

Геометрическая прогрессия в экономике

Каждая задача, которую я решал,
становилась правилом, служившим в
последствии для решения других задач

Р. Декарт

Определение. Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и тоже число

Формула общего члена
геометрической прогрессии

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

Формула суммы первых n членов
геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

Срочный вклад положенный в банк ежегодно увеличивается на 20%. Каким станет вклад через три года, если в начале он равен 15000 тенге?

Снижение себестоимости производства товара равно 5% в год. Первоначальная стоимость товара равна 1000 тенге. Чему станет равной его себестоимость через три года?

Структура банковской системы

Центральный банк

Коммерческий банк

Алмаз

Сапфир

Берилл

Сердолик

Изумруд



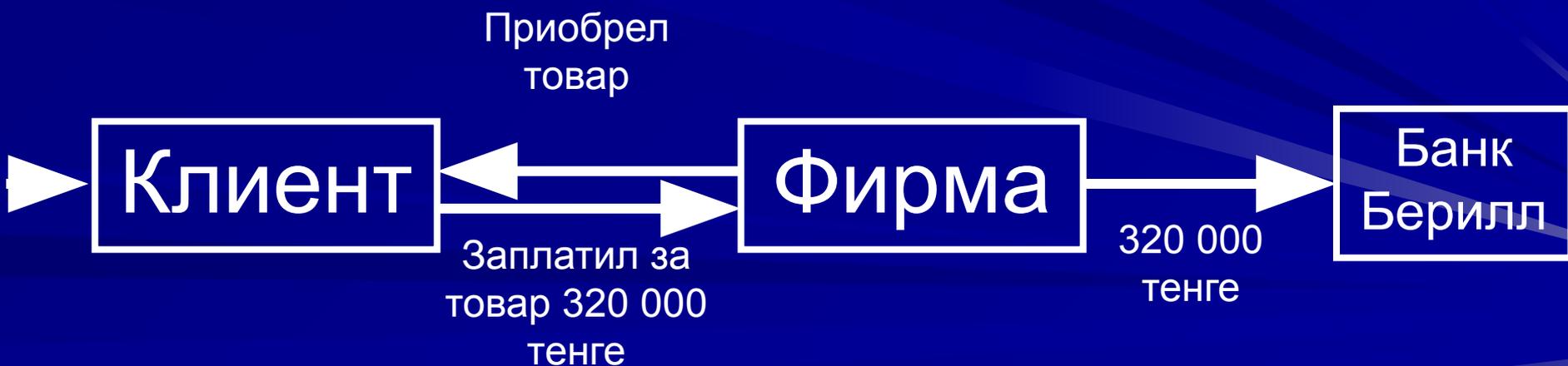
Пусть некоторый вкладчик внес в коммерческий банк сумму равную 500000 тенге, процентная ставка обязательных резервов установлена на уровне $p=15\%$. Найдем обязательные и свободные резервы от этой суммы

Обязательные резервы составляют 15%, поэтому они равны $500000 * 0,15 = 75000$ (тенге).

Свободные резервы составляют 85%, т.е. $500000 * 0,85 = 425000 = 500000 - 75000$ (тенге)

1. В банк “Алмаз” поступило $S_0 = 20000$ тенге. $P = 20\%$.
2. В банк “Берилл” поступило $S_0 = 45000$ тенге. $P = 15\%$.
3. В банк “Изумруд” поступило $S_0 = 90000$ тенге. $P = 12\%$.
4. В банк “Сапфир” поступило $S_0 = 10000$ тенге. $P = 22\%$.
5. В банк “Сердолик” поступило $S_0 = 12000$ тенге. $P = 18\%$.

№	Банк	Обязательные резервы	Свободные резервы
1	Алмаз	$20000 * 0,2 = 4000$	$20000 * 0,8 = 16000$
2	Берилл	$45000 * 0,15 = 6750$	$45000 * 0,85 = 38250$
3	Изумруд	$90000 * 0,12 = 10800$	$90000 * 0,88 = 79200$
4	Сапфир	$10000 * 0,22 = 2200$	$10000 * 0,78 = 7800$
5	Сердолик	$12000 * 0,18 = 2160$	$12000 * 0,82 = 9840$



№	Банк	Сумма вклада	Обязательные резервы	Свободные резервы – кредиты (тенге)
1	Алмаз	400 000	80 000	320 000
2	Берилл	320 000	64 000	256 000
3	Изумруд	256 000	51 000	204 800
4	Сапфир	204 800	40 960	163 840
5	Сердолик	163 800	32 768	131 072

Объем кредитов, выданных рассматриваемой системой банков, равен 1 075 712 тенге. Из анализа расчетов финансовых операций каждого банка можно сделать вывод, что свободные резервы системы банков образуют последовательность 320000; 320000*0.8; 320000*0.8²; 320000*0.8³; 320000*0.8⁴, т.е. первые пять членов геометрической прогрессии с первым членом 320000 и знаменателем 0,8.

$$S_5 = \frac{a_1(1-q^5)}{1-q} = \frac{320000(1-0.8^5)}{1-0.8} = 1075712$$

Свободные резервы – кредиты (тенге)
320 000
256 000
204 800
163 840
131 072

Система состоит из трех банков A_1 , A_2 и A_3 . В первый банк внесен вклад 200 000 тенге. Процентная ставка обязательных резервов составляет 15%. Какова максимальная сумма кредитов, которую может выдать эта система?

Задание

1. Сочинить систему состоящую из четырех банков.
2. Назначить сумму, поступившую в первый банк системы.
3. Назначить процентную ставку обязательных резервов.
4. Вычислить суммарную величину кредитов, которую может предложить ваша система банков (составив таблицу или пользуясь формулой суммы n -первых членов геометрической прогрессии