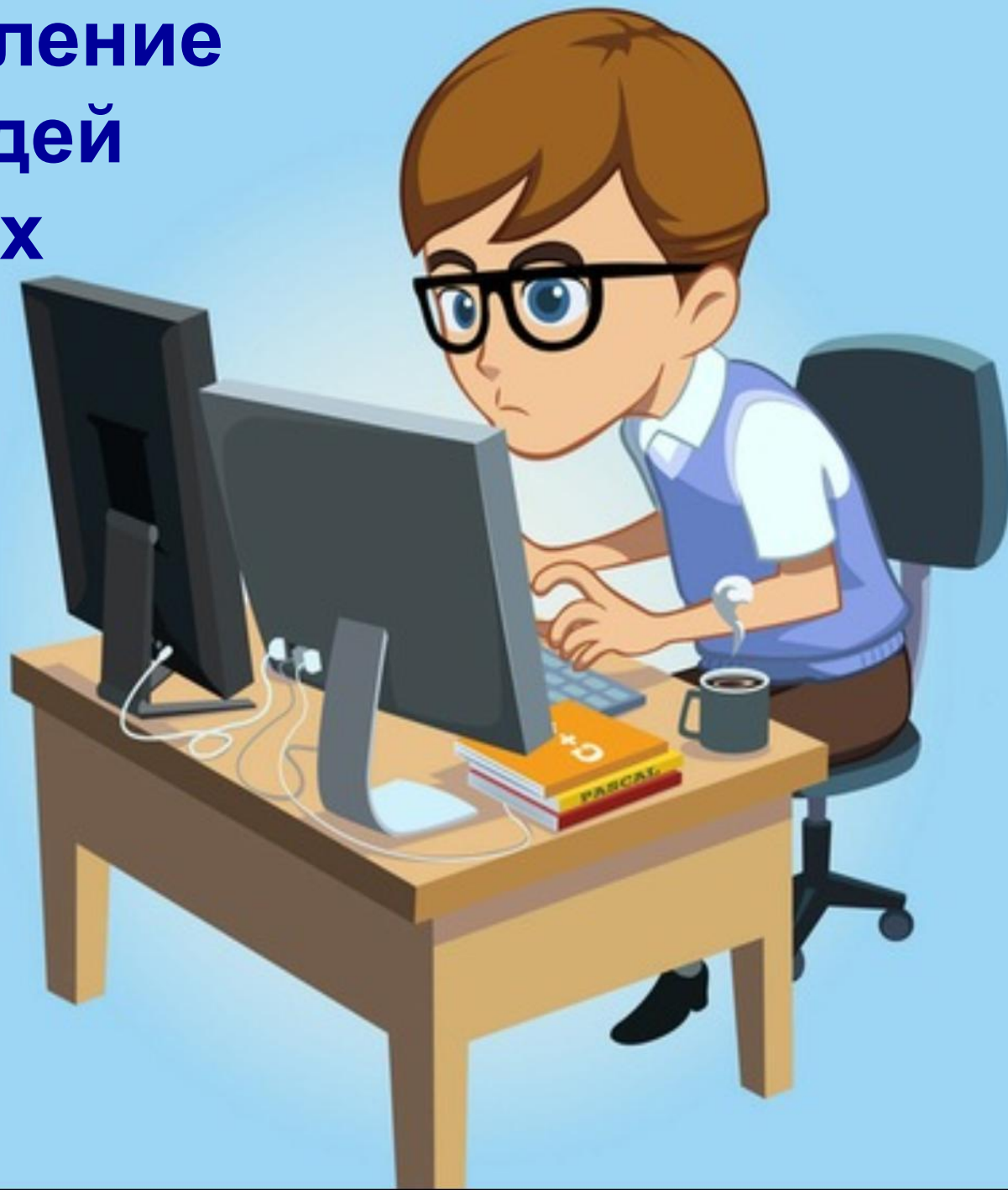


Вычисление площадей плоских фигур.





Вычисление площадей плоских фигур.

ЦЕЛИ:

Обобщить понятие определённого интеграла и его свойства;

Научиться применять определённый интеграл при вычислении площадей плоских фигур.



Вычисление площадей плоских фигур.

Актуализация знаний

$$\int \sin x dx$$

$$\int \cos x dx$$

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

$$\int_c^b f(x) dx = - \int_b^c f(x) dx$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

Вычислите интегралы:

1). $\int_2^5 x dx$

10,5

2). $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

1

3). $\int_0^4 x^3 dx$

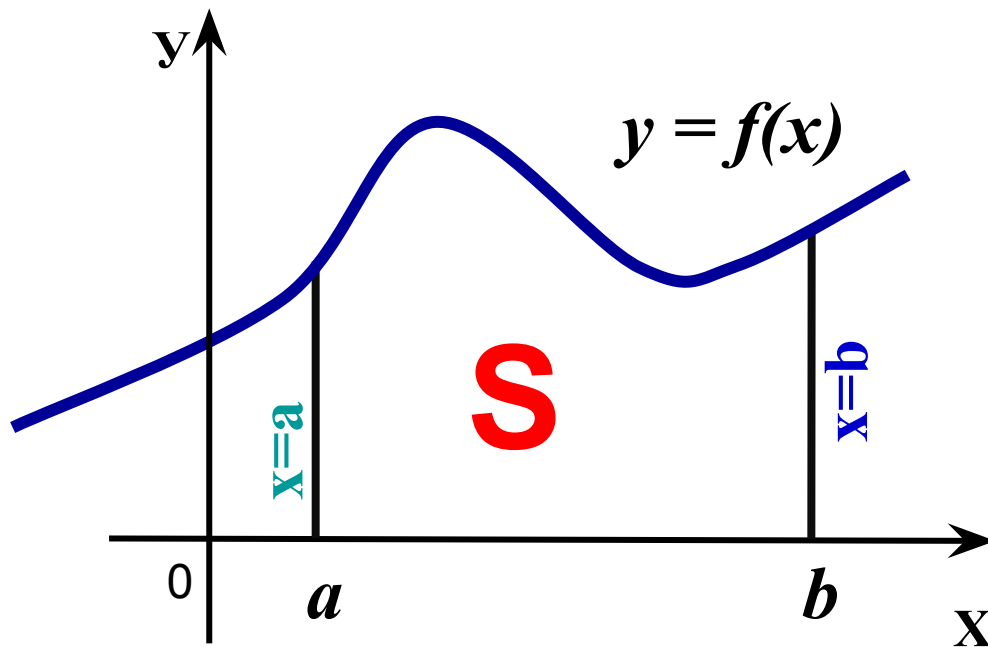
64

4). $\int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{1}{\cos^2 x} dx$

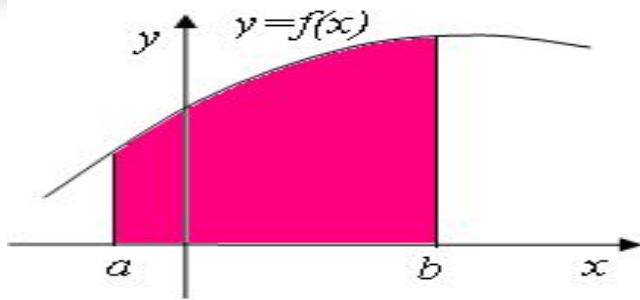
1



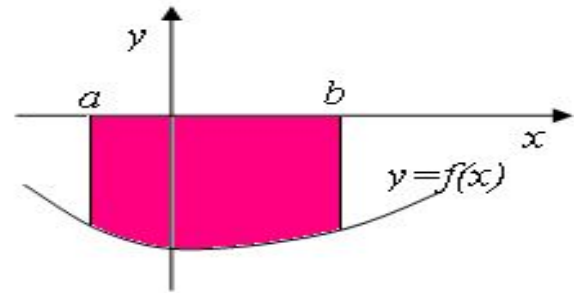
Площадь криволинейной трапеции



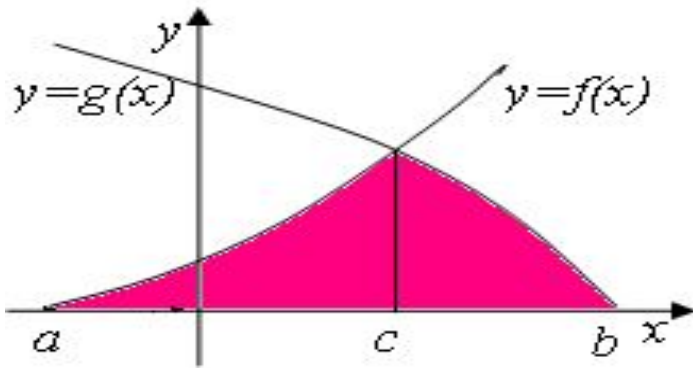
$$S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



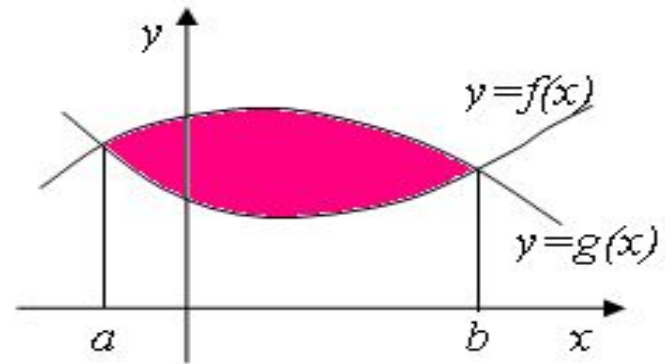
$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$



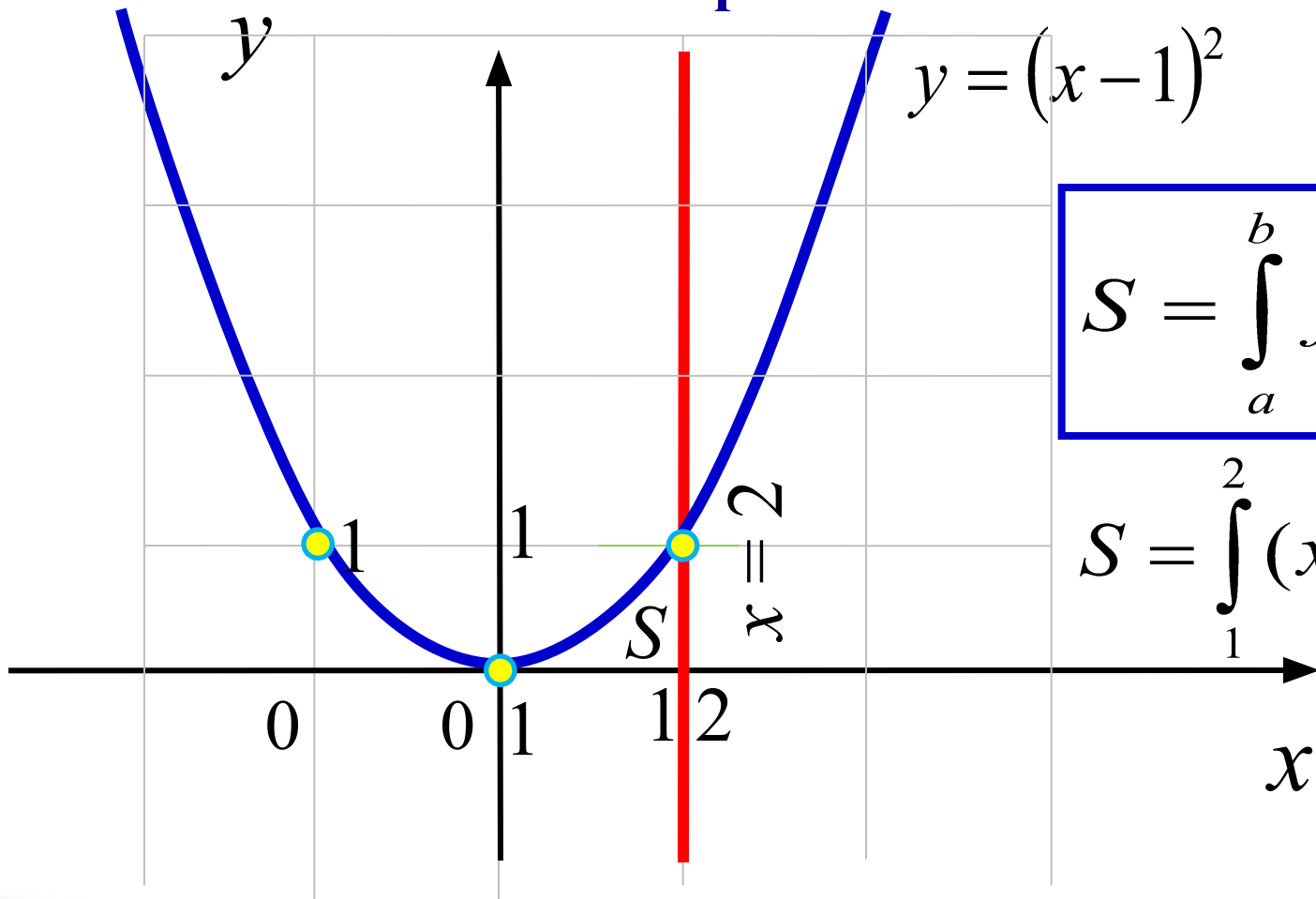
$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

Алгоритм вычисления площади плоской фигуры:

1. Построить чертеж (схематично);
2. Найти пределы интегрирования (при необходимости);
3. Составить формулу для вычисления площади фигуры с помощью определенного интеграла;
4. Вычислить площадь фигуры.

Пример 1.

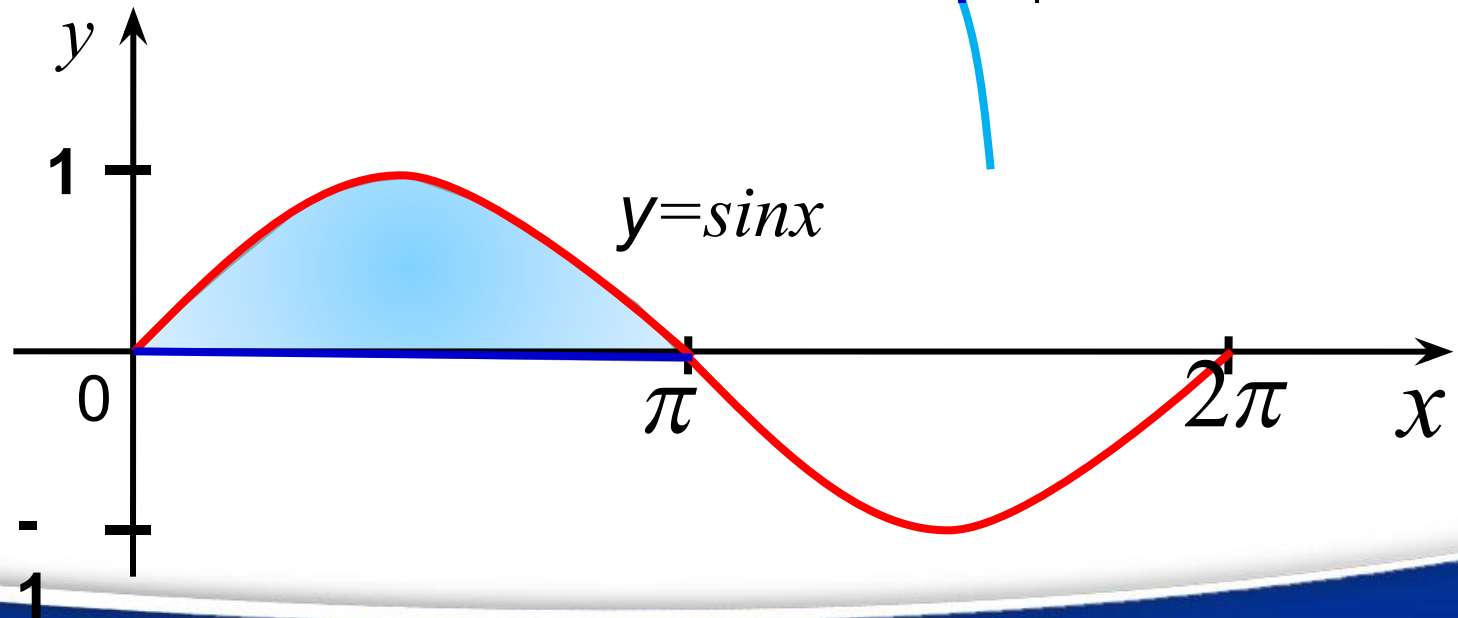
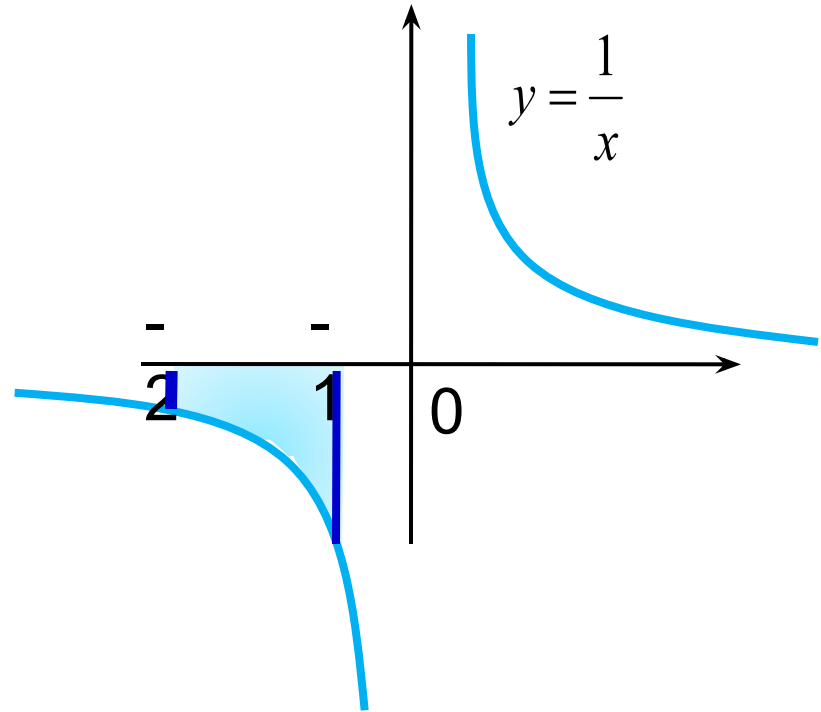
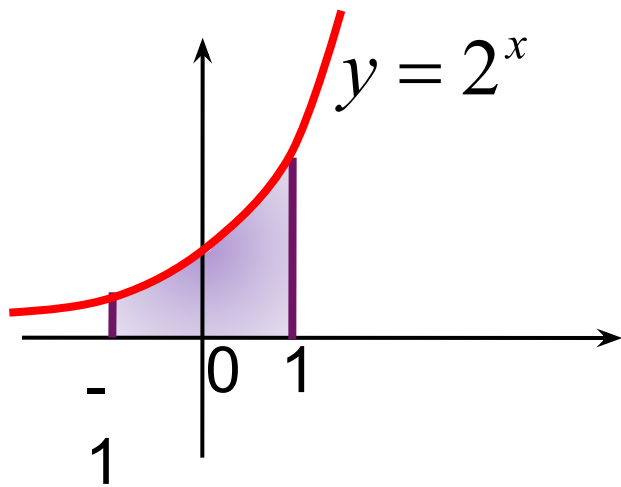
Вычислить площадь криволинейной трапеции,
ограниченной графиком функции $y = (x-1)^2$,
осью Ox и прямой $x=2$.



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

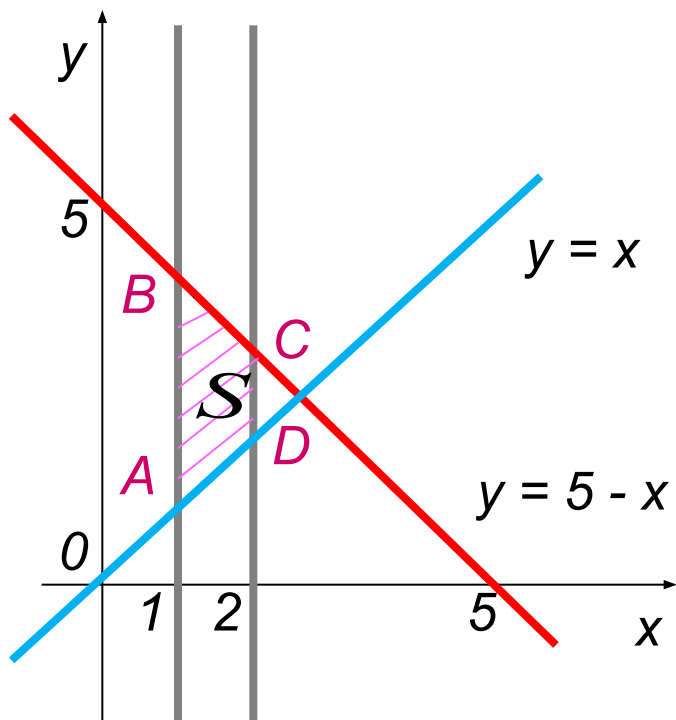
$$S = \int_1^2 (x-1)^2 dx$$

Найти площади криволинейных трапеций



Пример2.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x$, $y = 5 - x$, $x = 1$, $x = 2$.



$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

$$S_{ABCD} = \int_1^2 ((5 - x) - x) dx =$$

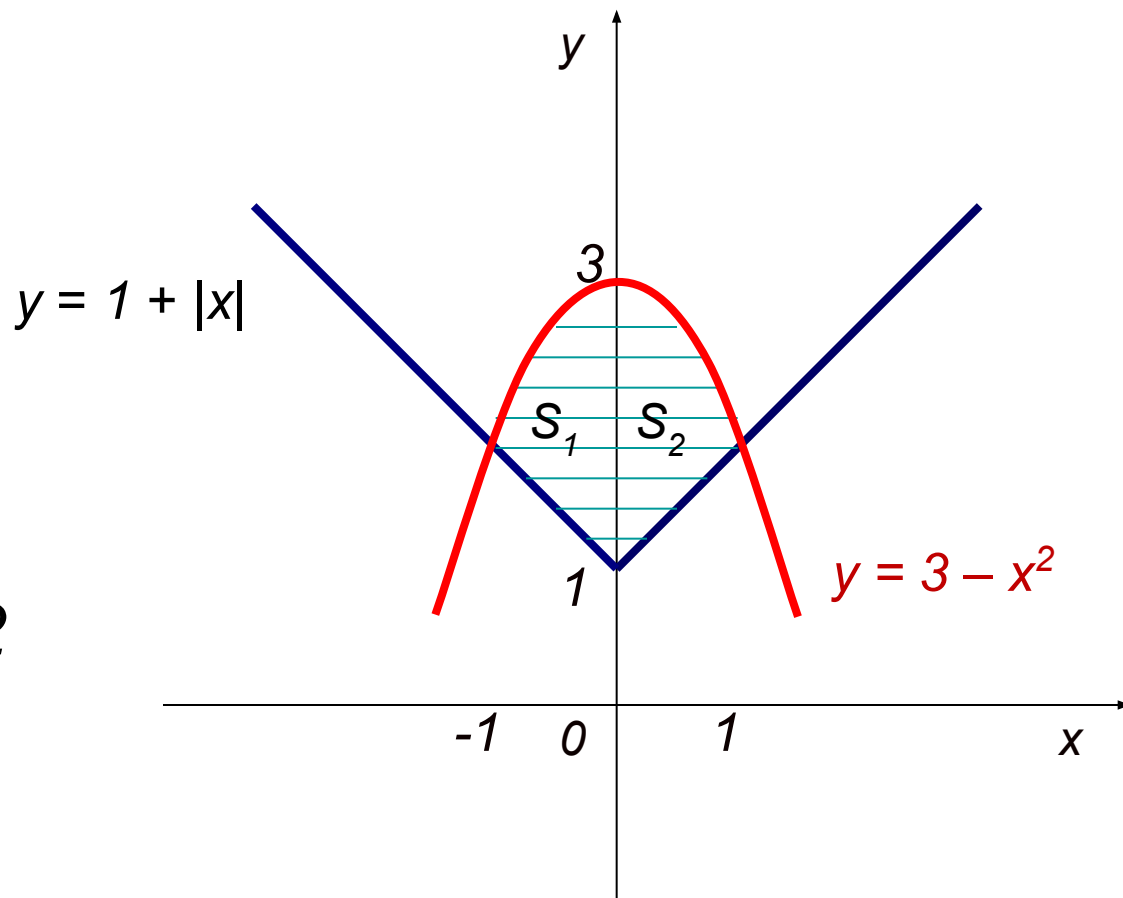
$$= \int_1^2 (5 - 2x) dx = (5x - x^2) \Big|_1^2 =$$

$$= (5 \cdot 2 - 2^2) - (5 \cdot 1 - 1^2) = 2$$

Ответ : 2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

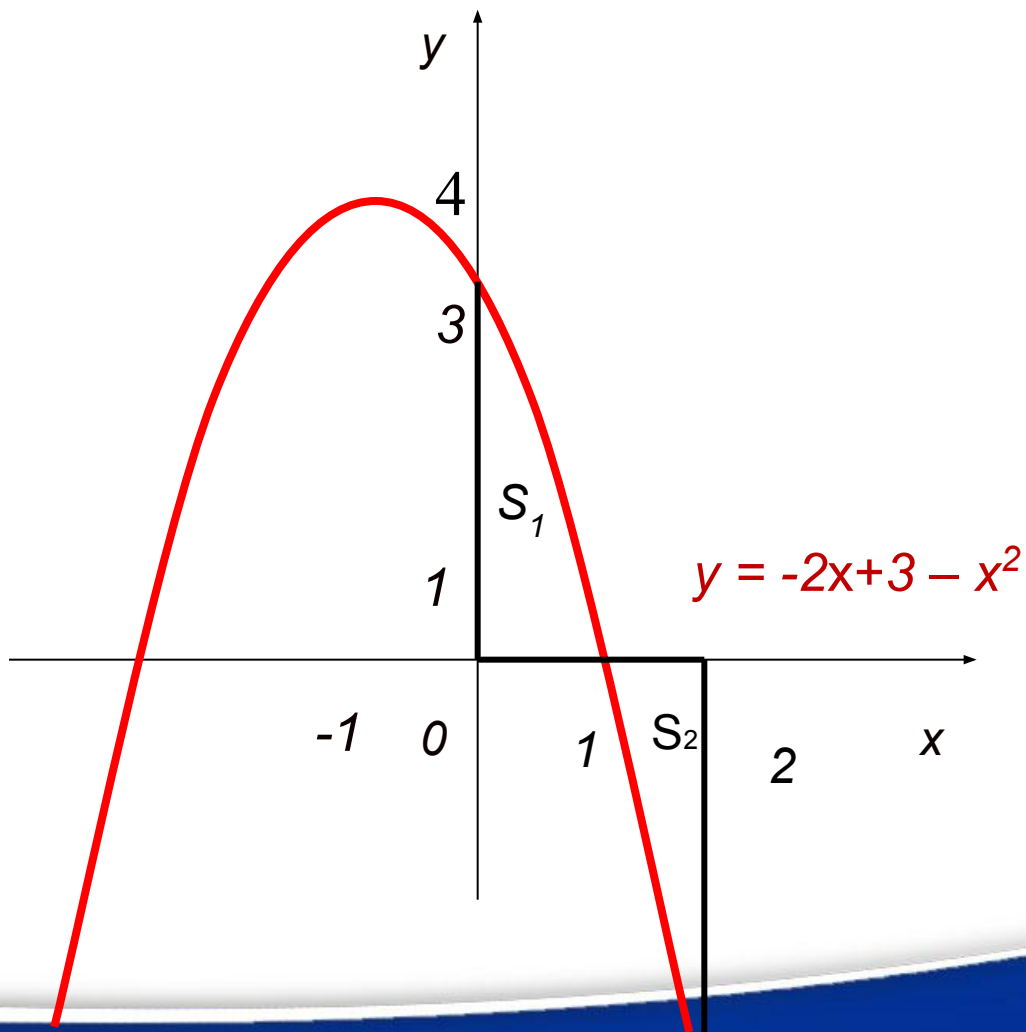
$$y = 3 - x^2, y = 1 + |x|$$



$$S = S_1 + S_2$$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = -2x+3 - x^2$ осями координат и прямой $x = 2$.

$$S = S_1 + S_2$$

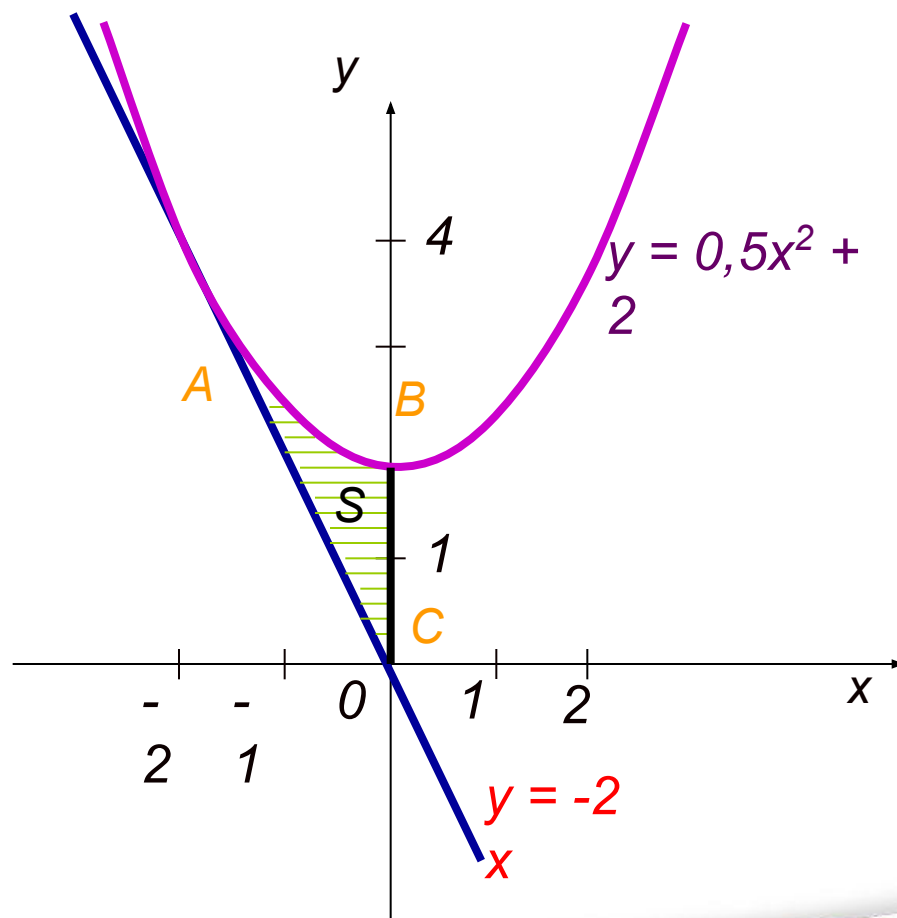


Домашнее задание.

Вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y = 0,5x^2 + 2$, касательной к этому графику в точке с абсциссой $x = -2$ и прямой $x = 0$.

Алгоритм:

1. Составим уравнение касательной.
2. Построим графики функций.
3. Найдем площадь фигуры.

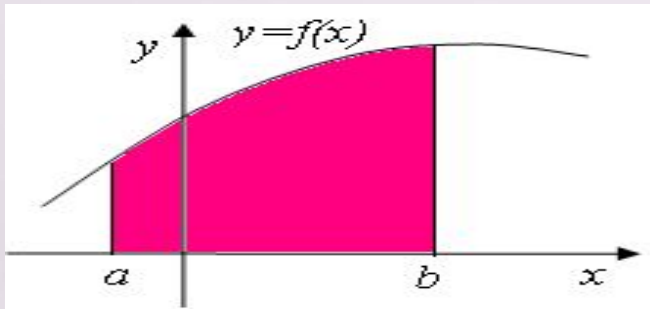


Домашнее задание.

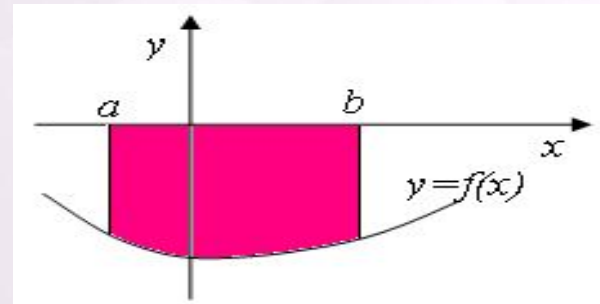
№ 13.81, №13.84 стр. 297

Сборник задач по математике В.А.
Подольский, А.М.Суходский, Е.С.
Мироненко.

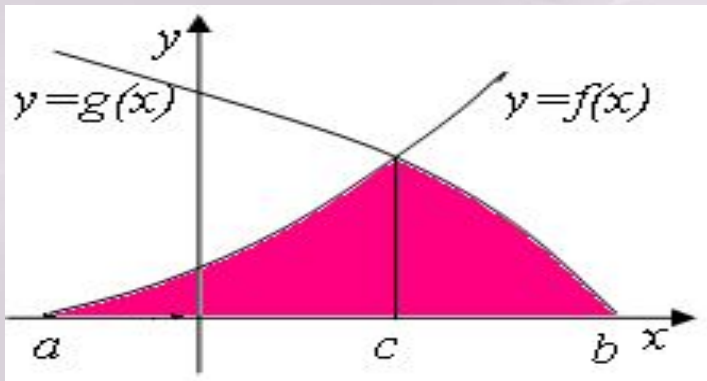
- **Обобщение изученного на уроке материала**



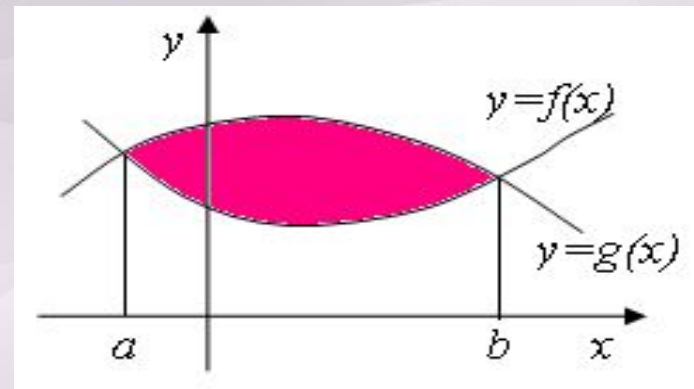
$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$



$$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$



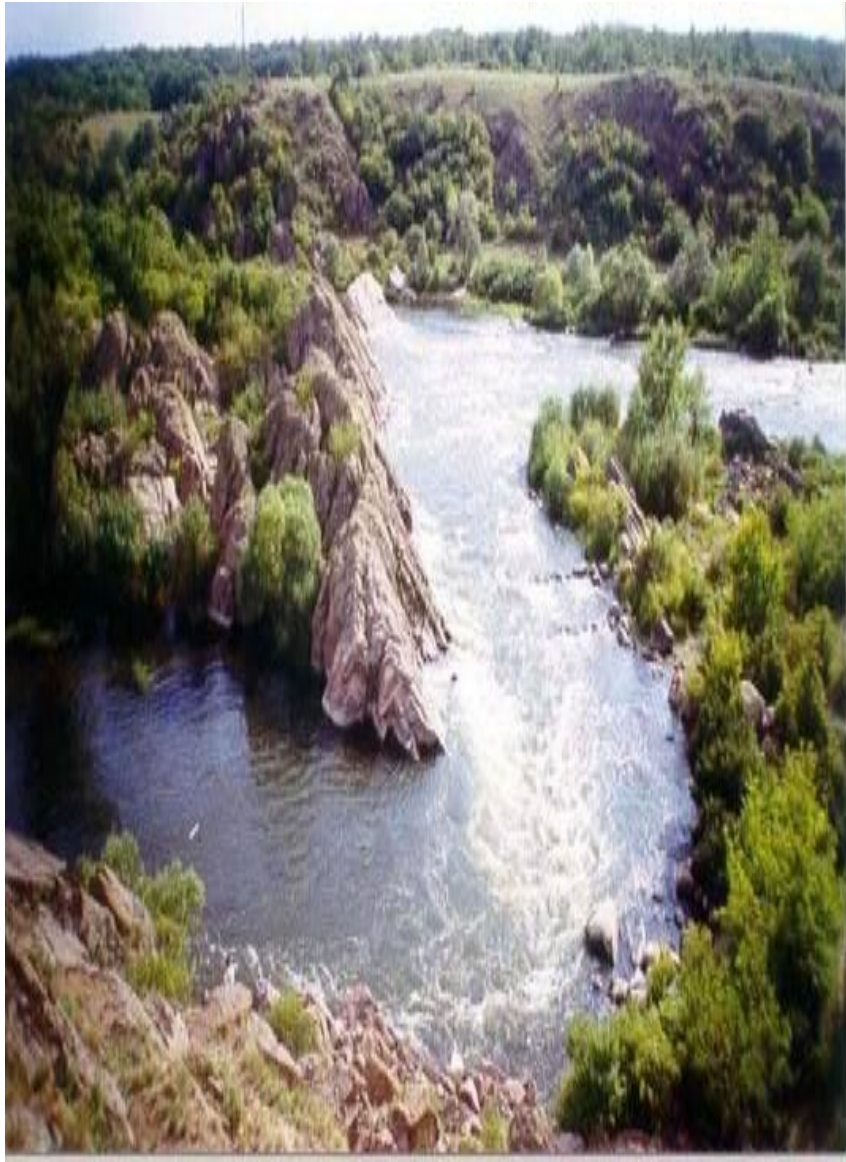
$$S = \int_a^b (g(x) - f(x)) dx$$

Применение интеграла

- ✓ Площадь фигуры
- ✓ Объем тела вращения
- ✓ Работа электрического заряда
- ✓ Работа переменной силы
- ✓ Центр масс



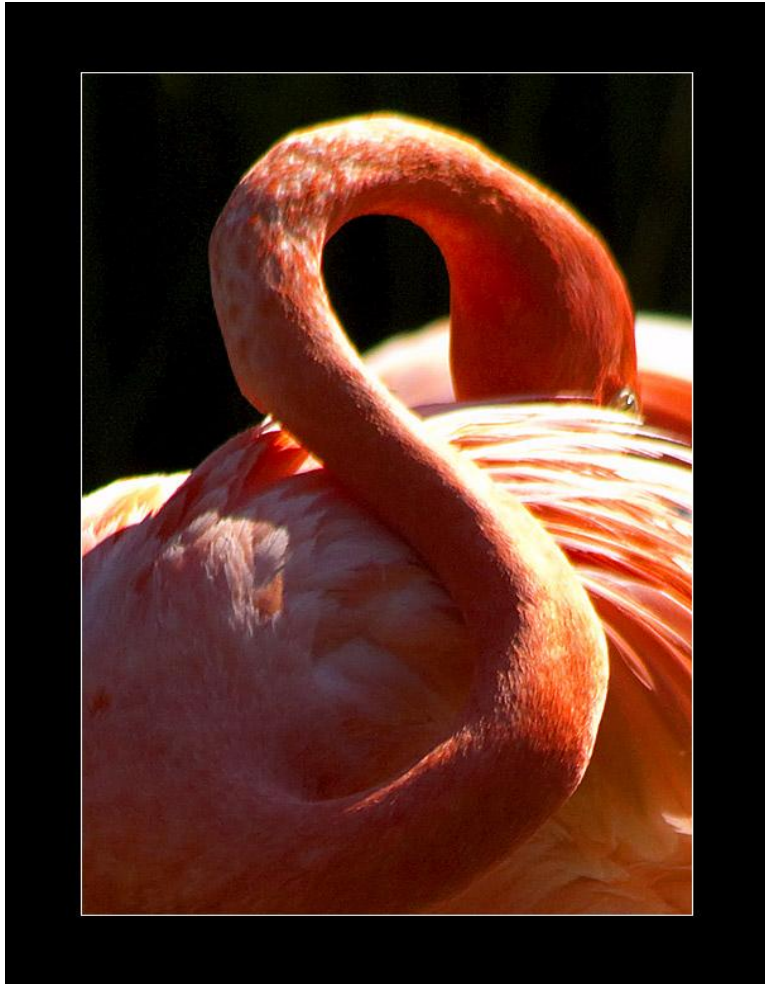
















Желаю успехов!