

Тема урока:

Дробные рациональные уравнения

Что такое *рациональное выражение*?

Это алгебраическое выражение, составленное из чисел и переменной x с помощью операций сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень с натуральным показателем.

Целые рациональные выражения

$$7a^2b, m^3 + n^3, (x - y)(x^2 + y^2)$$

$$\frac{a + 5}{8}, b^{10} - \frac{b(3b + c)}{7}, \frac{2x}{9}$$

Дробные рациональные выражения

$$4a - \frac{b}{2a+1}, \frac{x+y}{x^2 - 3xy + y^2},$$

$$\frac{n}{3} - \frac{5}{n^2+1}, \frac{2p}{q}$$

Допустимые значения переменных

Значения переменных, при которых выражение имеет смысл.

В рациональной дроби допустимыми являются те значения, при которых не обращается в нуль знаменатель.

$$\frac{2x - 1}{x(x - 9)}, \quad x(x - 9) \neq 0, x \neq 0, x \neq 9$$

Рациональными уравнениями

называют уравнения, в которых левая и правая части являются рациональными выражениями

$$2x + 5 = 3(8 - x),$$

$$x - \frac{5}{x} = -3x + 19,$$

$$\frac{x - 4}{2x + 1} = \frac{x - 9}{x},$$

$$\frac{5}{y - 2} - \frac{4}{y - 3} = \frac{1}{y}.$$

Рациональное уравнение, в котором и левая и правая части являются целыми выражениями, называют **целым**.

$$\frac{x}{3} - \frac{2x}{2} + \frac{x-1}{6} = \frac{5x}{3},$$

$$3x + 7 = 24 - 4x$$

Рациональное уравнение, в котором левая и правая части являются дробными выражениями, называют дробными.

$$\frac{x}{x^2 - 1} = \frac{7x}{x^2 + 1},$$

$$\frac{5y + 1}{y + 1} - y = \frac{y + 2}{y}$$

Решим рациональное уравнение:

$$\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$$

1. Найдем наименьший общий знаменатель:

$$x(x - 5)$$

$$\text{ОДЗ} : x(x - 5) \neq 0, x \neq 0, x \neq 5.$$

2. Умножим обе части уравнения на общий знаменатель.

3. Получили целое уравнение.

$$x(x - 3) + x - 5 = x + 5$$

Упрощаем и решаем квадратное уравнение.

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 5$$

Проверяем , удовлетворяют ли полученные
корни

$$\text{ОДЗ : } x(x - 5) \neq 0, x \neq 0, x \neq 5.$$

$$x_1 = -2(\text{удовл}),$$

$$x_2 = 5(\text{постор.корень})$$

Записываем ответ

Ответ: -2.

Посторонний корень

Корень числителя , при котором
знаменатель дроби
обращается в нуль, называют

посторонним корнем

и в ответ не включают

Алгоритм решения рационального уравнения

1. Найти наименьший общий знаменатель;
2. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
3. Решить получившееся целое уравнение;
4. Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.