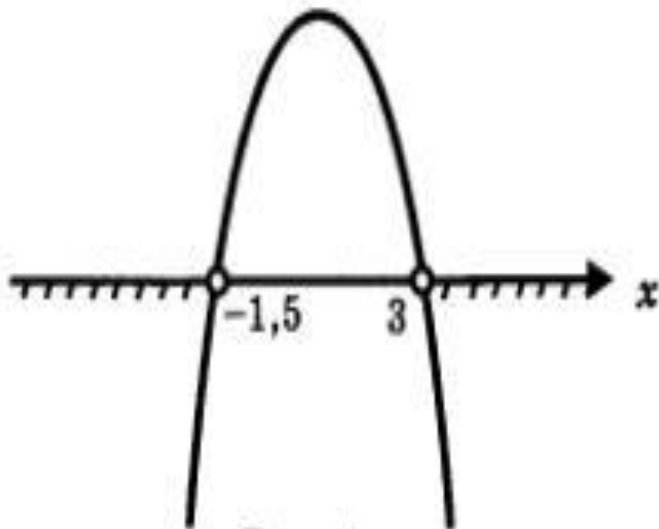


Рис. 1

От в ет: $x < -1,5$; $x > 3$.



Алгоритм применения графического метода:



1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c , т.е. решить уравнение $ax^2+bx+c=0$.
2. Отметить найденные значения на оси x в координатной плоскости.
3. Схематично построить график параболы.
4. Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Частные случаи при $D < 0$:

- а) $a < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$ нет решений
 $ax^2 + bx + c < 0$ $(-\infty; +\infty)$
- б) $a > 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $(-\infty; +\infty)$
 $ax^2 + bx + c \leq 0$ нет решений



Решите неравенство: $x^2 - 6x + 8 > 0$

- Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 6x + 8$ на множители. Решим уравнение

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$D = 36 - 32 = 4, 4 > 0, \text{ два корня}$$

$$x_{1,2} = (6 \pm 2) : 2 \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

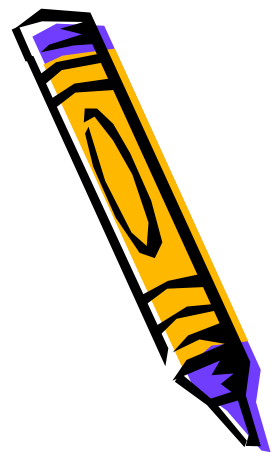
$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

Отметим на числовой прямой корни трехчлена 2 и 4.

Определим знаки выражения $(x-2)(x-4)$ на каждом из промежутков.

$$+ \quad 2 \quad - \quad 4 \quad +$$

Ответ: $x < 2, x > 4$ или $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$.



Алгоритм выполнения метода интервалов:



- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- 2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2 .
- 3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства $<$, то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства $>$, то выбираем промежутки со знаком «+»).

