Тема урока: Понятие алгебраической дроби и ее значение

8 класс

Учитель математики МБОУ «СОШ имени С.А. Ахтямова села Манзарас» Ахметшина М.Г.

Пример 1.

Катер с собственной скоростью 12 км/ч прошел 14 км по течению реки и 20 км/ч против течения, затратив на весь путь 3 ч.

Найдите скорость течения реки.

По традиционной схеме приступим к решению модели.

Первый этап- составление математической модели.

Пусть x км/ч-скорость течения реки.

Тогда по течению реки катер плывет со скоростью (12+x) км/ч, а против течения- со скоростью (12-x) км/ч.

По течению реки (т.е. со скоростью (12+x) км/ч) катер прошел 14 км и затратил время $\frac{14}{12+x}$ч.

Против течения реки (т.е. со скоростью (12-x) км/ч) катер шел 20 км и затратил время $\frac{20}{12-x}$ ч.

По условию задачи на весь путь (т.е. по течению и против течения) было затрачено 3 ч.

Получаем уравнение: $\frac{14}{12+x} + \frac{20}{12-x} = 3.$

Составленное уравнение является математической моделью задачи.

Второй этап-работа с составленной моделью.
Обратите внимание на левую часть уравнения. Видим что:
1) в уравнение входят алгебраические дроби $\frac{14}{12+x}$ и $\frac{20}{12-x}$ с разными знаменателями;
2) необходимо детальнее изучить алгебраические дроби, в частности, научиться их складывать;
3) в данный момент, не имея навыков работы с подобными дробями, далее Решать задачу мы не в состоянии.
Поэтому давайте детально изучать алгебраические дроби. Напоминаю, что с понятием алгебраической дроби мы познакомились в 7 классе, где рассматривалось сокращение дробей.

Итак:

Алгебраической дробью называют выражение вида $\frac{P}{Q}$, где P и Q-многочлены. При этом P-числитель, Q-знаменатель алгебраической дроби.

Пример 2.

Выражения $\frac{a+2b}{a-b}$, $\frac{x^3+1}{x+1}$, $\frac{2a+3}{5}$- являются алгебраическими дробями.

При этом дробь , $\frac{x^3+1}{x+1}$ может быть записана в виде $\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x+1}$=$x^2$-x+1 и фактически будет многочленом,

а дробь $\frac{2a+3}{5}$=$\frac{2}{5}a+\frac{3}{5}=0{,}4a+0{,}6$ является двучленом.

Противоречия здесь нет. Так же как и в случае обыкновенных дробей, например, натуральное число 7 можно рассматривать в виде дроби $\frac{21}{3}$.

Чтобы найти значение алгебраической дроби, надо подставить значения переменных, входящих в дробное выражение (если это возможно).

Пример 3.

Найдем значение алгебраической дроби $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}$ при:

a) a=2, b=1;

b) a=2,b=2.

a)При a=2,b=1 получаем: $\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}=\frac{2^2-1^2}{2^2-2*2*1+1^2}=\frac{4-1}{4-4+1}=\frac{3}{1}=3.$

При этом заметим, что вычисления были не рациональны, т.к. Предварительно следовало сократить дробь, используя формулы сокращенного умножения:

$$\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b}=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2}=\frac{a+b}{a-b}.$$

Теперь легко найти значение дроби:

$$\frac{a+b}{a-b}=\frac{2+1}{2-1}=\frac{3}{1}=3.$$

Дробное выражение не имеет смысла при тех значениях переменных, при которых знаменатели величин равны нулю.

Пример 4.

а) $3ab^2 + \frac{7a-3b}{a-2}$

не имеет смысла при а=2,

b)$3x^2 + 3y^4 + \frac{3x+2y}{x-y}$

не имеет смысла при x-2y=0,т.е. при x=2y

в)$\frac{2a+3b^2}{(a-2)(b+3)}$

не имеет смысла при (a-2)(b+3)=0. Такое равенство выполняется при a=2 и b=-3.

Контрольные вопросы:

1.Какое выражение называется алгебраической дробью? Приведите примеры.

2.Какие значения переменных являются допустимыми?

3.Прикаком условии алгебраическая дробь не имеет смысла? Приведите примеры.