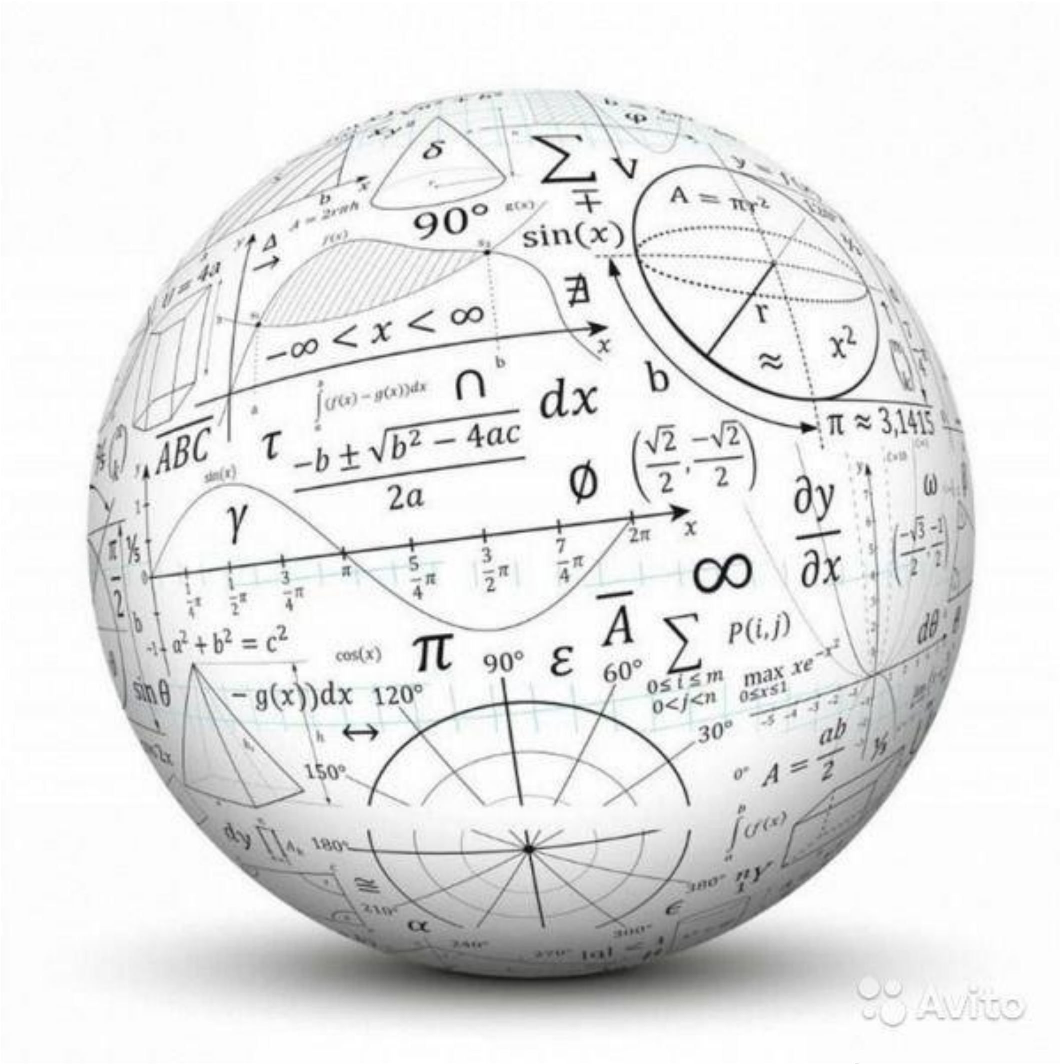
Проект учащихся «Логарифмы»



Цели проекта:

1) Узнать историю происхождения логарифмов.

2) Понять, где в нашей жизни встречаются логарифмы и нужны ли они?

3) Узнать, что такое логарифмическая спираль в жизни?

4) Роль логарифмов в природе, музыке, химии.

Что такое логарифм ?

Логари́фм числа b по основанию a (от греч.) определяется как показатель степени, в которую надо возвести основание a, чтобы получить число b.

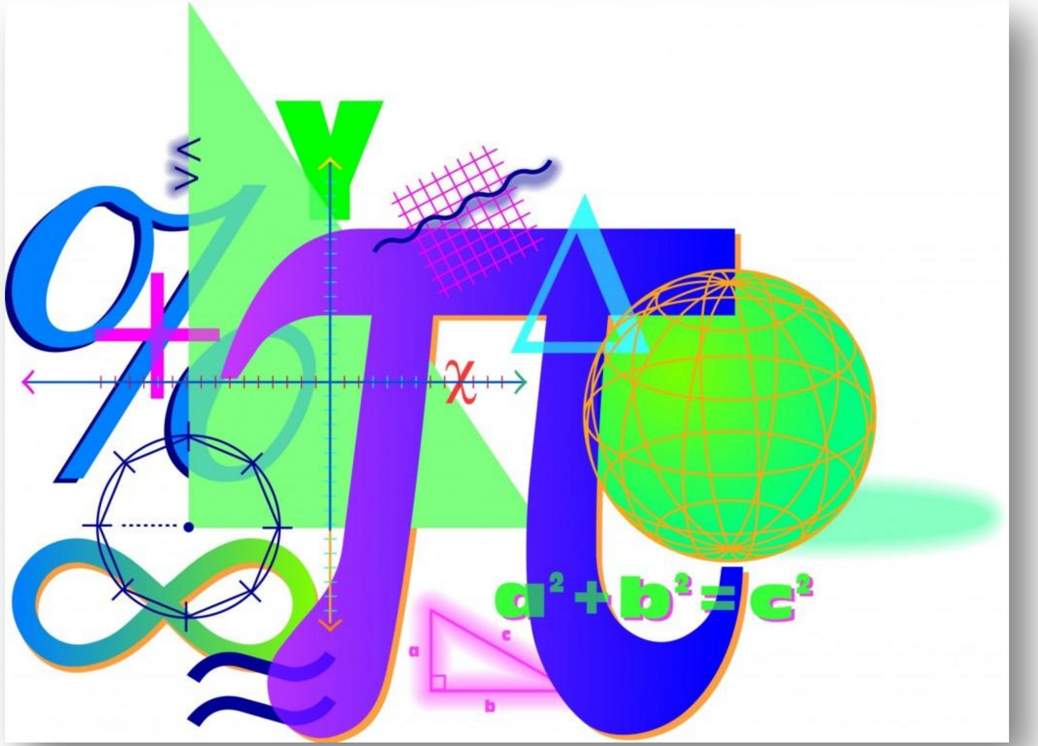
Обозначение: $\log_a b$

Из определения следует, что нахождение:

$$x = \log_a b$$

равносильно решению уравнения:

$$a^x = b$$



Пример:

Например,

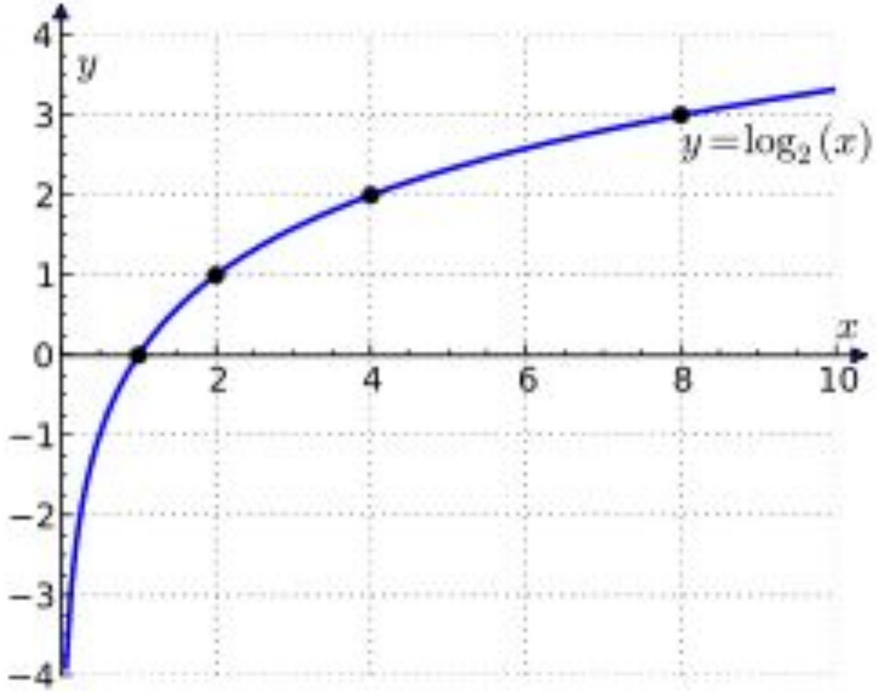
$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8;$$

$$\log_7 49 = 2, \text{ так как } 7^2 = 49;$$

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ так как } 5^{-1} = \frac{1}{5};$$

$$\log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}, \text{ так как } 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}.$$

Вычисление логарифма называется логарифмированием. Числа a,b чаще всего вещественные, но существует также теория комплексных логарифмов. Логарифмы обладают уникальными свойствами, которые определили их широкое использование для существенного упрощения трудоёмких вычислений.



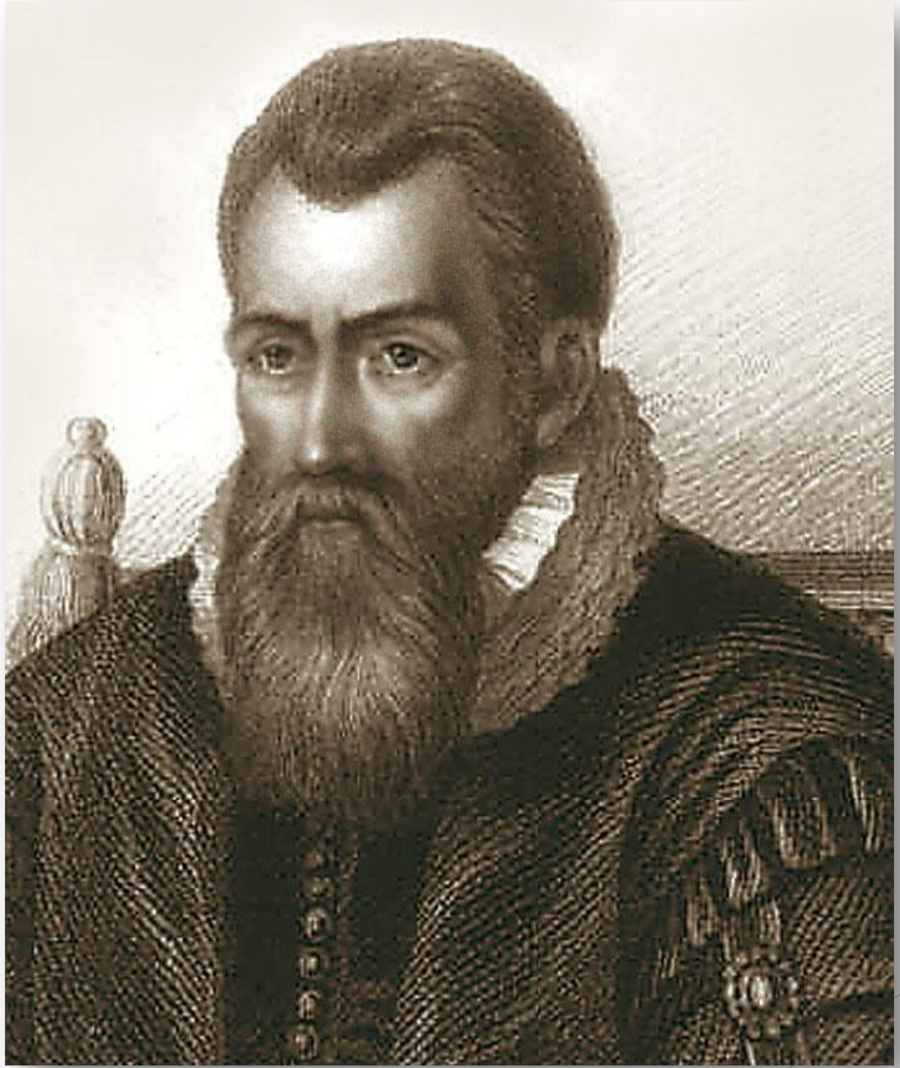
Кто создал?

Определение логарифмов и таблицу их значений (для тригонометрических функций) впервые опубликовал в 1614 году шотландский математик

Джон Непер (1550—1617) — шотландский математик, один из изобретателей логарифмов, первый публикатор логарифмических таблиц.

8-й представитель нетитулованного дворянства в Шотландии.

Создатель.



История логарифмов.

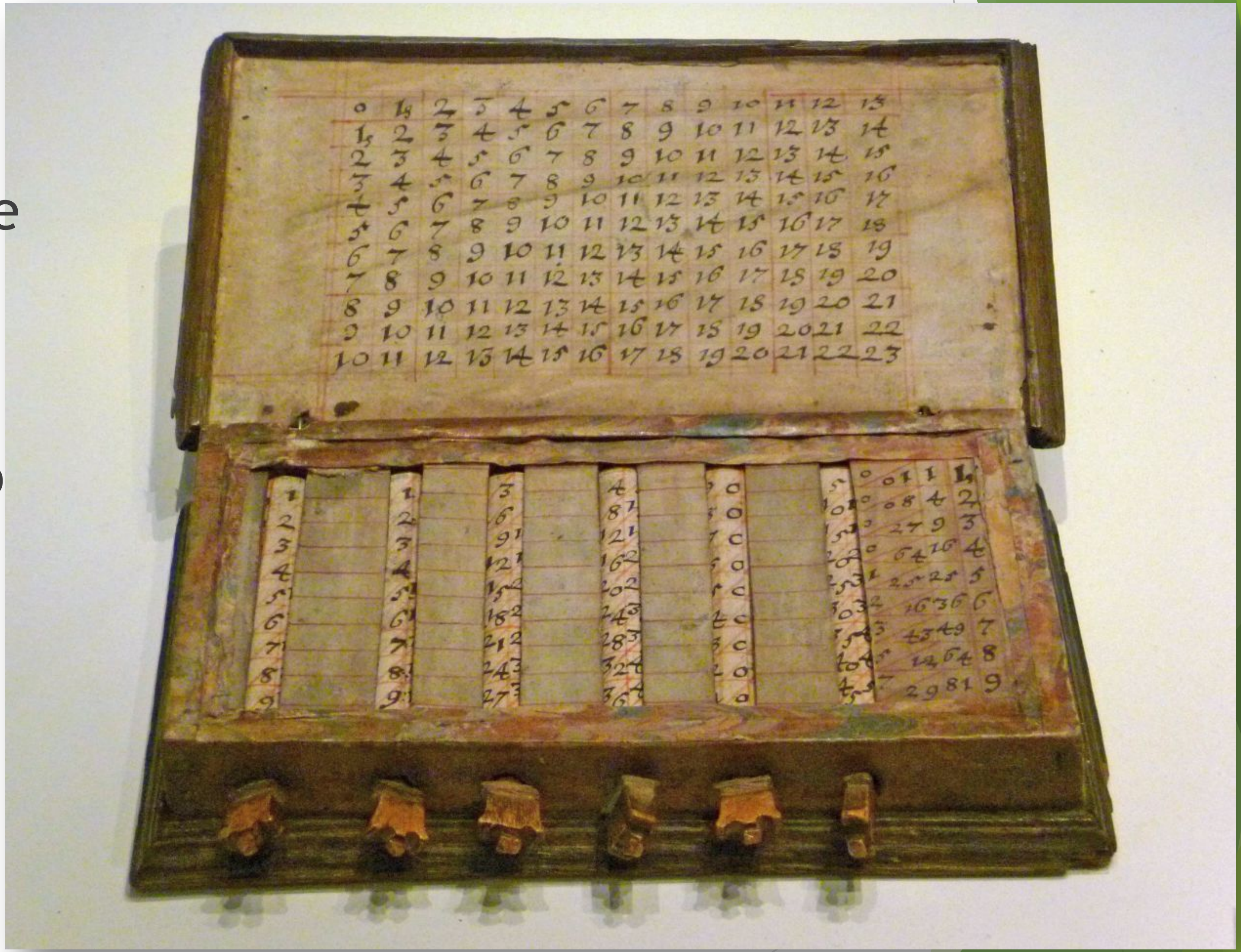
Непер хотел заменить трудоёмкое умножение на простое сложение, сопоставив с помощью специальных таблиц геометрическую и арифметическую прогрессии, при этом геометрическая будет исходной.

Прогрессии

	Арифметическая	Геометрическая
Определение	Последовательность, **каждый член которой**, начиная со второго, **равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом**	Последовательность отличных от нуля чисел, **каждый член которой**, начиная со второго, **равен предыдущему, умноженному на одно и то же число**
Рекуррентная формула	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n \cdot q$
Формула n-го члена	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
Сумма n первых членов	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$	$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$
Характеристическое свойство	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \pm\sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$

Книга Непера.

В 1614 году Непер опубликовал в Эдинбурге сочинение под названием «Описание удивительной таблицы логарифмов» . Там было краткое описание логарифмов и их свойств, а также семизначные таблицы логарифмов синусов, косинусов и тангенсов .



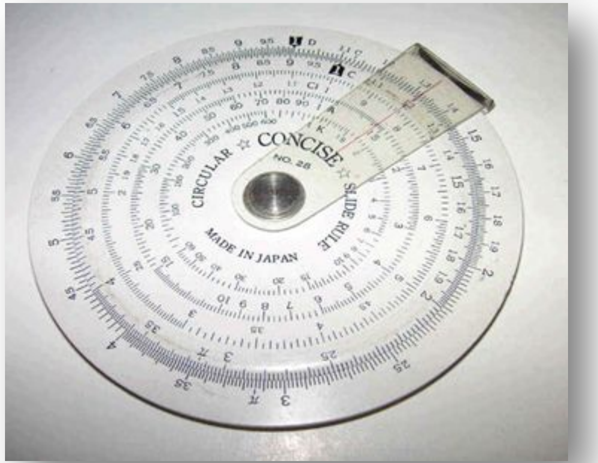
Функция Непера.

Строго говоря, Непер табулировал не ту функцию, которая сейчас называется логарифмом. Если обозначить его функцию LogNap(x), то она связана с натуральным логарифмом (ln) следующим образом.

$$\mathrm{LogNap}(x) = M * (\ln(M) - \ln(x))$$

Историческая справка.

Через десяток лет после появления логарифмов английский ученый Гунтер изобрел очень популярный прежде счетный прибор –логарифмическую линейку. Она помогала астрономам и инженерам при вычислениях, она позволяла быстро получать ответ достаточной точностью в три значащие цифры. Теперь ее вытеснили калькуляторы, но без логарифмической линейки не были бы построены ни первые компьютеры, ни микрокалькуляторы.



Современные представления.

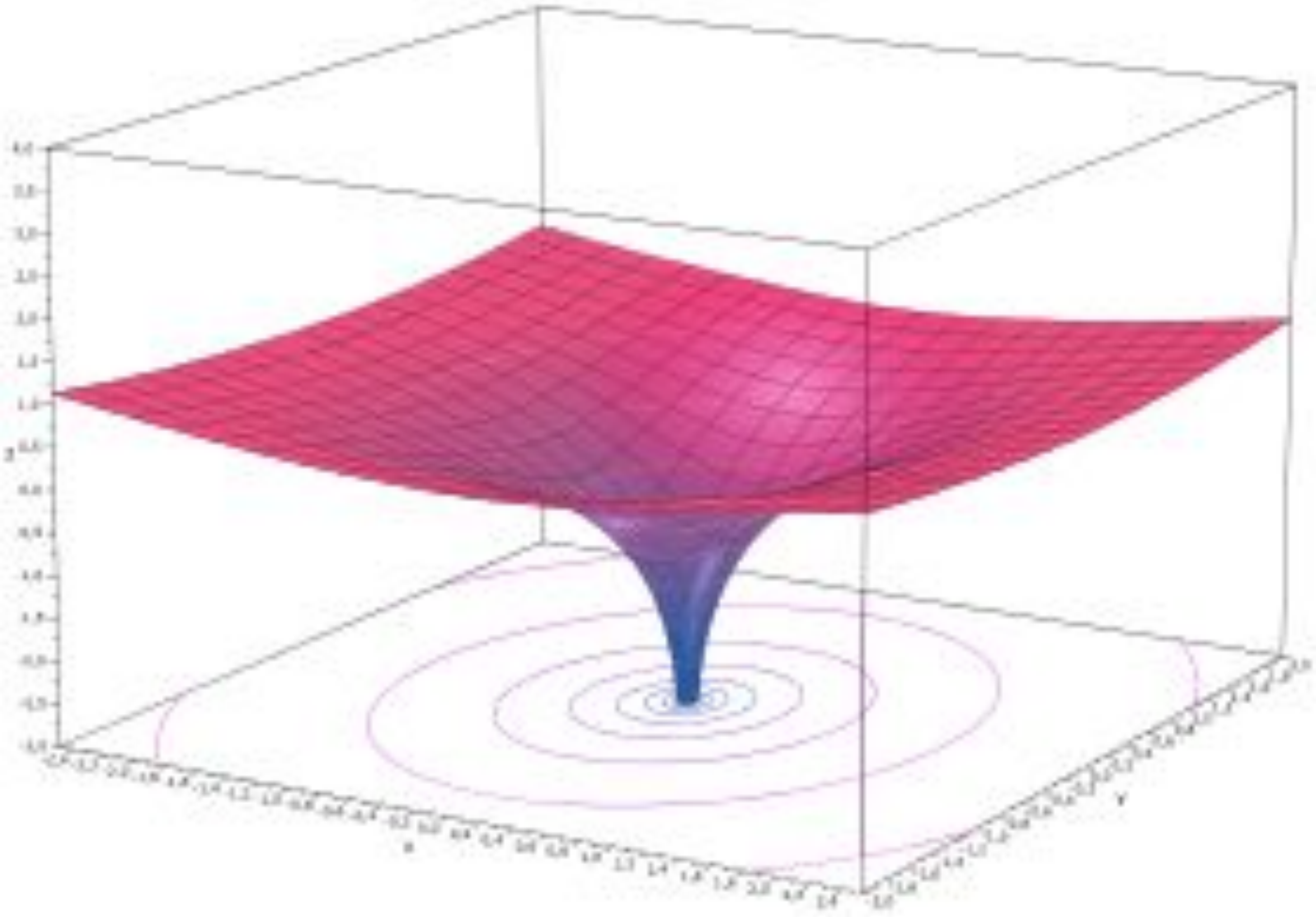
Современное определение логарифмирования — как операции, обратной возведению в степень — впервые появилось у Валлиса и Иоганна Бернулли, а окончательно было узаконено Эйлером в XVIII веке. Эйлеру принадлежит и заслуга распространения логарифмической функции на комплексную область

Метод потенцирования;
Метод логарифмирования.

$$\log_4(2x-1)=\log_4(x+5)$$
$$2x-1=x+5$$
$$2x-x=5+1$$
$$x=6$$

$$x^{\log_3 x}=3$$
$$\log_3 x^{\log_3 x}=\log_3 3$$
$$\log_3 x\cdot\log_3 x=\log_3 3$$
$$\log_3{}^2 x=1$$
$$\log_3 x=\pm1$$
$$\log_3 x=1 \qquad \log_3 x=-1$$
$$x=3 \qquad x=3^{-1}=\frac{1}{3}$$

Вещественный логарифм.



Вещественный логарифм

Логарифм вещественного числа $x = \log_a b$

по определению есть решение уравнения $a^x = b$

Вещественный логарифм $\log_a b$

имеет смысл при $a > 0, a \neq 1, b > 0$

Свойства вещественного логарифма.

1 Основное логарифмическое тождество. $a^{\log_a b} = b$

2 Логарифмы единицы и числа, равного основанию.

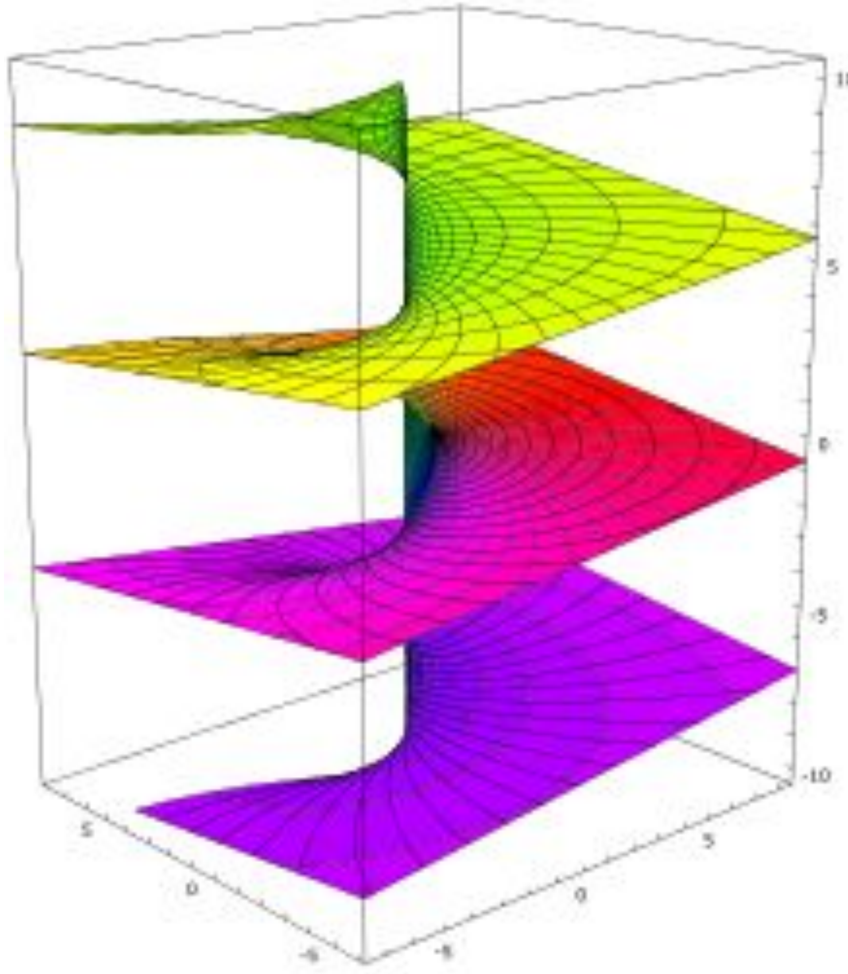
$$\log_a 1 = 0;\ \log_a a = 1.$$

3 Логарифм произведения, частного от деления, степени и корня.

4 Замена основания логарифма.

5 Неравенства. $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

Комплексный логарифм.



Комплексный логарифм.

Для комплексных чисел логарифм определяется так же, как вещественный. На практике используется почти исключительно натуральный комплексный логарифм, который обозначается $\operatorname{Ln} z$

и определяется как решение

$$e^w = z$$

И является многозначной.

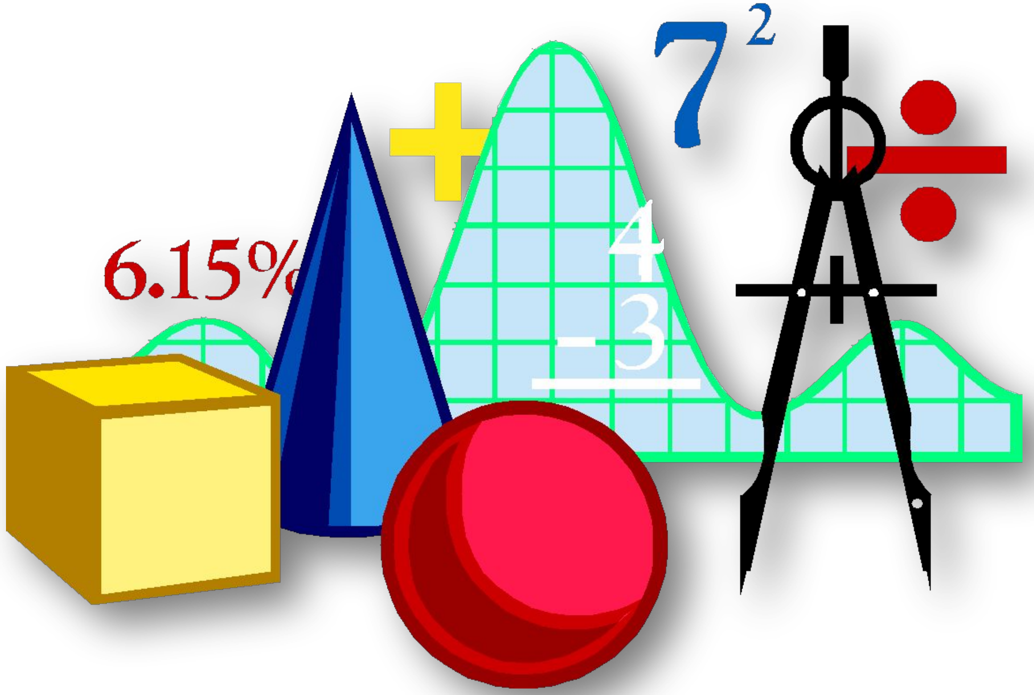
Комплексный логарифм существует для любого

$$z \neq 0$$

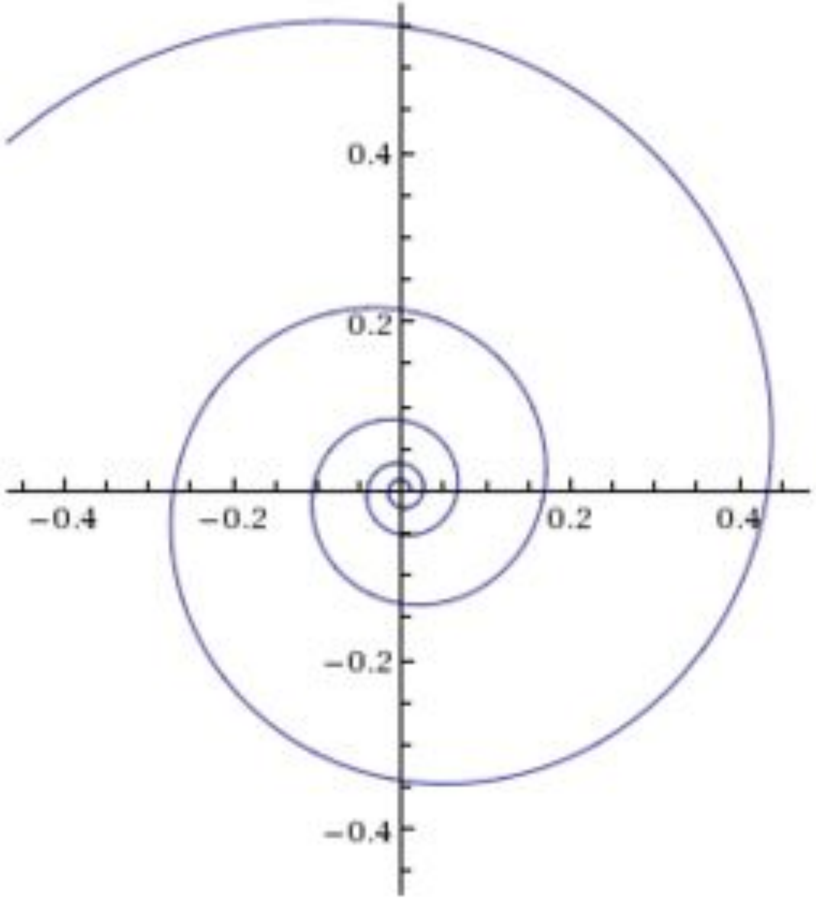
и его вещественная часть определяется однозначно, в то время как мнимая часть имеет бесконечное множество значений, различающихся на целое кратное 2π

Полезность.

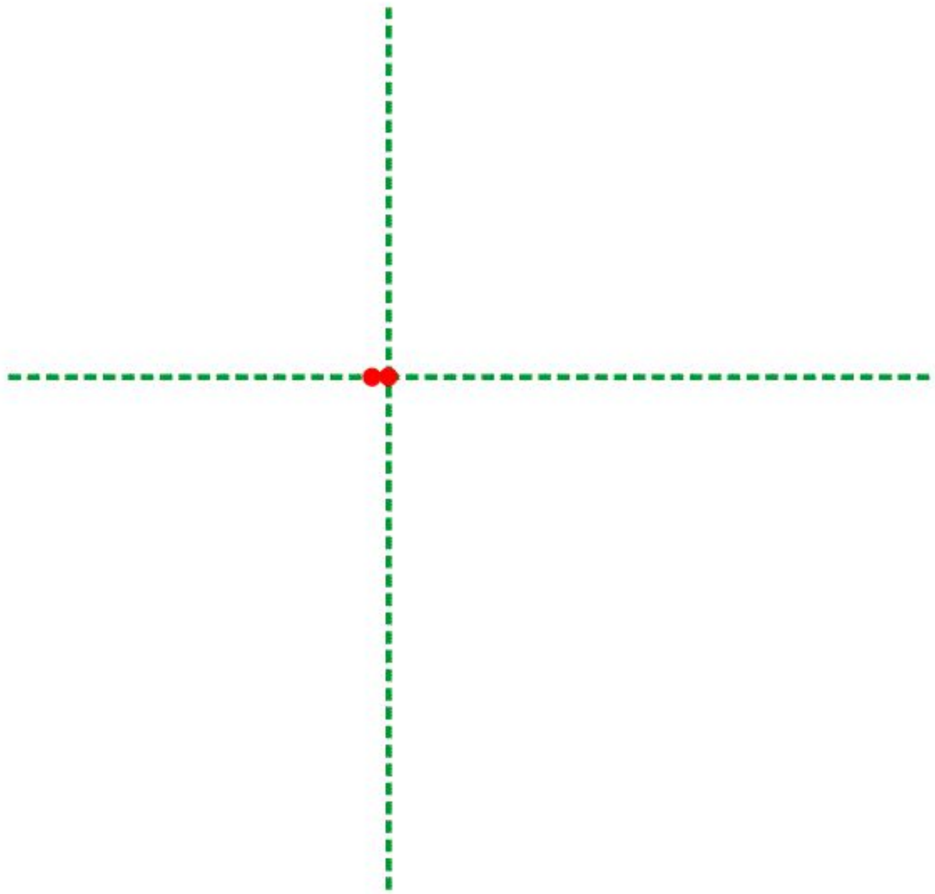
Логарифмические таблицы, расширенные и уточнённые другими математиками, повсеместно использовались для научных и инженерных расчётов более трёх веков, пока не появились электронные калькуляторы и компьютеры.



Логарифмическая спираль.



Логарифми́ческая спира́ль или изогональная спираль — особый вид спирали, часто встречающийся в природе. Является траекторией точки , которая движется вдоль равномерно вращающейся прямой.



Создатель.

Логарифмическая спираль была впервые описана Декартом и позже интенсивно исследована Якобом Бернулли, который называл её Spiramirabilis — «удивительная спираль».

Логарифмы в природе.

Известно, что живые существа обычно растут, сохраняя общее начертание своей формы. Некоторым моллюскам чтобы не слишком вытягиваться в длину, приходится скручиваться .

Рога таких млекопитающих, как архары (горные козлы), закручены по логарифмической спирали.

По логарифмическим спиралям закручены многие галактики, в частности Галактика, которой принадлежит солнечная система.

По логарифмической спирали формируется и тело циклона.

Один из наиболее распространенных пауков ЭПЕЙРА, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали.

Хищные птицы кружат над добычей по логарифмической спирали. Так им удобнее смотреть на добычу.

По логарифмическим спиралям выстраиваются цветки в соцветиях подсолнечника.

Актуальный pH крови - отрицательный логарифм концентрации водородных ионов крови в физиологических условиях.

Молекулы ДНК имеют огромную по молекулярным масштабам длину и состоят из 2-х нитей, сплетённых между собой в двойную спираль.

Логарифмы в космосе.

Яркость звезд составляет геометрическую прогрессию со знаменателем 2,5 . Оценивая яркость звезд, астроном пользуется таблицей логарифмов.

Аналогично оценивается и громкость шума.

Логарифмы в музыке.

Ступени темперированной хроматической гаммы (12- звуковой) частот звуковых колебаний представляют собой логарифмы .

Основание этих логарифмов равно 2.

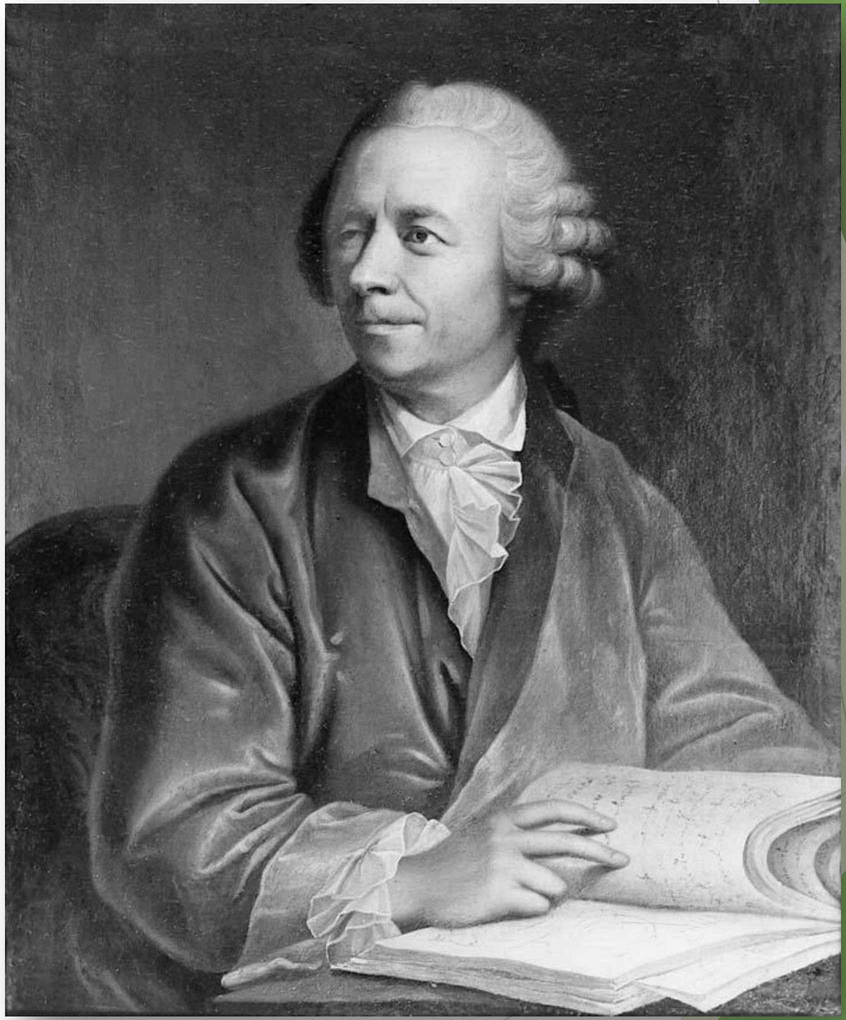
Логарифмы в психологии.

Ощущения, воспринимаемые органами чувств человека, могут вызываться раздражениями, отличающимися друг от друга во много раз. Опыты показали, что организм как бы «логарифмирует» полученные им раздражения. Вредное влияние промышленных шумов на здоровье рабочих побудило выработать приёмы точной числовой оценки громкости шума.

Изучение логарифмов.

Эйлер принадлежит к числу гениев, чьё творчество стало достоянием всего человечества. До сих пор школьники всех стран изучают тригонометрию и логарифмы в том виде, какой придал им Эйлер.

Студенты проходят высшую математику по руководствам, первыми образцами которых явились классические монографии Эйлера.



Спасибо за внимание!

- Презентацию к проекту подготовили учащиеся 11 А класса гимназии №35 г.о.Тольятти Самарской области
- : Дегтярев Максим
- Понькина Екатерина
- Хлебникова Марта
- Бурьян Денис
- под руководством учителя математики Батаевой Г.А