

Комплексные
числа

Комплексные
числа



Комплексные числа



Действия с комплексными числами в алгебраической форме



Сложение Правило сложения

КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

$$(a + bi) + (c + di) =$$

$$(a + c) + (b + d)i$$



Сложение

$$(1 - 3i) + (2 - 5i) = 1 - 3i + 2 - 5i = 1 + 2 - 3i - 5i =$$

$$(1 + 2) - (3i + 5i) = 3 - 8i$$

$$(-3 + \sqrt{2}i) + (2 - \sqrt{2}i) =$$

$$-3 + \sqrt{2}i + 2 - \sqrt{2}i = -1$$

$$(4 + 2i) + (5 - i) = 9 + i$$

$$(2 + 4i) + (1 + 3i) = 3 + 7i$$



Вычитание

Правило вычитания

КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

$$(a + bi) - (c + di) =$$

$$(a - c) + (b - d)i$$



Вычитание

$$(1 - 3i) - (2 - 5i) = 1 - 3i - 2 + 5i = -1 + 2i$$

$$(-3 + \sqrt{2}i) - (2 - \sqrt{2}i) = -3 + \sqrt{2}i - 2 + \sqrt{2}i = -5 + 2\sqrt{2}i$$

$$(4 + 2i) - (5 - i) = 4 + 2i - 5 + i = -1 + 3i$$

$$(2 + 4i) - (1 + 3i) = 2 + 4i - 1 - 3i = 1 + i$$



Сложение и вычитание

$$(4 + 3i) - (4 - 3i) \quad 6i$$

$$(7 + 2i) + (3 - 4i) \quad 10 - 2i$$

$$(4 + i) - (-5 + i) \quad 9$$


$$(1 + 3i) + (-3 + i) \quad -2 + 4i$$



Умножение Правило умножения

КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

$$(a + bi)(c + di) =$$

$$(ac - bd) + (ad + bc)i$$


Умножение

Однако при умножении комплексных чисел следует помнить, что математики с XVI века производили операции над этими числами по тем же правилам, что и над многочленами, учитывая, что $i^2 = -1$

$$(a + bi)(c + di) =$$

$$= ac + adi + bci + bdi^2 =$$

$$= ac - bd + (ad + bc)i$$



Умножение

$$(-3 - 2i)(5 - i)$$

$$= -3 \cdot 5 + 3i - 2i \cdot 5 + 2i^2 =$$

$$= -15 + 3i - 10i - 2 = -17 - 7i$$

$$(7 + 2i) \cdot (3 - 4i) =$$

$$= 7 \cdot 3 - 7 \cdot 4i + 2i \cdot 3 - 2i \cdot 4i =$$

$$= 21 - 28i + 6i - 8i^2 =$$

$$= 21 + 8 - 22i = 29 - 22i$$



Умножение

$$(-2 + 3i)(6 + 2i)$$

$$(2 + 3i)(-1 + 2i)$$

$$(5 - 4i)(2 - 5i)$$

$$(6 - 2i)(3 - 5i)$$



Деление Правило деления

КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

Частным от деления комплексного числа $z_1 = a_1 + b_1 i$ на число $z_2 = a_2 + b_2 i \neq 0$, называется комплексное число $z_3 = a_3 + b_3 i$, такое, что $z_1 = z_2 \cdot z_3$.

$$a_1 + b_1 i = (a_2 + b_2 i) \cdot (a_3 + b_3 i)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{b_1 a_2 + a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$$

Это равенство легко получить путем умножения числителя и знаменателя дроби на число комплексно – сопряженное знаменателю.



Деление

$$\frac{1+2i}{3-2i} = \frac{(1+2i) \cdot (3+2i)}{(3-2i) \cdot (3+2i)} =$$

$$= \frac{(3+2i+6i+4i^2)}{3^2-(2i)^2} = \frac{(3+8i-4)}{3^2+4} =$$

$$= \frac{-1+8i}{13} = -\frac{1}{13} + \frac{8}{13}i$$



Деление

$$\frac{-7 + 2i}{5 - 4i} = \frac{(-7 + 2i)(5 + 4i)}{(5 - 4i)(5 + 4i)} =$$

$$= \frac{-35 - 28i + 10i + 8i^2}{25 + 16} =$$

$$= \frac{-43 - 18i}{41} = -\frac{43}{41} - \frac{18}{41}i$$



Деление

$$\frac{-7 + 2i}{5 - 4i}$$

$$= \frac{-35 - 28i + 10i + 8i^2}{25 + 16} =$$

$$\frac{-35 - 28i + 10i + 8i^2}{25 + 16}$$
$$= \frac{-43 - 18i}{41} = -\frac{43}{41} - \frac{18}{41}i$$



Умножение и деление

$$\frac{(3 - i)(1 + 3i)}{2 - i}$$

$$\frac{3 - 4i}{(1 + i)(2 - i)}$$



Умножение и деление

$$\frac{(3-i)(1+3i)}{2-i} = \frac{3+9i-i-3i^2}{2-i} = \frac{3+8i+3}{2-i} = \frac{6+8i}{2-i} = \frac{(6+8i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{(3-4i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$$

$$= \frac{12+6i+16i+8i^2}{4+1} = \frac{12+22i-8}{5} = \frac{4+22i}{5} = \frac{4}{5} + \frac{22}{5}i$$

$$\frac{3-4i}{(1+i)(2-i)} = \frac{3-4i}{(2-i^2)+(-1i+2i)} = \frac{3-4i}{3+i} = \frac{3-4i}{3+i} = \frac{(3-4i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \frac{9-3i-12i+4i^2}{9+1} = \frac{9-15i-4}{10}$$

$$= \frac{5-15i}{10} = \frac{1-3i}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

