Презентацию подготовила:
Седых Светлана Вениаминовна
Учительница математики
МКОУ Бобровская средняя общеобразовательная школа № 1

Комплексные числа

Именно математика даёт надёжнейшие правила: кто им следует–тому не опасен обман чувств.

Л. Эйлер

План.

1.Мнимые числа.
2.Комплексные числа.
3.Действия над комплексными числами:
а) сложение;
б) вычитание;
в) умножение;
д) деление;
е) возвышение в степень.
4. Геометрическое изображение комплексного числа.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа.
6. Число – важнейшее математическое понятие.

Мнимые числа.

Число $\sqrt{-1}$ обозначим буквой i и назовём мнимой единицей. Ясно, что $i^2=-1$ и $(\sqrt{-a})^2=-a$.

Любое мнимое число может быть выражено в виде произведения i на некоторое действительное число. Например, $\sqrt{-16}=\sqrt{16(-1)}=4\sqrt{-1}=4i$.

Тогда, уравнение $x^2=-4$ имеет корни $x=\pm 2i$;

Уравнение $x^2+9=0$ имеет корни $x=\pm 3i$;

Уравнение $x^2-2x+4=0$ имеет корни $x=1\pm 3i$.

Назад

Комплексные числа.

Числа вида a+bi, где a и b – вещественные числа(действительные), называются комплексными числами. В них a называется вещественной частью, bi – мнимой частью.

При a=0 оно обращается в чисто мнимое число bi; при b=0 получим число a+0i, которое рассматривается как вещественное число a.

Комплексные числа вида a+bi и a-bi называются сопряжёнными. Комплексные числа вида a+bi и –a-bi называются противоположными.

Два комплексных числа равны тогда и только тогда, когда равны их вещественные части и мнимые.

$$a+bi=a'+b'i \Leftrightarrow a=a',$$

$$b=b' \quad a+bi=0, \text{ если } a=0,\ b=0.$$

Назад

Действия над комплексными числами.

Сложение.

$(a+bi)+(a_1+b_1i)=(a+a_1)+(b+b_1)i; (a+bi)+(a_1+b_1i)+(a_2+b_2i)=(a+a_1+a_2)+(b+b_1+b_2)i.$

Сложение комплексных чисел обладает свойствами переместительным и сочетательным.

Вычитание.

$(a+bi)-(a_1+b_1i)=(a-a_1)+(b-b_1)i.$

Сумма или разность двух комплексных чисел может оказаться числом вещественным. Например, сумма сопряжённых комплексных чисел $(a+bi)+(a-bi)=2a.$

Назад

Умножение.

$(a+bi)(a_1+b_1i)=aa_1+a_1bi+ab_1i+bb_1i^2=(aa_1-bb_1)+(a_1b+ab_1)i.$

Таким образом можно умножать три или более комплексных числа.

Произведение двух сопряжённых комплексных, не равных нулю чисел равно положительному вещественному числу.

$(a+bi)(a-bi)=a^2+abi-abi-b^2i^2$, но $i^2=-1$; следовательно,

$$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2.$$

Деление.

$(a+bi)/(a_1+b_1i)=((a+bi)(a_1-b_1i))/((a_1+b_1i)(a_1-b_1i))=((aa_1+bb_1)+(a_1b-ab_1)i)/(a_1^2-(b_1i)^2==$
$(aa_1+bb_1)/(a_1^2+b_1^2)+(a_1b-ab_1)i/(a_1^2+b_1^2)$

Возвышение в степень.

Найдём результат возвышения в степень мнимой единицы

$i^1=i;$
$i^2=-1$
$i^3=i^2i=-1i=-i$
$i^4=i^2i^2=1$

$i^5=i^4i=i$
$i^6=i^5i=i^2=-1$
$i^7=i^6i=-i$
$i^8=i^4i^4=1$

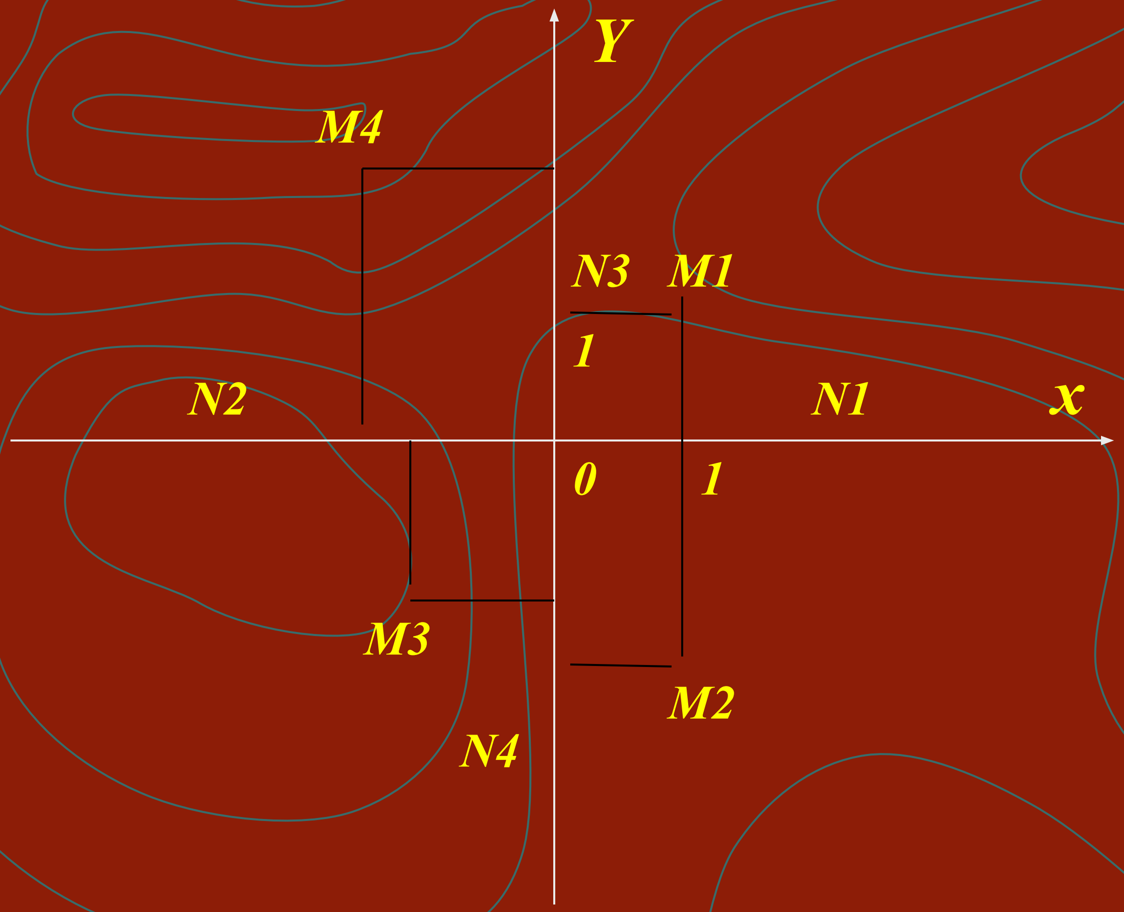
Получим четыре чередующихся значения: i; -1; -i; 1. Тогда

$$(a+bi)^2=a^2+2abi+b^2i^2=(a^2-b^2)+2abi.$$

$$(a+bi)^3=a^3+3a^2bi+3a(bi)^2+(bi)^3= (a^3-3ab^2)+(3a^2b-b^3)i.$$

Назад

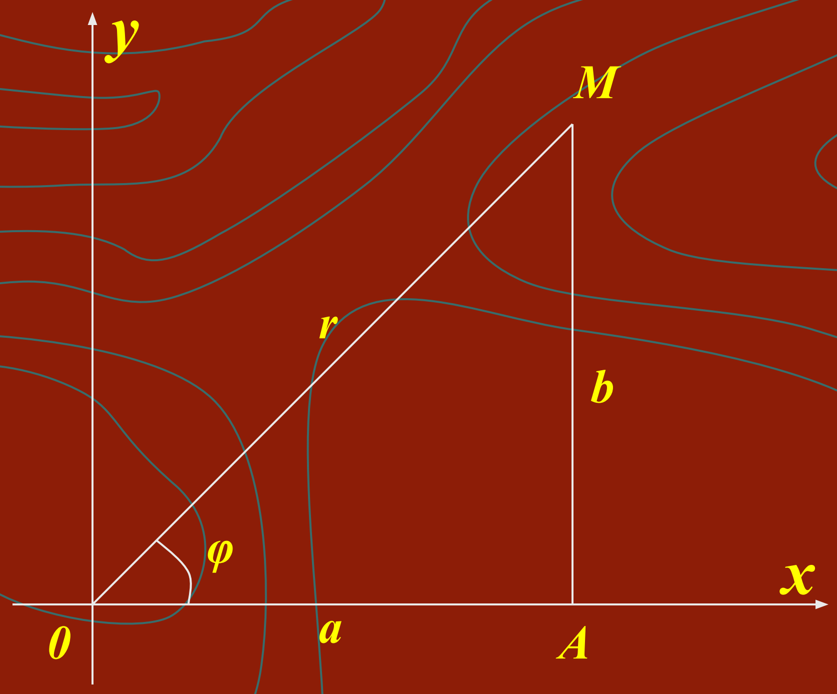
Геометрическое изображение комплексного числа



Назад

Тригонометрическая форма комплексного числа.

$a+bi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$.



Назад