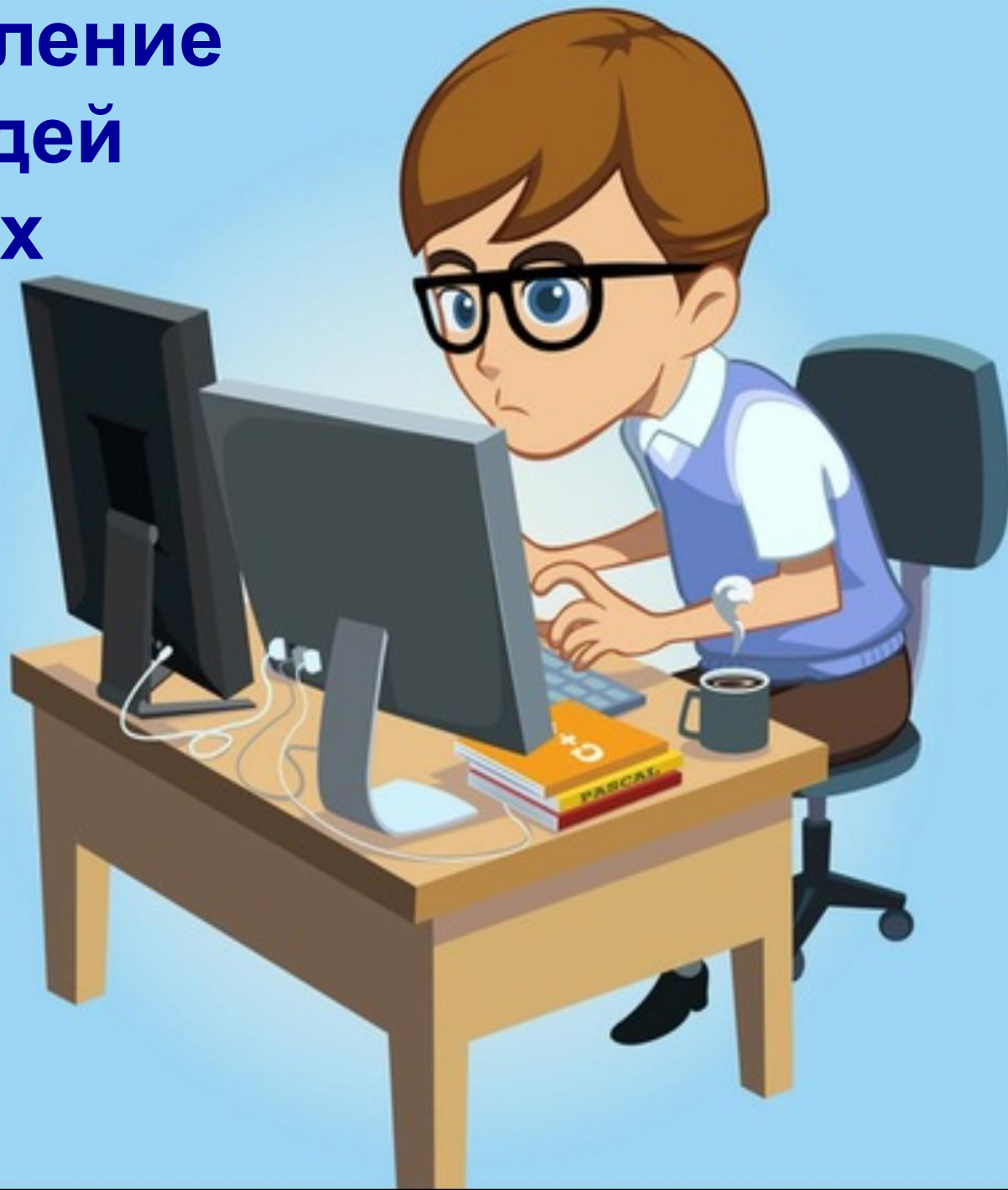


# Вычисление площадей плоских фигур.






# **Вычисление площадей плоских фигур.**

# ЦЕЛИ:

Обобщить понятие определённого интеграла и его свойства;

Научиться применять определённый интеграл при вычислении площадей плоских фигур.



# **Вычисление площадей плоских фигур.**

# Актуализация знаний

$$\int \sin x dx$$

$$\int \cos x dx$$

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx + \int f(x) dx$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

# Вычислите интегралы:

1).  $\int_2^5 x dx$

10,5

2).  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

1

3).  $\int_0^4 x^3 dx$

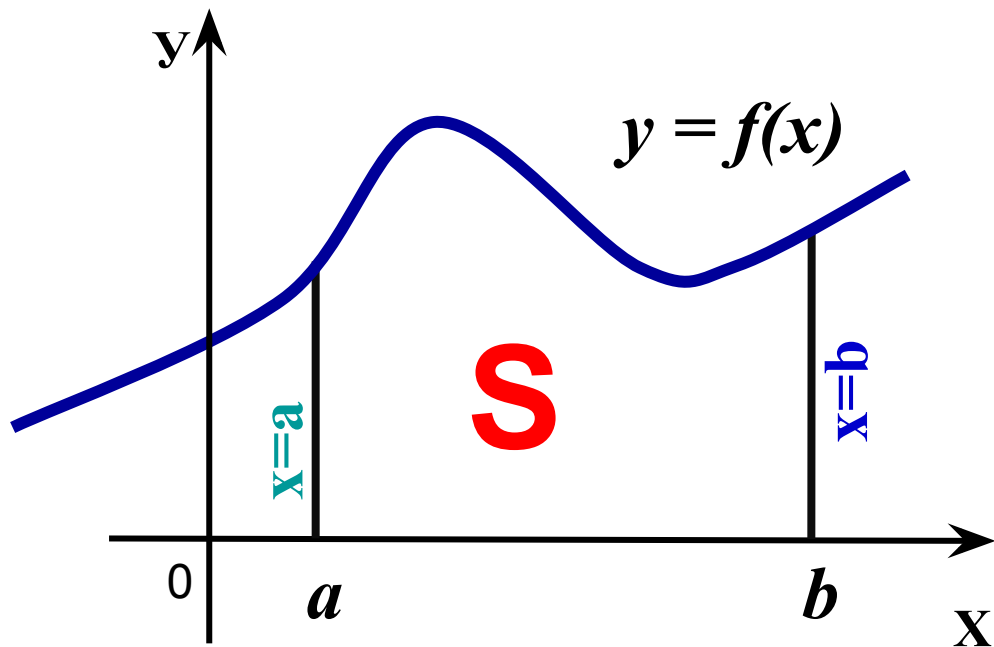
64

4).  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{1}{\cos^2 x} dx$

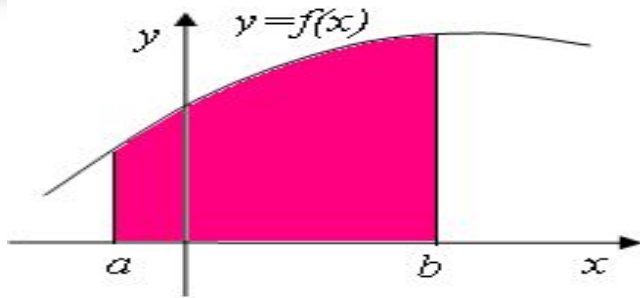
1



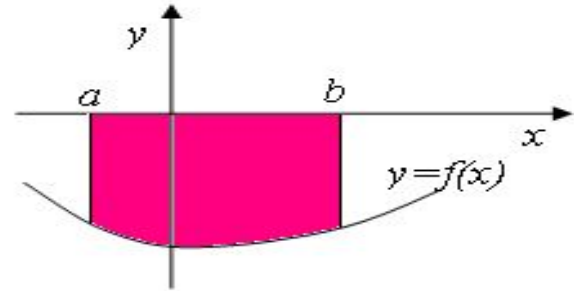
# Площадь криволинейной трапеции



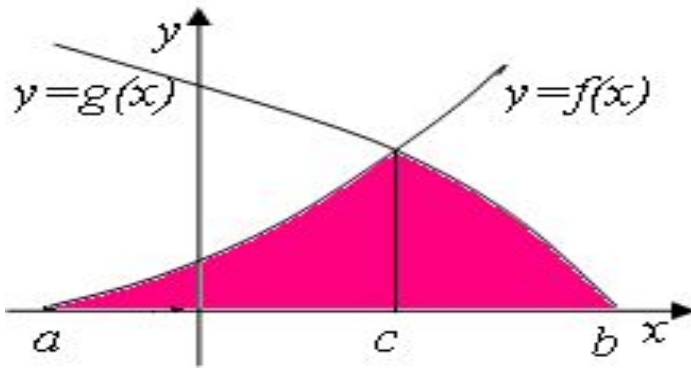
$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



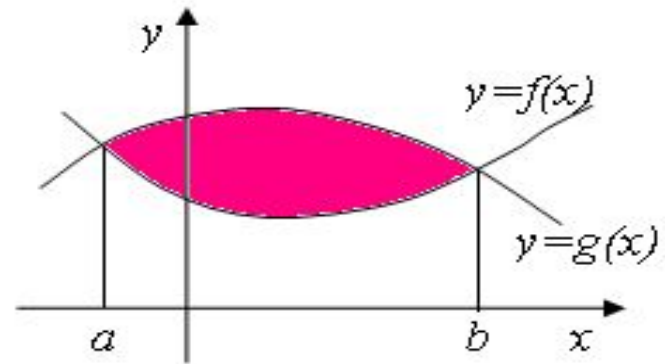
$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$



$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

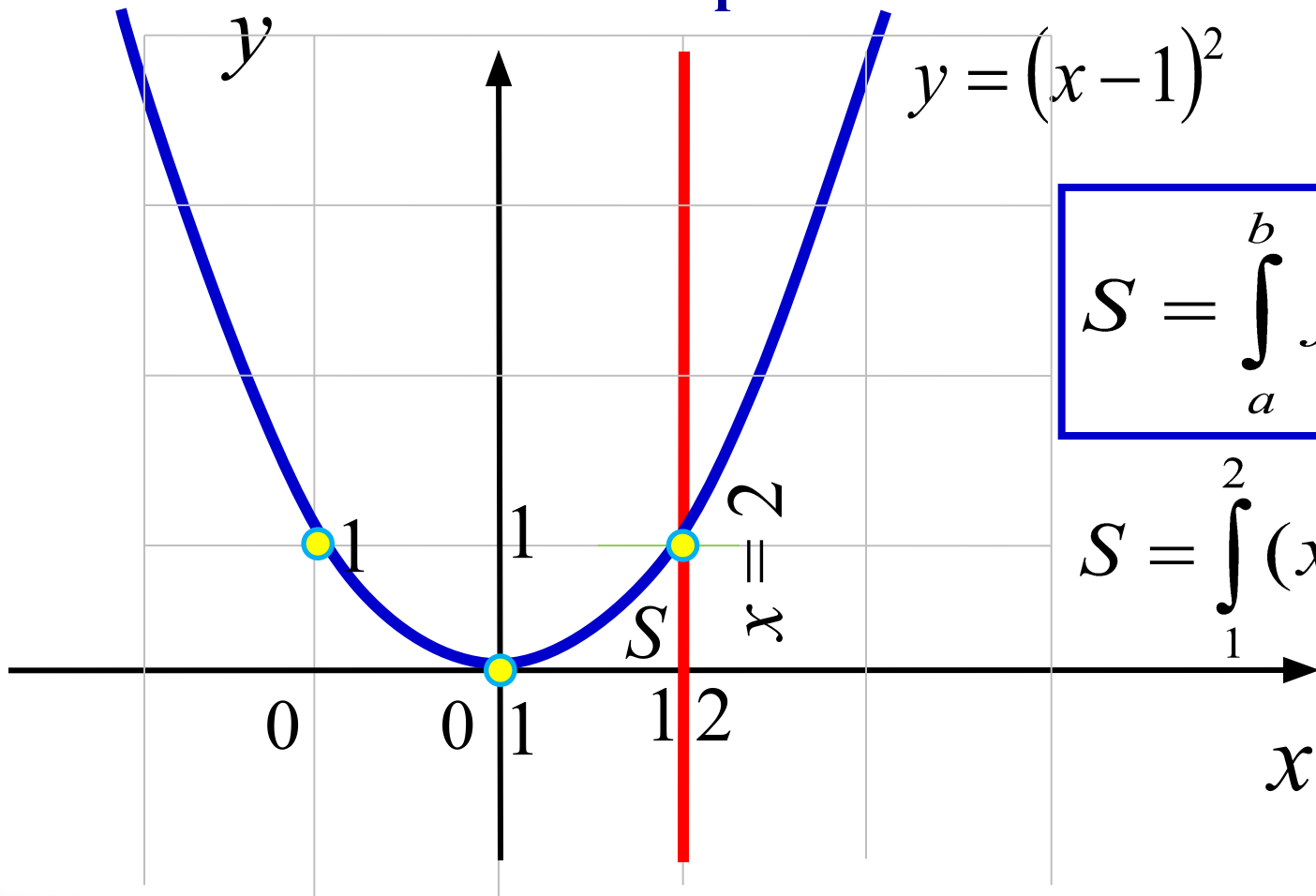


## Алгоритм вычисления площади плоской фигуры:

1. Построить чертеж (схематично);
2. Найти пределы интегрирования (при необходимости);
3. Составить формулу для вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла;
4. Вычислить площадь фигуры.

### Пример 1.

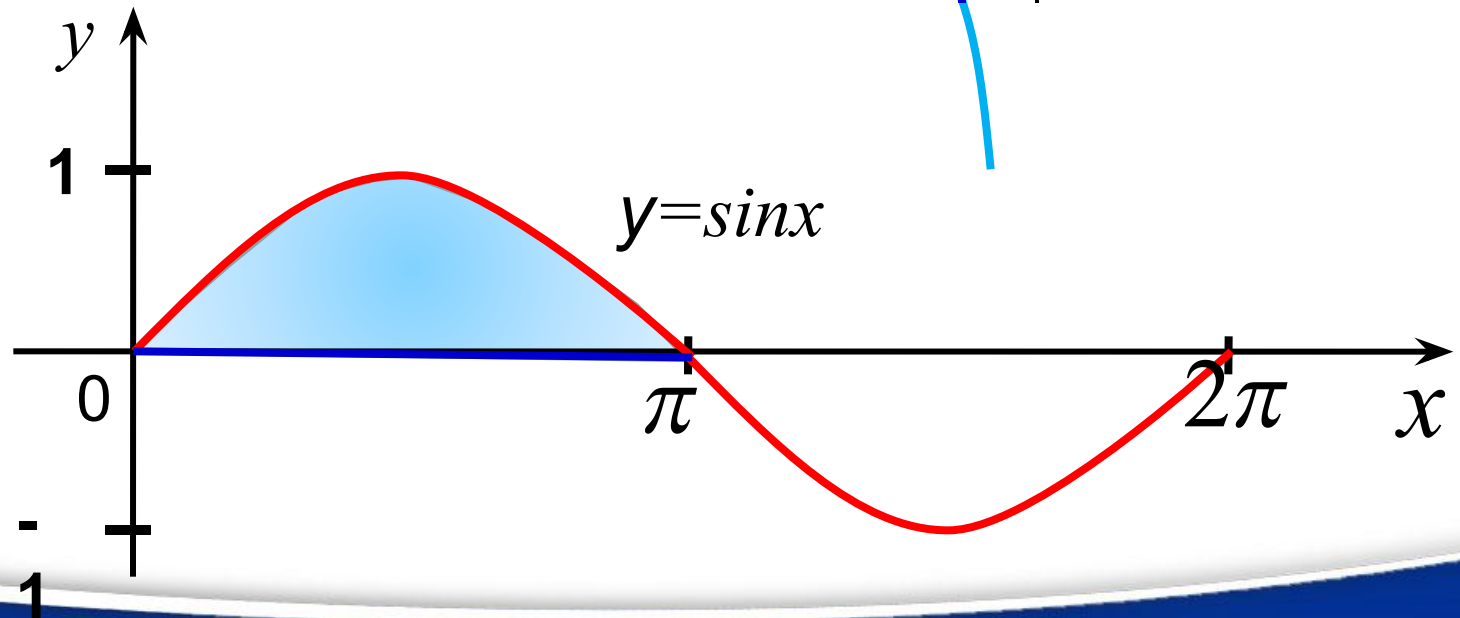
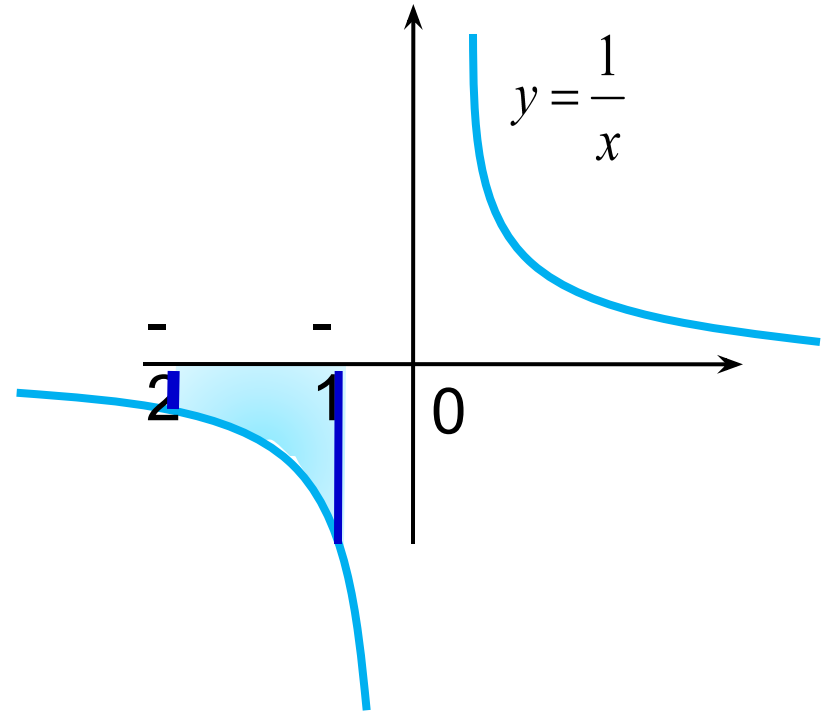
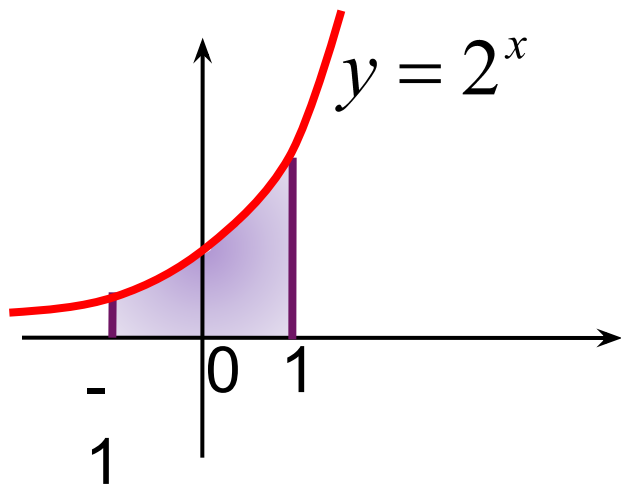
Вычислить площадь криволинейной трапеции,  
ограниченной графиком функции  $y = (x-1)^2$ ,  
осью  $Ox$  и прямой  $x=2$ .



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

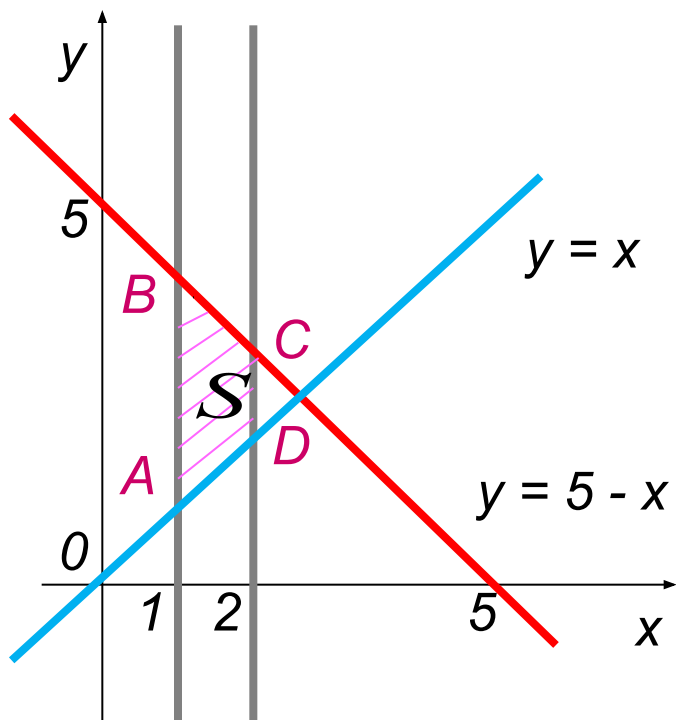
$$S = \int_1^2 (x-1)^2 dx$$

# Найти площади криволинейных трапеций



## Пример2.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x$ ,  $y = 5 - x$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ .



$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

$$S_{ABCD} = \int_1^2 ((5 - x) - x) dx =$$

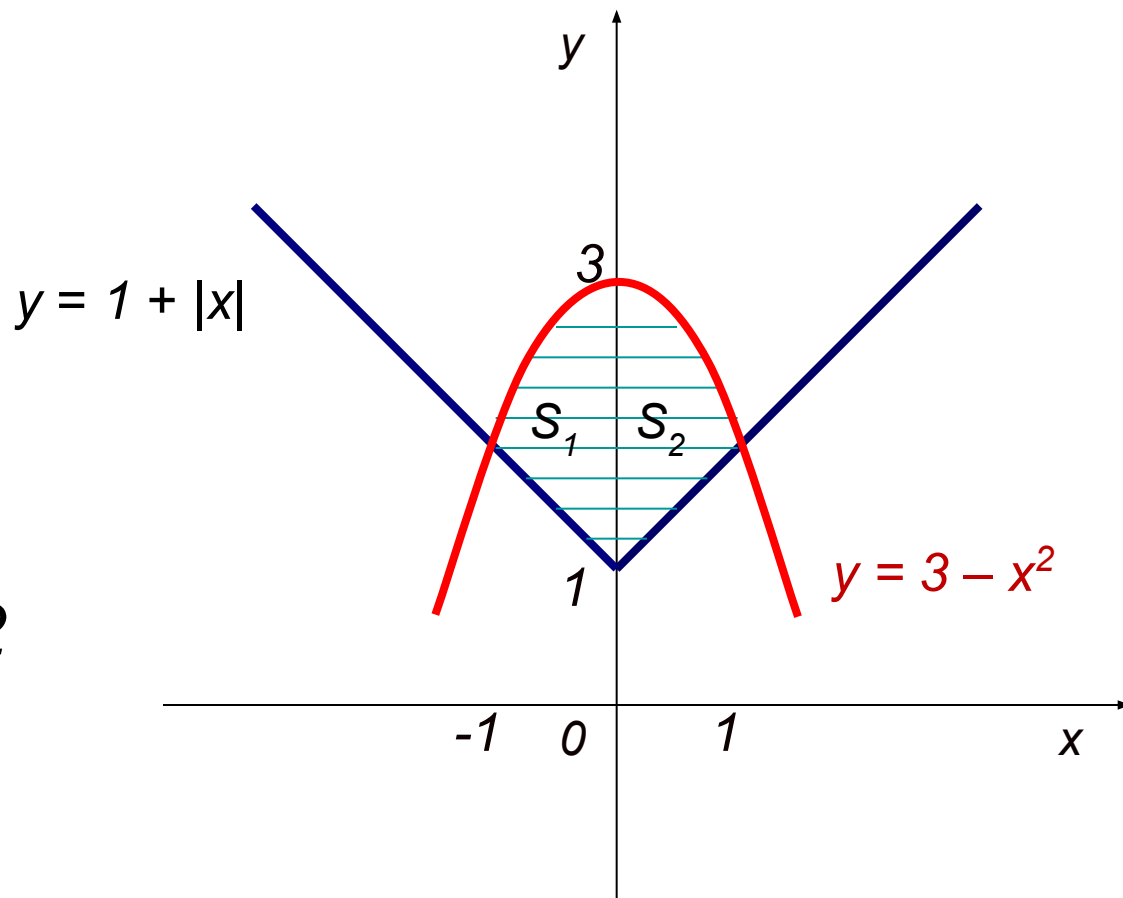
$$= \int_1^2 (5 - 2x) dx = (5x - x^2) \Big|_1^2 =$$

$$= (5 \cdot 2 - 2^2) - (5 \cdot 1 - 1^2) = 2$$

Ответ : 2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

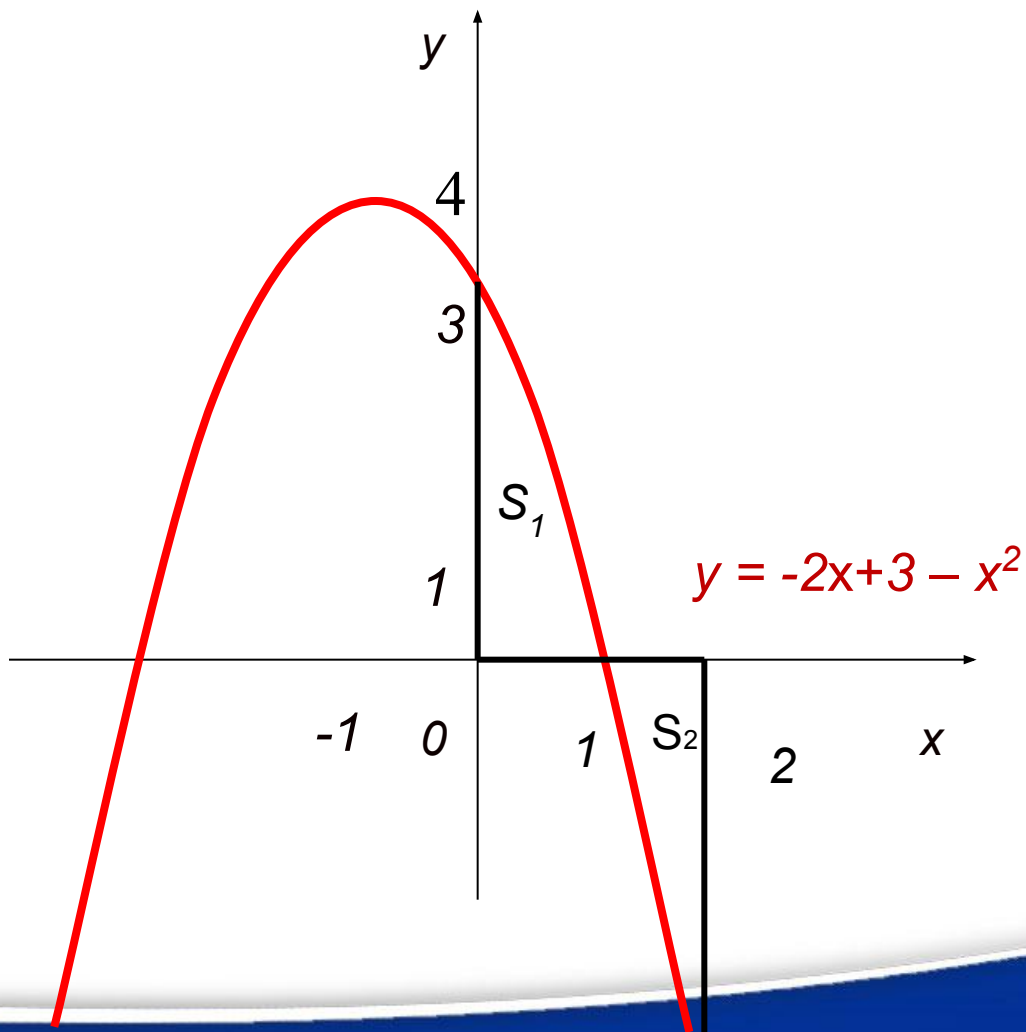
$$y = 3 - x^2, y = 1 + |x|$$



$$S = S_1 + S_2$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = -2x + 3 - x^2$  осями координат и прямой  $x = 2$ .

$$S = S_1 + S_2$$

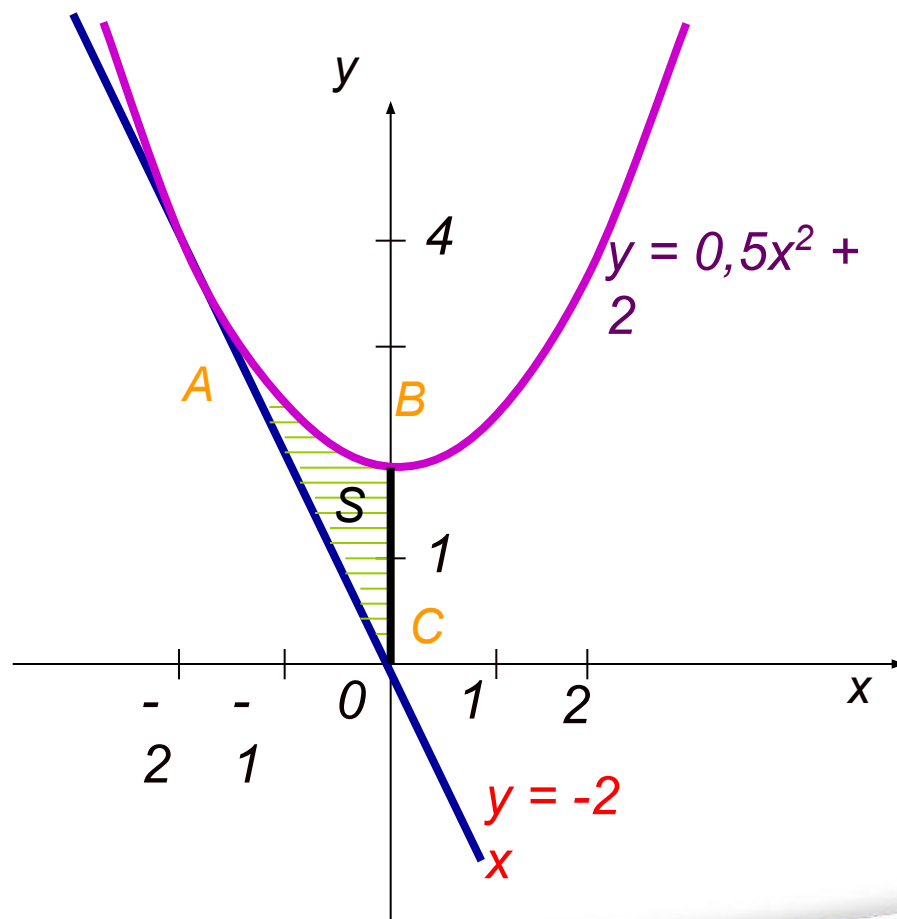


Домашнее задание.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $y = 0,5x^2 + 2$ , касательной к этому графику в точке с абсциссой  $x = -2$  и прямой  $x = 0$ .

Алгоритм:

1. Составим уравнение касательной.
2. Построим графики функций.
3. Найдем площадь фигуры.



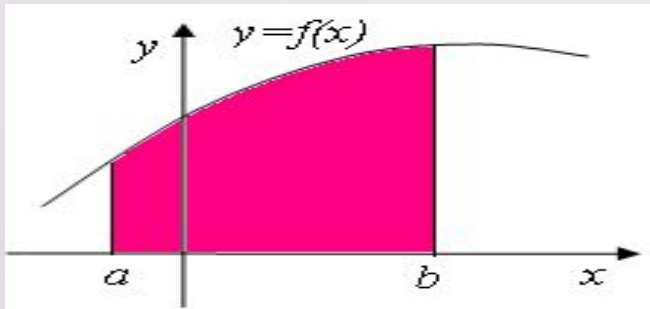
# Домашнее задание.

№ 13.81, №13.84 стр. 297

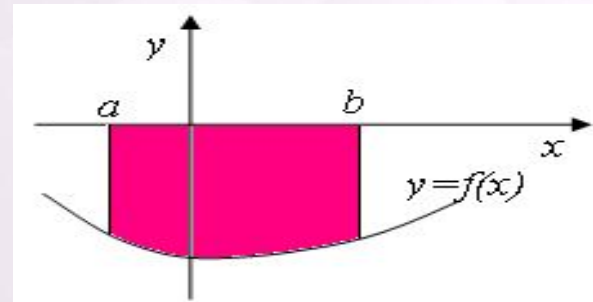
Сборник задач по математике В.А.  
Подольский, А.М.Суходский, Е.С.  
Мироненко.



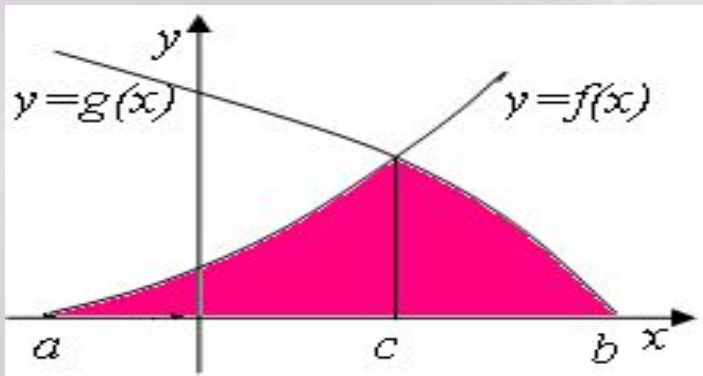
- **Обобщение изученного на уроке материала**



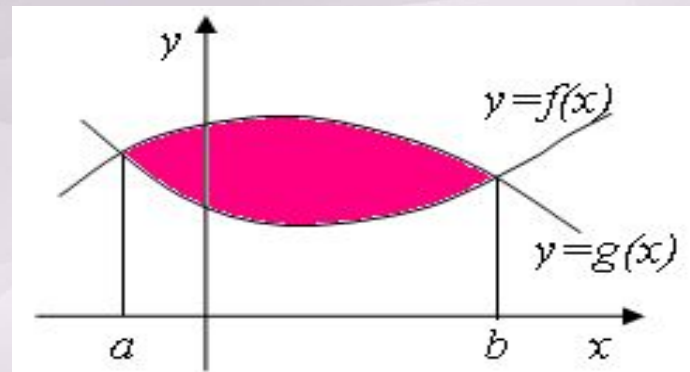
$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$



$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

# Применение интеграла

- ✓ Площадь фигуры
- ✓ Объем тела вращения
- ✓ Работа электрического заряда
- ✓ Работа переменной силы
- ✓ Центр масс





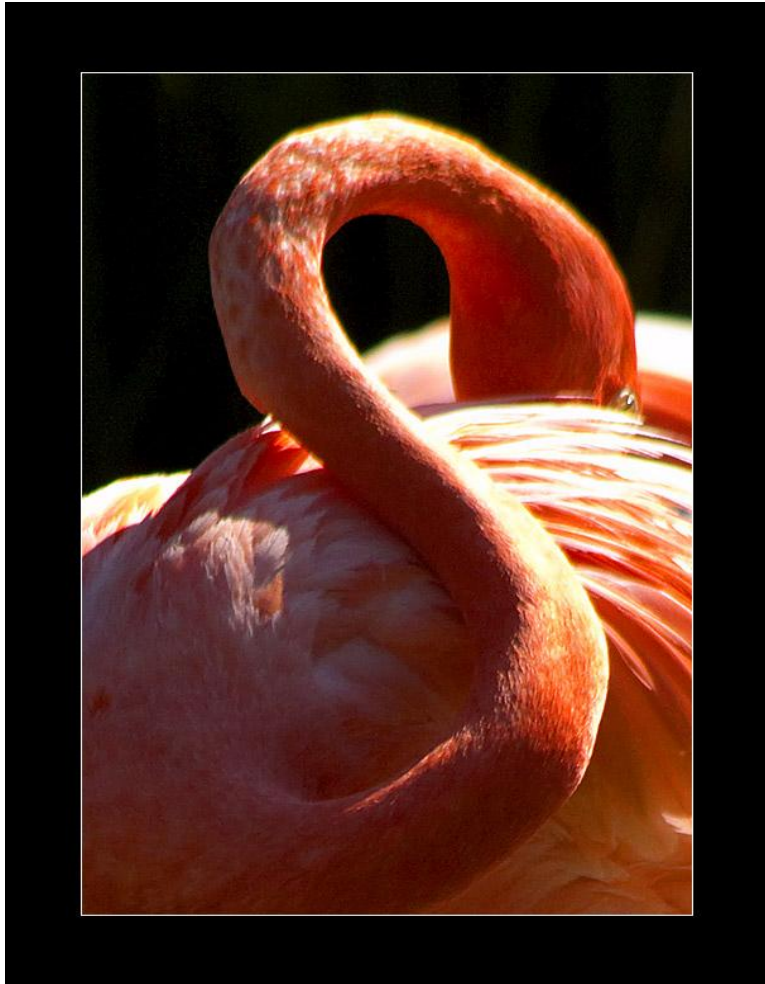
















*Желаю успехов!*