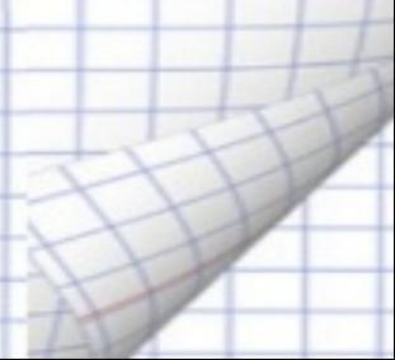




**«АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ».**



1. Дайте определение арифметической прогрессии.

**Ответ:** Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$$a_{n+1} = a_n + d$$



2. Что называют разностью арифметической прогрессии? Как обозначают?

**Ответ:** Это число, показывающее на сколько каждый последующий член больше или меньше предыдущего. Обозначают буквой  $d$ .



3. Назовите формулу  $n$ -ого члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$



## 4. Какие бывают арифметические прогрессии?

*Ответ:*

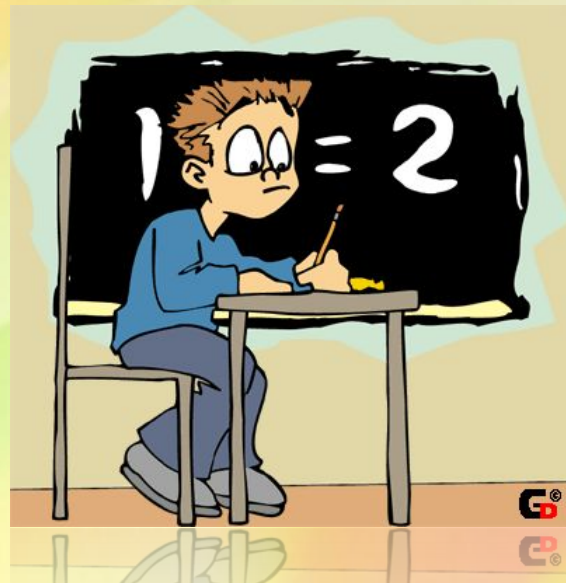
*Если в арифметической прогрессии разность  $d > 0$ , то прогрессия является **возрастающей**.*

*Если в арифметической прогрессии разность  $d < 0$ , то прогрессия является **убывающей**.*

*Если в арифметической прогрессии  $d = 0$ , то прогрессия является **постоянной**.*

# 5. В чем заключается свойство арифметической прогрессии?

● **Ответ:** Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.



$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

# Проверь себя!

Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями?

3, 6, 9, 12,.....

$d = 3$

5, 12, 18, 24, 30,.....



7, 14, 28, 35, 49,.....



5, 15, 25,.....,95.....

$d = 10$

1000, 1001, 1002, 1003,.....

$d = 1$

1, 2, 4, 7, 9, 11.....



5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2,.....

$d = -1$

# Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями! Так, вспомним строки из "Евгения Онегина".

- *...Не мог он ямба от хорея,*
- *Как мы не бились отличить...*

**Ямб** - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

**Хорей** - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...



# Примеры

## Ямб

*«Мой дядя самых честных правил...»*

Прогрессия: 2; 4; 6; 8...

## Хорей

*«Я пропал, как зверь в загоне»*

*Б. Л. Пастернак*

Прогрессия: 1; 3 ;5; 7...

# Занимательное свойство арифметической прогрессии

Дана “стаяка девяти чисел”:

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Она представляет собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата  $3 \times 3$  так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33.

Знаете ли вы, что такое магический квадрат?

Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом-constant.

9	19	5
7	11	15
17	3	13

Замечание об арифметической прогрессии само по себе очень интересно. Дело в том, что из каждых девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.

# Германия



**КАРЛ ГАУСС**  
(1777 – 1855)

Нашел моментально сумму всех натуральных чисел от 1 до 100, будучи еще учеником начальной школы.

## Решение

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots = 101 \cdot 50 = 5050$$

# Тема урока

Формула суммы  $n$  первых членов  
арифметической прогрессии

Пусть  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$

конечная арифметическая прогрессия

$S_n$  - сумма первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $(a_n)$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

сумма членов прогрессии в порядке возрастания их номеров.

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

сумма членов прогрессии в порядке убывания их номеров.



Сложим эти равенства, группируя попарно слагаемые, получим

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2})$$

$$+ \dots + (a_{n-2} + a_3) + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

В каждой из скобок записана сумма, равная сумме

$$a_1 + a_n$$

Всего таких скобок  $n$ . Следовательно,

$$2S = (a_1 + a_n)n,$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$



5. Запишите формулу суммы  
n первых членов  
арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$





# Вывод

**Зная эти формулы, можно решить много интересных задач литературного, исторического и практического содержания.**



## Пример.

Дана конечная арифметическая прогрессия

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ . Известно, что

$$a_1 = 5, d = 4, n = 22.$$

Найти  $S_n$ , т.е.  $S_{22}$ .

Решение. Имеем

$$a_n = a_{22} = a_1 + 21d = 5 + 21 \cdot 4 = 89.$$

Значит,

$$S_{22} = \frac{22 \cdot (a_1 + a_{22})}{2} = 11 \cdot (5 + 89) = 1034.$$



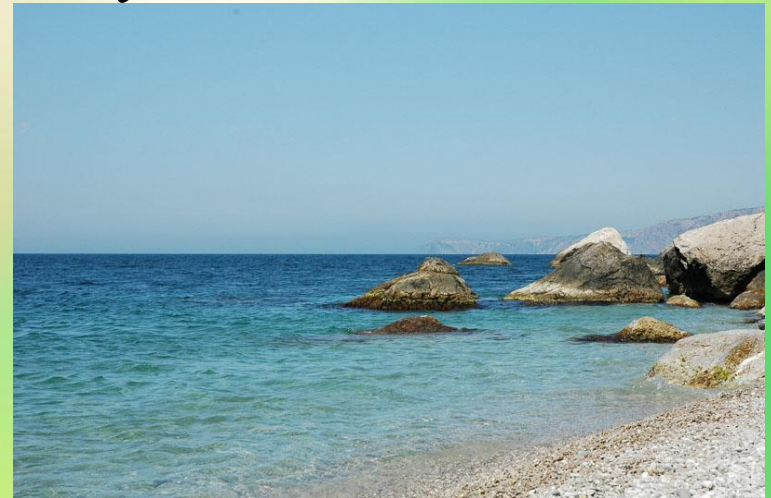
# Прогрессии в жизни и быту.



# Задача 1

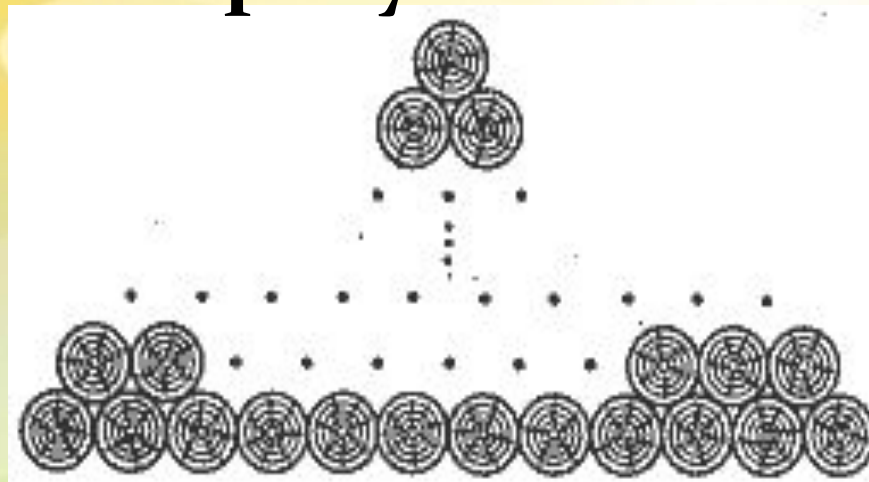
**Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. *Сколько дней следует принимать ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут?***

***Ответ: 10 дней***



## Задача 2

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке.



*Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основании положить 12 бревен?*

*Ответ: 78 бревен*

# Наследство

Джентльмен получил наследство. Первый месяц он истратил 1000\$, а каждый следующий месяц он тратил на 500\$ больше, чем в предыдущий. Сколько \$ он истратил за второй месяц? За третий? Каков размер наследства, если денег хватило на год такой безбедной жизни?



# Решение:

$$a_1 = 1000; \quad d = 500; \quad S_{12} - ?$$

Применив формулу  $a_n = a_1 + d(n - 1)$ , получаем:

$$a_{12} = 1000 + 500(12 - 1) = 6500\$$$

Применив формулу

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{1000 + 6500}{2} \cdot 12 = 45000\$$$



## Задача.

Родители ко Дню рождения своего сына Андрея решили купить и обновить ему мобильный телефон. Для этого они в первый месяц отложили 650 рублей, а в каждый последующий месяц они откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей Андрея через 10 месяцев?

...



Дано:  $a_1 = 650$

$$d = 50$$

$$n = 10$$

Найти:  $S_{10}$

Решение:  $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 650 + 9 \cdot 50}{2} \cdot 10$$

$$S_{10} = (1300 + 450) \cdot 5$$

$$S_{10} = 8750$$

Ответ:

8750 рублей.

# Самостоятельная работа

1)  $a_1 = 5, d = 3, a_7 - ?$

23

2)  $a_4 = 11, d = -2, a_1 - ?$

17

3)  $a_4 = 12,5, a_6 = 17,5, a_5 - ?$

15

4)  $a_1 = -3, a_2 = 4, a_{16} - ?$

102

5)  $a_1 = 4, a_7 = -8, d - ?$

-2

6)  $a_7 = -5, a_{32} = 70, a_1 - ?$

-23

7)  $2, 5, 8, \dots, S_{11} - ?$

187

# Домашнее задание:



Задачи на прогрессию- это не абстрактные формулы.  
Они берутся из самой нашей жизни, связаны с ней и  
помогают решать некоторые практические вопросы.

- В огороде 30 грядок каждая длиной 16м и шириной 2,5 м. Поливая грядки, огородник приносит ведра с водой из колодца, расположенного в 14 м от края огорода и обходит грядки по меже, причем воды, приносимой за один раз, достаточно только для 1 грядки. Какой путь должен пройти огородник, поливая весь огород?



- Повторить п.26 учебника
- Решить №603 (а), №604 (а), №605 (а).
- Повторить формулы по теме «Арифметическая прогрессия»

# Рефлексия результативности



Спасибо за урок.

chicken  
little



Успехов !!!

