Тема: «Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин»

Предметные результаты изучения темы:

В результате изучения темы обучающийся должен знать:

- **алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции;**
- **как называется область науки, занимающейся решением задач на оптимизацию;**
- **как составить математическую модель простейшей задачи на оптимизацию;**
- **несколько методов решения задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.**

обучающийся должен уметь:

- применять алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции в решении задач;
- составлять математическую модель для решения задач на оптимизацию;
- применять различные методы в решении задач на оптимизацию;
- сотрудничать в групповой работе, оценивать результаты своей деятельности.

владеть:

- различными методами решения задач на оптимизацию,

<u>**История возникновения производной функции**</u>

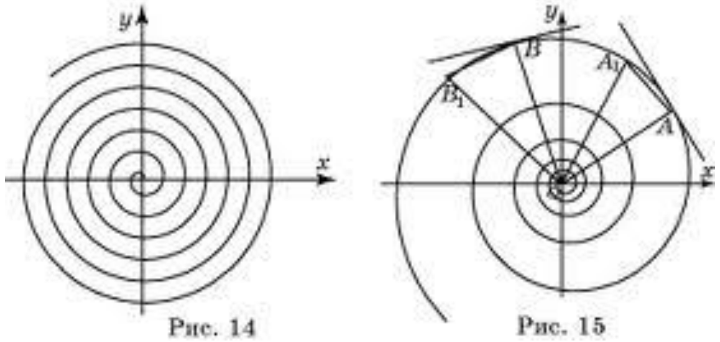
***«Кто хочет ограничиться настоящим
без знания прошлого,
тот никогда его не поймет»***

Лейбниц Готфрид Фридрих

История возникновения производной функции

Раздел математики который изучает производные функции и их применения, называется дифференциальным исчислением.

Ряд задач дифференциального исчисления был решен еще в древности Архимедом, разработавшим способ проведения касательной.



Архимед построил касательную к спирали, носящей его имя.

Архимед (ок. 287 – 212 до н.э.) – великий ученый. Первооткрыватель многих фактов и методов математики и механики, блестящий инженер.

Понятие Производная возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики, но в первую очередь следующих двух : определение скорости прямолинейного движения и построения касательной к прямой. Независимо друг от друга И. Ньютон и Г. Лейбниц разработали аппарат, которым мы и пользуемся в настоящее время.

История возникновения производной

Английский учёный Исаак Ньютон доказал, что <u>путь</u> и <u>скорость</u> связаны между собой формулой:

$$V(t) = S'(t)$$

Т.е. скорость точки есть производная от пути по времени.

Производная выражает мгновенную скорость в момент времени t. (физический смысл)

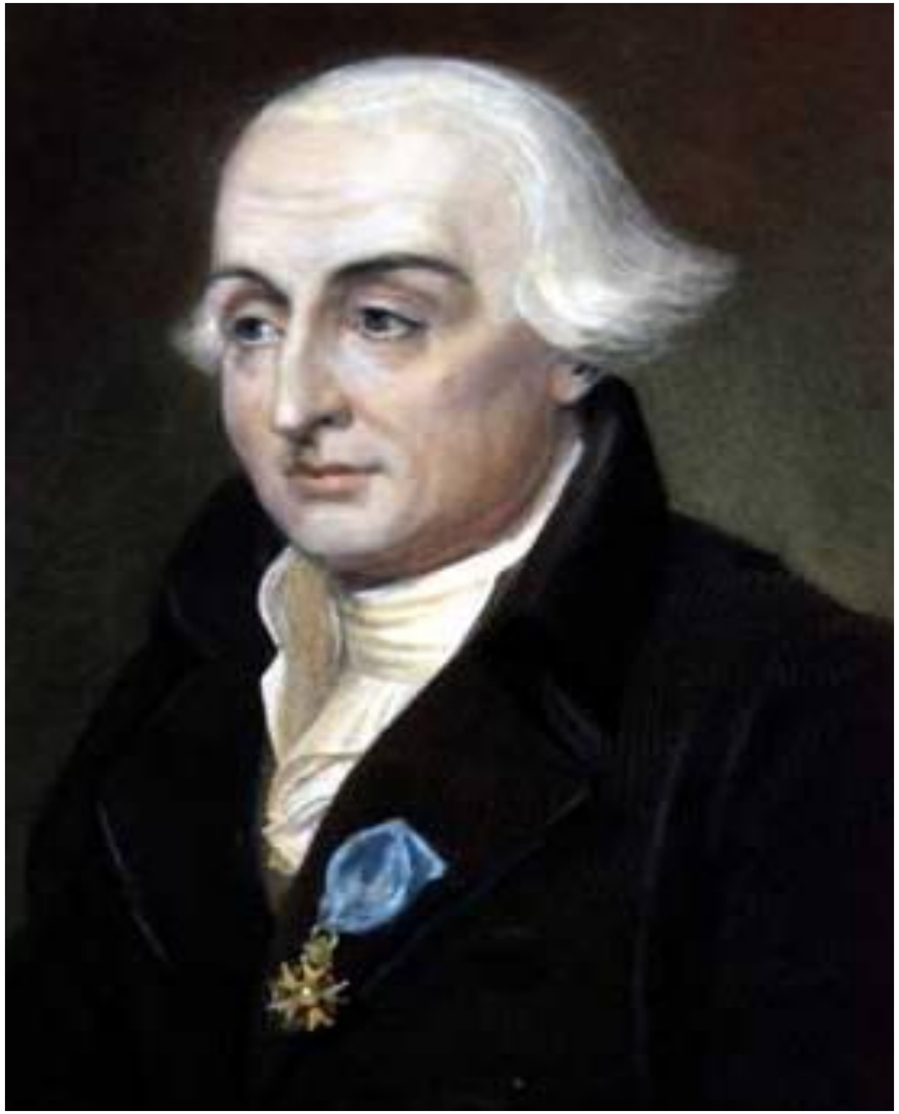
Функцию он назвал флюэнтой, т.е. текущей величиной. Производную – ф л ю к с и е й.

Лейбниц, решая задачу проведения касательной к произвольной кривой, сформулировал геометрический смысл производной, т. е. что значение производной в точке касания есть угловой коэффициент касательной

или tg угла наклона касательной с положительным направлением оси ОХ.

Основываясь на результатах Ферма и некоторых других выводах, Лейбниц в 1684 году опубликовал первую статью по дифференциальному исчислению, в которой были изложены основные правила дифференцирования.

Готфрид Фридрих Лейбниц- немецкий учёный.



Термин «производная впервые встречается у француза Луи Арбогаста и является буквальным переводом на русский французского слова *derivee*. Этим термином стал пользоваться Лагранж который ввёл в 1797 г. современные обозначения y' , f'.

Жозеф Луи Ланграндж - выдающийся французский математик.

1736 - 1813

Исчисление, созданное Ньютоном и Лейбницем, получило название дифференциального исчисления. С его помощью был решен целый ряд задач теоретической механики, физики и астрономии. В частности, используя методы дифференциального исчисления, ученые предсказали возвращение кометы Галлея, что было большим триумфом науки XVIII в. С помощью тех же методов математики изучали в XVII и XVIII вв. различные кривые, нашли кривую, по которой быстрее всего падает материальная точка, научились находить кривизну линий. Большую роль в развитии дифференциального исчисления сыграл Л. Эйлер, написавший учебник Дифференциальное исчисление.

Четыре обозначения для производной:

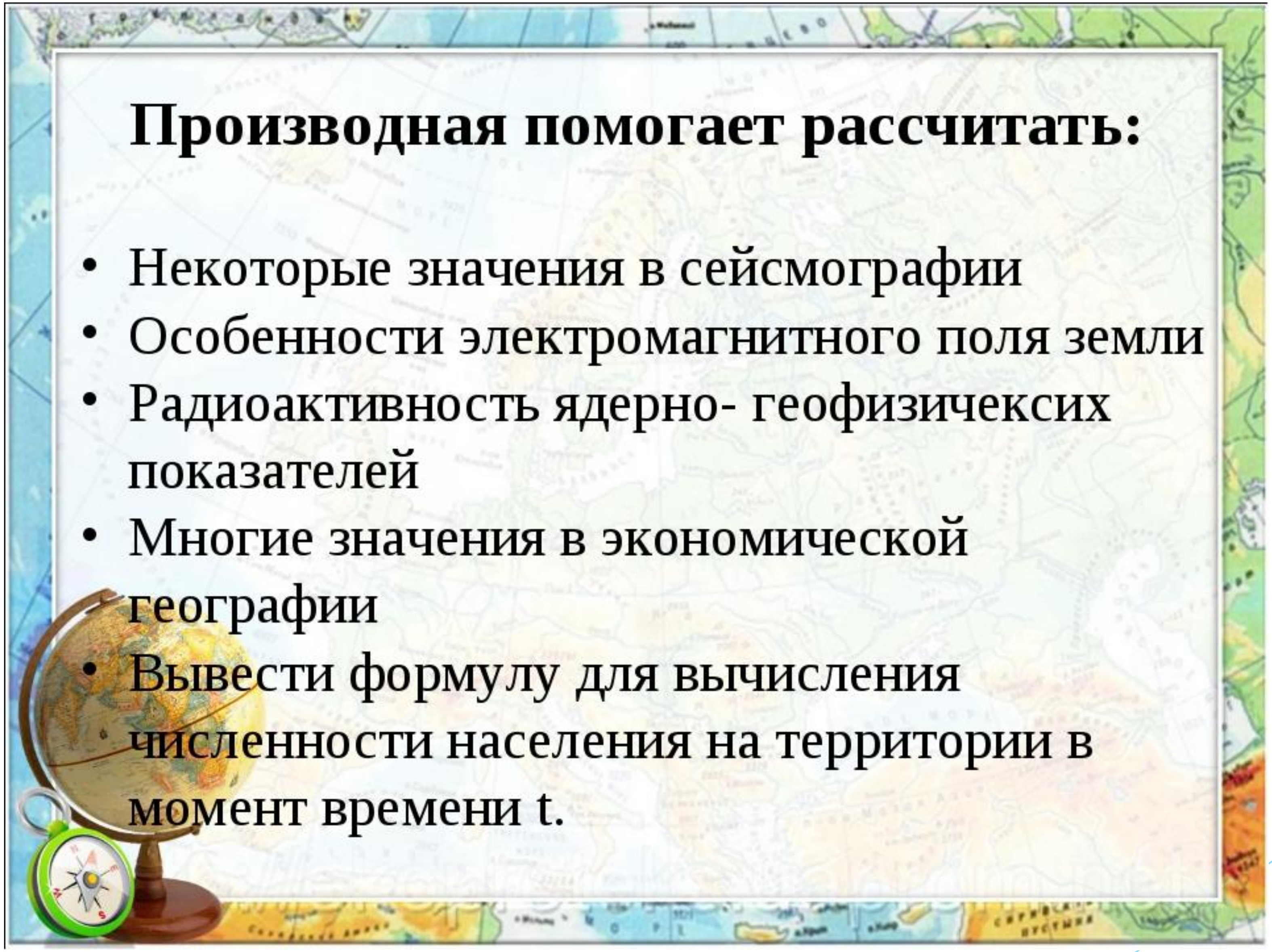
y' Лагранжа (читается «игрек штрих»)

$\frac{dy}{dx}$ Лейбница (читается «дэ игрек по дэ икс»)

$\dot{y}$ Ньютона (читается «игрек с точкой»)

Dy Коши (читается «дэ игрек»)

Применение производной в географии

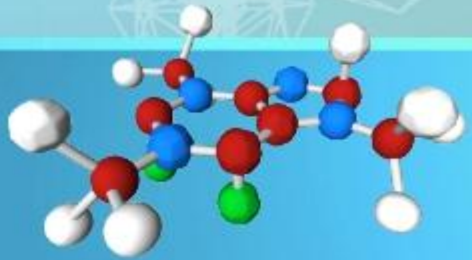


Производная помогает рассчитать:

- Некоторые значения в сейсмографии
- Особенности электромагнитного поля земли
- Радиоактивность ядерно- геофизичексих показателей
- Многие значения в экономической географии
- Вывести формулу для вычисления численности населения на территории в момент времени t.

Как используют производную в химии?

Производную в химии используют для определения очень важной вещи – скорости химической реакции, одного из решающих факторов, который нужно учитывать во многих областях научно-производственной деятельности



Применение производной в экономике

Производная решает важные вопросы

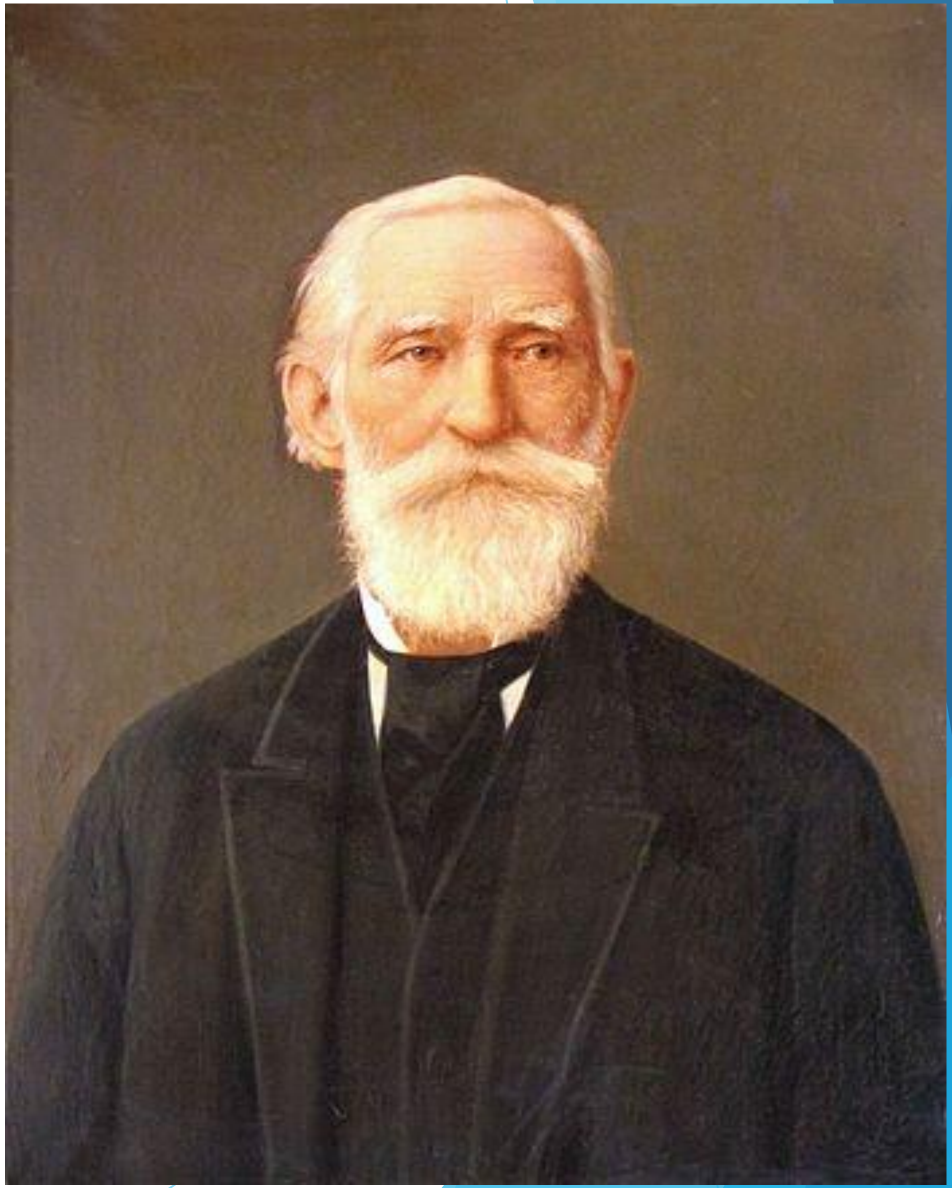
* В каком направлении изменится доход государства при увеличении налогов или при введении таможенных пошлин?
* Увеличится или уменьшится выручка фирмы при повышении цены на ее продукцию?

Для решения этих вопросов нужно построить функции связи входящих переменных , которые затем изучаются методами дифференциального исчисления.

Также с помощью экстремума функции в экономике можно найти наивысшую производительность труда, максимальную прибыль , максимальный выпуск и минимальные издержки.

Зачем нужны задачи на оптимизацию?

Российский математик XIX в. *Панфутий Львович Чебышев* говорил, что *«особенную важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека: как располагать своими средствами для достижения наибольшей выгоды»*.



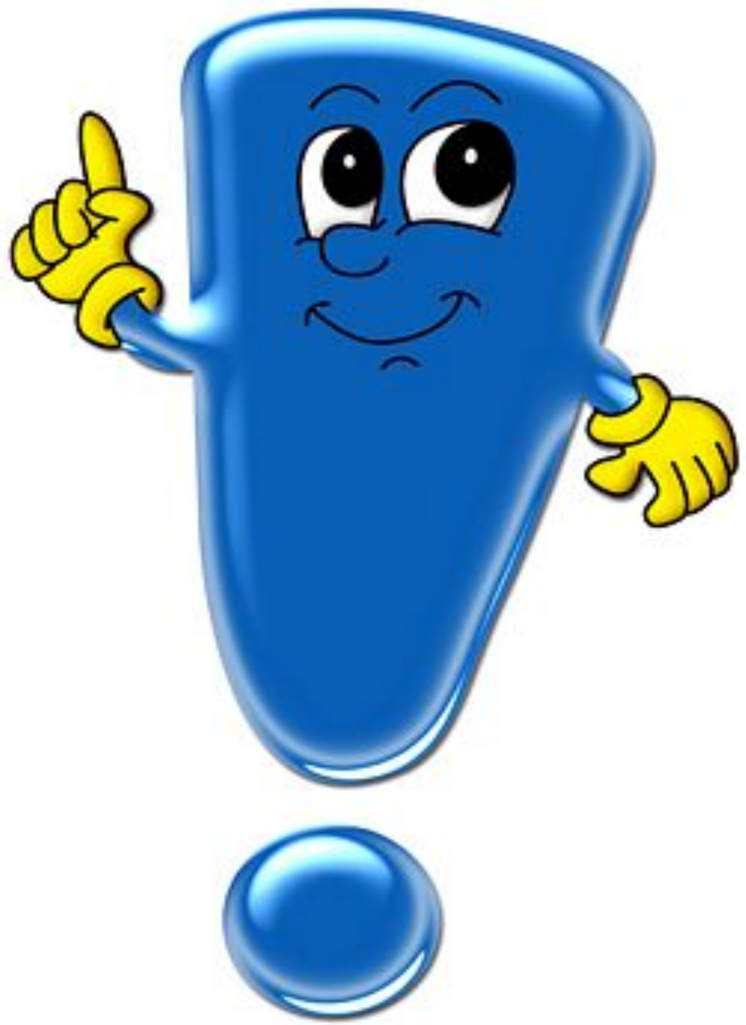
С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей:

Инженеры технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции;

Конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей;

Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными.

Как решать задачи на оптимизацию?



Задачи на оптимизацию решают по обычной схеме из трех этапов математического моделирования:

1) составление математической модели;

2) работа с математической моделью;

3) ответ на вопрос задачи.

Первый этап. Составление математической модели.

1) Проанализировав условия задачи, выделите ***оптимизируемую величину (О.В.)***, т. е. величину, о наибольшем или наименьшем значении которой идет речь. Обозначьте ее буквой **у**.

2) Одну из участвующих в задаче неизвестных величин, через которую сравнительно нетрудно выразить ***О.В.***, примите ее за ***независимую переменную (Н.П.)*** и обозначьте ее буквой **х**. Установите реальные границы изменения ***Н.П.***, т. е. область определения для искомой ***О. В.***

3) Исходя из условий задачи, выразите **у** через **х**. Математическая модель задачи представляет собой функцию **у = f(х)** с областью определения **Х**, которую нашли на втором шаге.

Второй этап. Работа с математической моделью.

На втором этапе для функции $y=f(x)$, $x \in X$ найдите $y_{наим.}$ или $y_{наиб.}$ в зависимости от того, что требуется найти в условии задачи.

Третий этап. Ответ на вопрос задачи.

Здесь следует дать конкретный ответ на вопрос задачи, опираясь на результаты, полученные на этапе работы с моделью.

Теоремы, данные в учебнике:

1. Если функция непрерывна на отрезке, то она достигает на нем своего наибольшего и своего наименьшего значений.

2. Наибольшего и наименьшего значений непрерывная функция может достигать как на концах отрезка так и внутри него.

3. Если наибольшее (или наименьшее) значение достигается внутри отрезка, то только в стационарной или критической точке.

Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции y=f(x) на отрезке [a,b]

1) Найти производную функции;

2) Найти стационарные и критические точки, лежащие внутри отрезка [a,b];

3) Вычислить значение функции y=f(x) в точках, отобранных на втором шаге, в точках a и b, выбрать среди них наибольшее и наименьшее значение функции.

Спасибо за внимание!