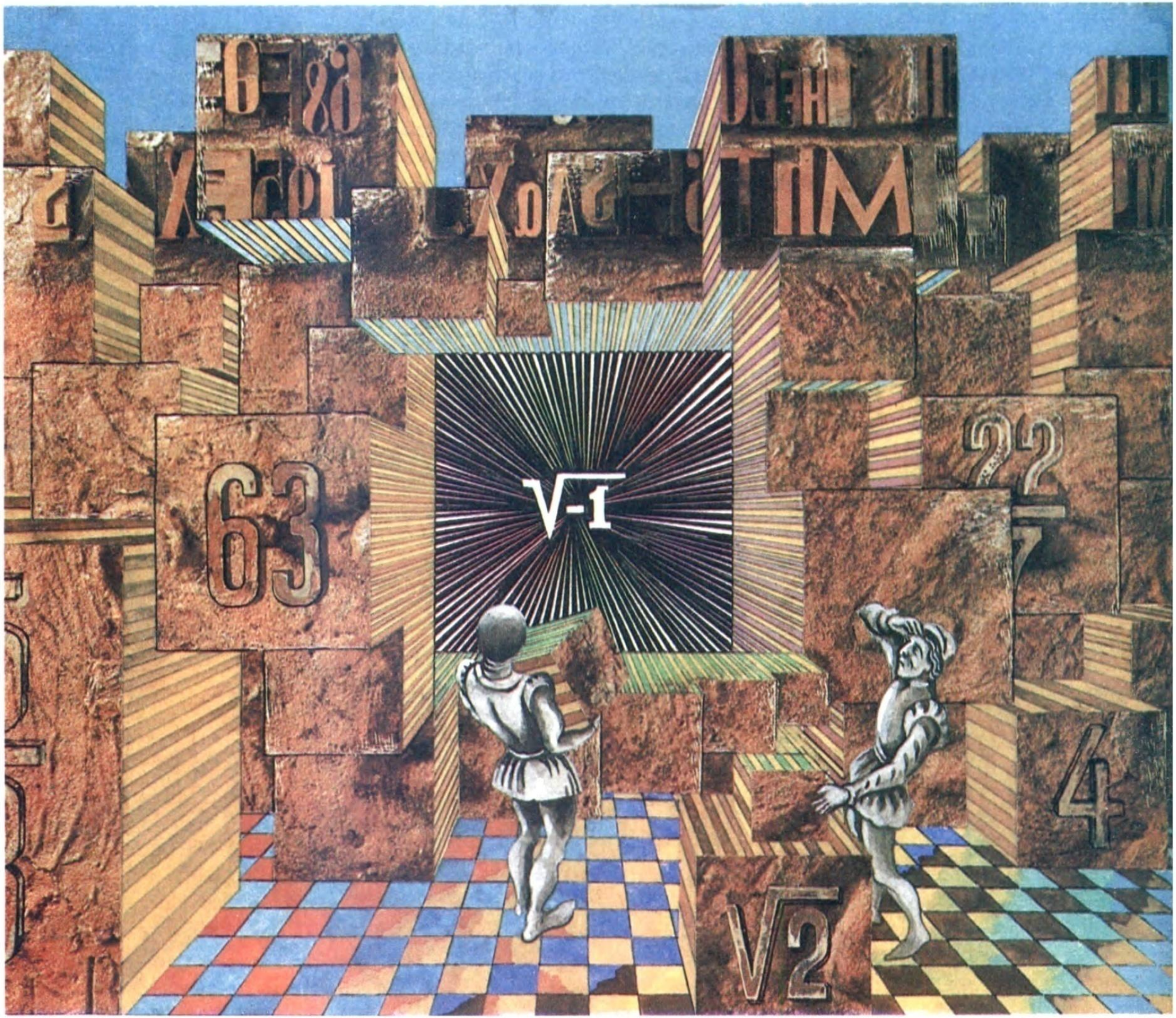
Комплексные числа

Комплексные числа

Комплексные числа


√-1
63
22
4
√2

Действия с комплексными числами в алгебраической форме

$a+bi$

$a+bi$

Сложение

Правило сложения комплексных чисел

$$(a+bi)+(c+di)=$$

$$(a+c)+(b+d)i$$

Сложение

$$(1-3i)+(2-5i)=1-3i+2-5i=1+2-3i-5i=$$

$$(1+2)-(3i+5i)=3-8i$$

$$(-3+\sqrt{2}i)+(2-\sqrt{2}i)=$$

$$-3+\sqrt{2}i+2-\sqrt{2}i=-1$$

$$(4+2i)+(5-i)=9+i$$

$$(2+4i)+(1+3i)=3+7i$$

Вычитание

Правило вычитания комплексных чисел

$$(a+bi)-(c+di)=$$

$$(a-c)+(b-d)i$$

Вычитание

$$(1-3i)-(2-5i)=1-3i-2+5i=-1+2i$$

$$(-3+\sqrt{2}i)-(2-\sqrt{2}i)=-3+\sqrt{2}i-2+\sqrt{2}i=$$

$$-5+2\sqrt{2}i$$

$$(4+2i)-(5-i)=4+2i-5+i=$$

$$-1+3i$$

$$(2+4i)-(1+3i)=2+4i-1-3i=$$

$$1+i$$

Сложение и вычитение

$(4+3i)-(4-3i)$ $\quad$ $6i$

$(7+2i)+(3-4i)$ $\quad$ $10-2i$

$(4+i)-(-5+i)$ $\quad$ 9

$(1+3i)+(-3+i)$ $\quad$ $-2+4i$

Умножение

Правило умножения комплексных чисел

$$(a+bi)\cdot(c+di)=$$

$$(ac-bd)+(ad+bc)i$$

Умножение

Однако при умножении комплексных чисел следует помнить, что математики с XVI века производили операции над этими числами по тем же правилам, что и над многочленами, учитывая, что $i^2 = -1$

$$(a+bi)\cdot(c+di)=$$

$$=ac+adi+bci+bdi^2=$$

$$=ac-bd+(ad+bc)i$$

Умножение

$$(-3-2i)(5-i)$$

$$=-3\cdot 5+3i-2i\cdot 5+2i^2=$$

$$=-15+3i-10i-2=-17-7i$$

$$(7+2i)\cdot(3-4i)=$$

$$=7\cdot 3-7\cdot 4i+2i\cdot 3-2i\cdot 4i=$$

$$=21-28i+6i-8i^2=$$

$$=21+8-22i=29-22i$$

Умножение

$$(-2+3i)(6+2i)$$

$$(2+3i)(-1+2i)$$

$$(5-4i)(2-5i)$$

$$(6-2i)(3-5i)$$

Деление

Правило деления комплексных чисел

Частным от деления комплексного числа $z_1=a_1+b_1i$ на число $z_2=a_2+b_2i \neq 0$, называется комплексное число $z_3 = a_3+b_3i$, такое, что $z_1 = z_2 \cdot z_3$.

$$a_1 + b_1 i = (a_2 + b_2 i)\cdot(a_3 + b_3 i)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{b_1 a_2 + a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$$

Это равенство легко получить путем умножения числителя и знаменателя дроби на число комплексно – сопряженное знаменателю.

Деление

$$\frac{1+2i}{3-2i}=\frac{(1+2i)\cdot(3+2i)}{(3-2i)\cdot(3+2i)}=$$

$$=\frac{(3+2i+6i+4i^2)}{3^2-(2i)^2}=\frac{(3+8i-4)}{3^2+4}=$$

$$=\frac{-1+8i}{13}=-\frac{1}{13}+\frac{8}{13}i$$

Деление

$$\frac{-7+2i}{5-4i}=\frac{(-7+2i)(5+4i)}{(5-4i)(5+4i)}=$$

$$=\frac{-35-28i+10i+8i^2}{25+16}=$$

$$=\frac{-43-18i}{41}=-\frac{43}{41}-\frac{18}{41}i$$

Деление

$$\frac{-7+2i}{5-4i}$$

$$=\frac{-35-28i+10i+8i^2}{25+16}=$$

$$\frac{-35-28i+10i+8i^2}{25+16}$$

$$=\frac{-43-18i}{41}=-\frac{43}{41}-\frac{18}{41}i$$

Умножение и деление

$$\frac{(3-i)(1+3i)}{2-i}$$

$$\frac{3-4i}{(1+i)(2-i)}$$

Умножение и деление

$$\frac{(3-i)(1+3i)}{2-i}=\frac{3+9i-i-3i^2}{2-i}=\frac{3+8i+3}{2-i}=\frac{6+8i}{2-i}=\frac{(6+8i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{(3-4i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=$$

$$=\frac{12+6i+16i+8i^2}{4+1}=\frac{12+22i-8}{5}=\frac{4+22i}{5}=\frac{4}{5}+\frac{22}{5}i$$

$$\frac{3-4i}{(1+i)(2-i)}=\frac{3-4i}{(2-i^2)+(-1i+2i)}=\frac{3-4i}{3+i}=\frac{3-4i}{3+i}=\frac{(3-4i)(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\frac{9-3i-12i+4i^2}{9+1}=\frac{9-15i-4}{10}=$$

$$=\frac{5-15i}{10}=\frac{1-3i}{2}=-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$$