

Числовые неравенства

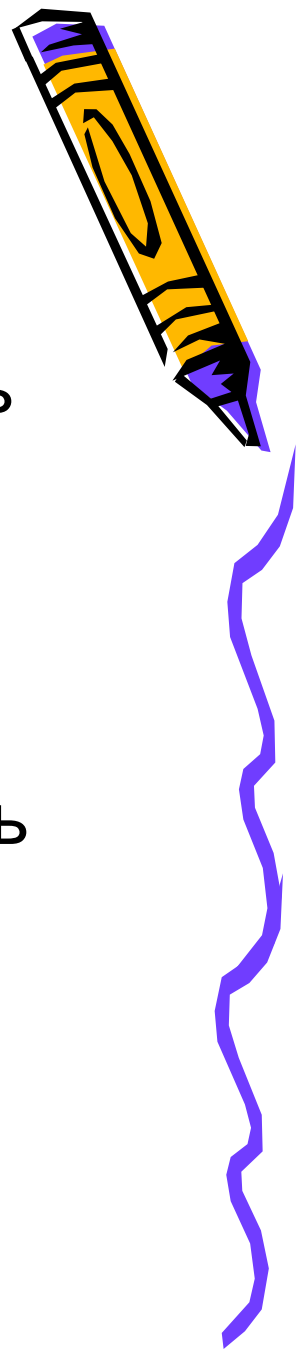
И ИХ СВОЙСТВА

Определение:

1. Действительное число a **больше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – положительное число.

2. Действительное число a **меньше** действительного числа b , если их разность $a-b$ – отрицательное число.

Пишут $a > b$ или $a < b$.



Неравенства

Строгие

Знаки неравенств

Нестрогие

$>$ «больше»

$<$ «меньше»

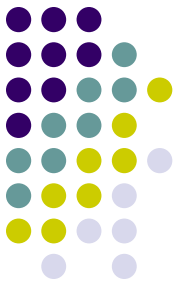
\geq

«больше или равно»

\leq

«меньше или равно»

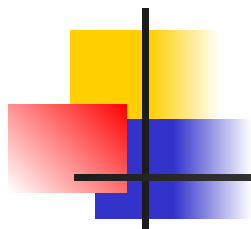
$a > 0$ означает, что a – **положительное**
число;



$a < 0$ означает, что a – **отрицательное**
число.

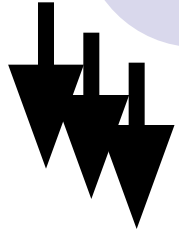
$a \geq 0$ означает, что a – **неотрицательное**
число (положительное или 0);

$a \leq 0$ означает, что a – **неположительное**
число (отрицательное или 0).



Свойства числовых неравенств

$$a > b$$



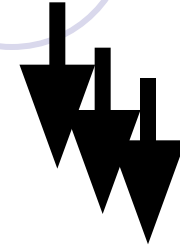
$$a - b > 0$$

Свойство 1.

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$.

Доказательство.

$$b > c$$



$$b - c > 0$$

$$(a - b) + (b - c) > 0$$



$$a - c > 0$$



$$a > c$$

СВОЙСТВО 2

Если к обеим частям
неравенства прибавить одно и
тоже число, то знак
неравенства следует сохранить
Если $a > b$, то $a + c > b + c$.

Примеры:

Если $a < b$, то $a + 7 < b + 7$

Если $a > b$, то $a - 5 > b - 5$

СВОЙСТВО 3

Если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$

Если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$

$m > 0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же положительное число, то знак неравенства следует сохранить.

$m < 0$

Если обе части неравенства умножить на одно и то же отрицательное число, то знак неравенства следует изменить.

Примеры:

Если $a > b$, то $4a > 4b$

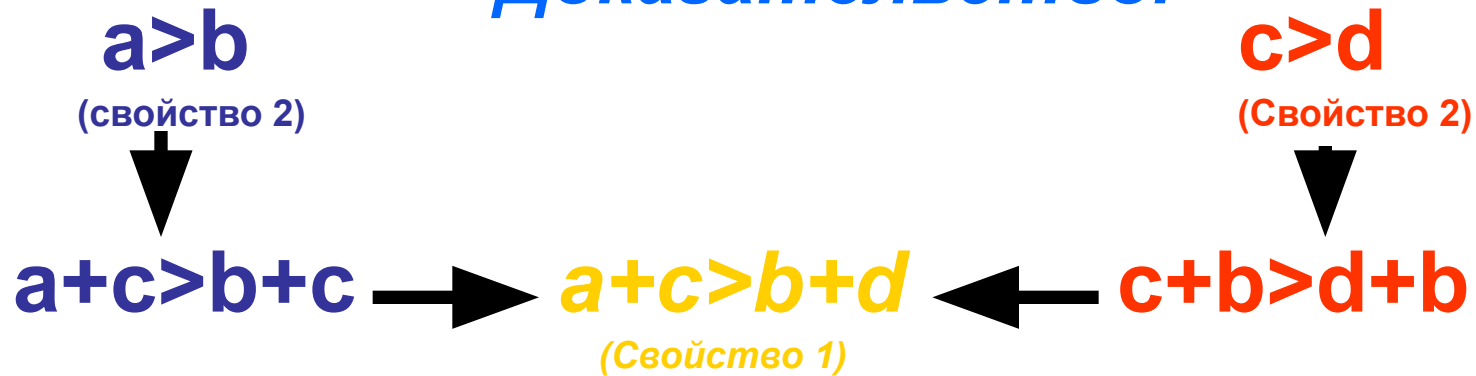
Если $a < b$, то $-9a > -9b$

Если $a > b$, то $-a < -b$

СВОЙСТВО 4

Если $a > b$ и $c > d$, то $a + c > b + d$

Доказательство.



СВОЙСТВО 5

Если a, b, c, d – положительные числа и $a > b$, $c > d$,
 $ac > bd$

$a > b$ и $c > 0$
(СВОЙСТВО 3)

Доказательство

$c > d$ и $b > 0$
(СВОЙСТВО 3)

$ac > bc$

$cb > db$

$ac > bd$
(Свойство 1)

Свойство 6

Если a и b - неотрицательные числа и $a > b$, то $a^n > b^n$, где n - любое натуральное число.

Дополнение:

Если n – нечетное число, то **для любых чисел a и b** из неравенства $a > b$ следует неравенство того же смысла $a^n > b^n$.

СВОЙСТВО 7

Если a и b - положительные числа и

$$a > b, \text{ то } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

Применение свойств числовых неравенств

Дано:

$$8 < a < 10$$

$$1 < b < 2$$

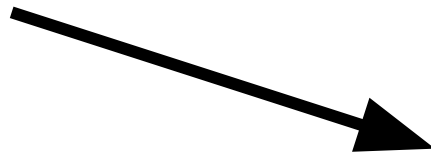
Оцените значение выражения $2a-3b$

Решение:

$$8 < a < 10$$



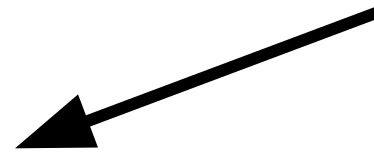
$$16 < 2a < 20$$



$$1 < b < 2$$



$$-6 < -3b < -3$$



$$10 < 2a - 3b < 17$$

Дано: $5 < a < 12$ $3 < b < 4$

Оцените значение выражения $\frac{4a}{b}$

Решение:

$$5 < a < 12$$



$$20 < 4a < 48$$

$$3 < b < 4$$



$$\frac{1}{4} < \frac{1}{b} < \frac{1}{3}$$

$$5 < \frac{4a}{b} < 16$$

Докажите, что функция $y = -5x + 4$ убывает.

Если $x_1 > x_2$



$$-5x_1 < -5x_2$$



$$-5x_1 + 4 < -5x_2 + 4$$



$$f(x_1) < f(x_2)$$



$y = -5x + 4$ убывает

Докажите, что функция $y = x^3 + 3x$ возрастает

Доказательство :

