

# СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ



# ЗАДАЧИ УРОКА:



## ○ образовательные:

- повторить понятие системы линейных уравнений с двумя переменными, ее решения, графический метод, метод подстановки;
- отработать графический способ решения системы линейных уравнений, рассмотреть применение систем как модели реальных ситуаций;
- закрепить навыки построения графиков линейных функций;
- формировать навыки самостоятельной работы;



## ○ развивающие:

- развивать логическое мышление, математическую речь, вычислительные навыки;
- развивать умение применять полученные знания к решению прикладных задач;
- расширение кругозора;

## ○ воспитывающие:

- воспитание познавательного интереса к предмету;
- воспитание у учащихся дисциплинированности на уроках;
- воспитание аккуратности, внимательности, рационального использования времени при выполнении заданий.

# БЛИЦ ОПРОС :

- Определение линейного уравнения с двумя переменными.
- Что является решением линейного уравнения с двумя переменными?
- В каком случае говорят, что уравнения образуют систему?
- Что значит решить систему?
- Что является решением системы?
- Сколько решений может иметь система?

# МИНИ – ТЕСТ

- ⊙ 1. Из предложенных уравнений выберите линейное с двумя переменными :

а)  $3x^2 + 5x - 4 = 0$ ;    б)  $-2x + 4,5y - 8 = 0$ ;    в)  $125x - 12 = 0$

- ⊙ 2. Какая из пар является решением уравнения  $5x + 3y - 19 = 0$

а) (2; 3);    б) (5; 6);    в) (1; 2)?

- ⊙ 3. Сколько решений имеет уравнение

$$\underline{3x + 2y - 16 = 0}$$

а) 1;    б) 3;    в) много?

- ⊙ 4. Какая из пар является решением системы:

$$5x - 8y = 31$$

$$3x + y = 7$$

а) (4; -5)    б) (2; 1) в) (3; -2)

# КЛЮЧ К ТЕСТУ



⦿ 1 - б



⦿ 2 - а

⦿ 3 - в

⦿ 4 - в



Для уравнения вида  $ax + by = c$   
найти значения  
 $a$ ,  $b$ , и  $c$  и заполнить таблицу:

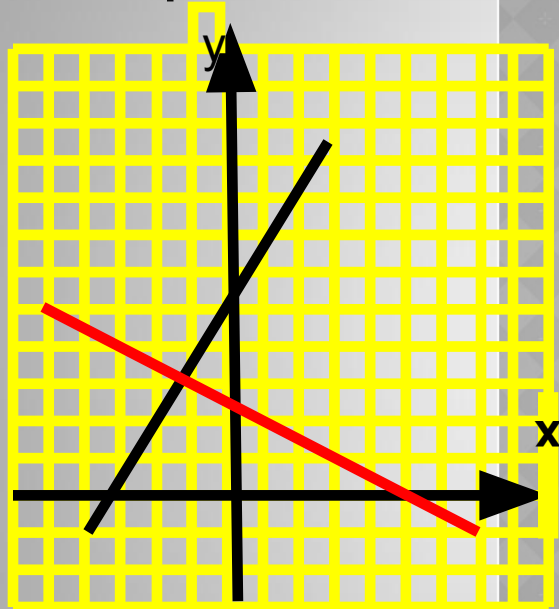
$ax + by = c$	$a$	$b$	$c$
$6x - 2y = -5$			
$x + 0,5y = 0$			
$0,75x - y = 1$			
$-0,25x + y = 1,5$			

Для уравнения вида  $ax + by = c$  найти значения  $a$ ,  $b$ , и  $c$  и заполнить таблицу:

$ax + by = c$	$a$	$b$	$c$
$6x - 2y = -5$	$6$	$-2$	$-5$
$x + 0,5y = 0$	$1$	$0,5$	$0$
$0,75x - y = 1$	$0,75$	$-1$	$1$
$-0,25x + y = 1,5$	$-0,25$	$1$	$1,5$

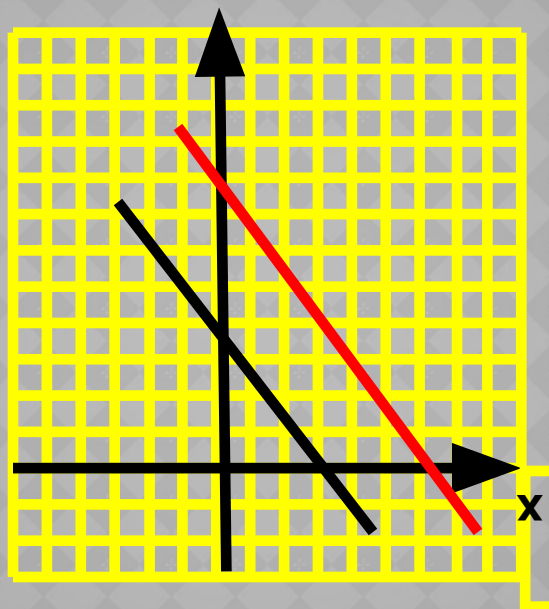
# ТРИ ВОЗМОЖНЫХ СЛУЧАЯ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ДВУХ ПРЯМЫХ - ГРАФИКОВ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМЫ

Прямые  
пересекаются



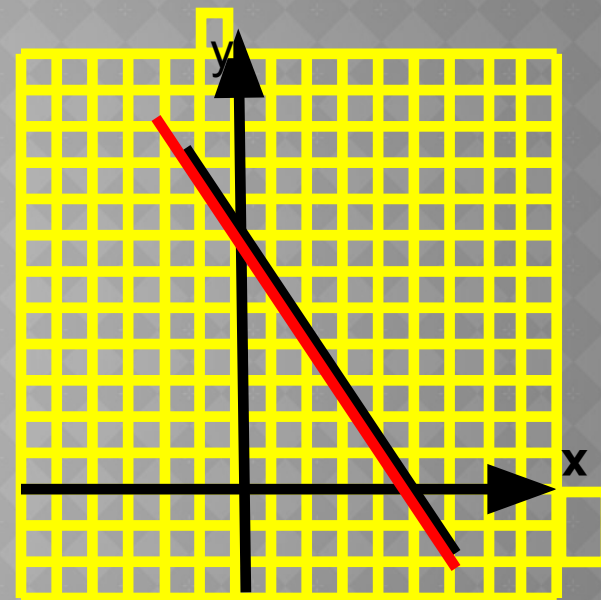
Система уравнений  
имеет единственное  
решение

Прямые  
параллельны



Система уравнений  
не имеет решений

Прямые  
совпадают



Система  
уравнений имеет  
бесконечное  
множество  
решений



# ОПРЕДЕЛИТЕ, СКОЛЬКО РЕШЕНИЙ ИМЕЕТ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ.

$$1. \begin{cases} 3x + y = 5, \\ -3x + y = 3. \end{cases} \quad \frac{3}{-3} \neq \frac{1}{1}$$

$$2. \begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \frac{4}{2} = \frac{-2}{-1} = \frac{8}{4}$$

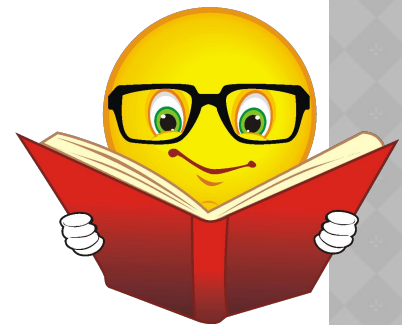
$$3. \begin{cases} 5x + 2y = 3, \\ -5x - 2y = -6 \end{cases} \quad \frac{5}{-5} = \frac{2}{-2} \neq \frac{3}{-6}$$

*ответ :*

*1. одно*

*2. множество*

*3. нет \_ решений*



# ЗАКОНЧИТЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ, ЧТОБЫ ПОЛУЧИЛОСЬ ВЕРНОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ



## Вариант 1.

А). Если графики двух линейных уравнений системы пересекаются, то система уравнений имеет \_\_\_\_

*единственное решение*

Б). Если система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет бесконечное множество решений, то графики уравнений системы \_\_\_\_\_

*совпадают*



## Вариант 2.

А). Если графики уравнений системы линейных уравнений - параллельные прямые, то эта система \_\_\_\_\_

*не имеет решения*

Б). Если система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение, то графики уравнений системы \_\_\_\_\_

*пересекаются*



# ЗАДАНИЕ.

## В КАЖДОМ ЗАДАНИИ ИЗ ТРЕХ ПРЕДЛОЖЕННЫХ ОТВЕТОВ ВЫБЕРИТЕ ВЕРНЫЙ

### Вариант 1.

1) Укажите взаимное расположение прямых:

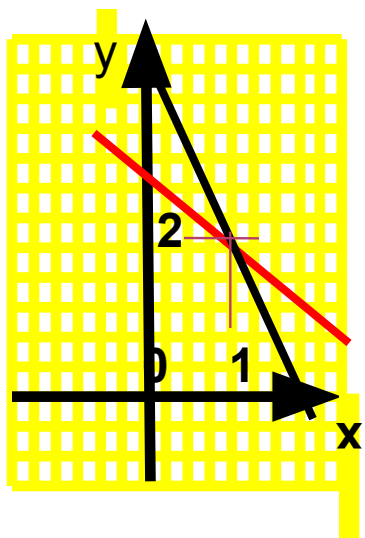
$$2x - y = 4 \text{ и } 3x - y = 6.$$

А). пересекаются;

Б). совпадают;

В). параллельны.

2) Выберите систему уравнений, соответствующую данному чертежу.



- А )  $\begin{cases} X + 2y \\ = 4, \end{cases}$
- Б )  $\begin{cases} 2x + y = 4; \\ 2y + x = 5, \\ 2x + 2y = 6; \end{cases}$
- В )  $\begin{cases} 2X + y \\ = 5, \\ 2x + y = \\ 4; \end{cases}$

### Вариант 2.

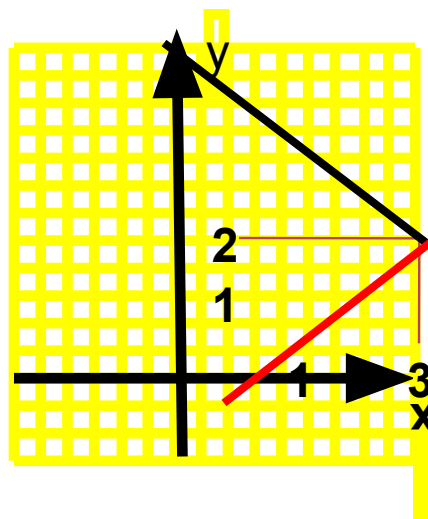
1). Укажите взаимное расположение прямых:  $2x - y = 3$  и  $x - y = 2$ .

А). пересекаются;

Б). совпадают;

В). параллельны.

2) Выберите систему уравнений, соответствующую данному чертежу.



- А )  $\begin{cases} X - 2y = 1, \\ 2x - y = 5; \end{cases}$
- Б )  $\begin{cases} 2X - 3y = 7, \\ 3x - 2y = 8; \end{cases}$
- В )  $\begin{cases} X + y = 5, \\ y = 5 - \\ x; \end{cases}$

## ЗАДАНИЕ.

ПОКАЗАТЬ, ЧТО СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ  
ИМЕЕТ БЕСКОНЕЧНО МНОГО РЕШЕНИЙ. ЧТО  
ЭТО ОЗНАЧАЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ ?

$$6x - 12y = 4$$

$$9x - 18y = 6,$$

## Решение.

1. Разделив обе части первого уравнения на 2 и обе части второго уравнения на 3, получим систему

.....

2. Уравнения системы оказались .....

это означает, что система .....

Геометрически это означает, что графиками этих уравнений являются.....

# ПОДБЕРИТЕ ТАКОЕ ЗНАЧЕНИЕ К, ПРИ КОТОРОМ СИСТЕМА

Имеет единственное  
решение

Не имеет решений

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = kx + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x - 7 \\ y = kx - 7 \end{cases}$$

# ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ (АЛГОРИТМ)

- ⦿ Выразить  $y$  через  $x$  в каждом уравнении
- ⦿ Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- ⦿ Определить координаты точки пересечения
- ⦿ Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  , или  $(x; y)$



# РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

Выразим  $y$  через  $x$

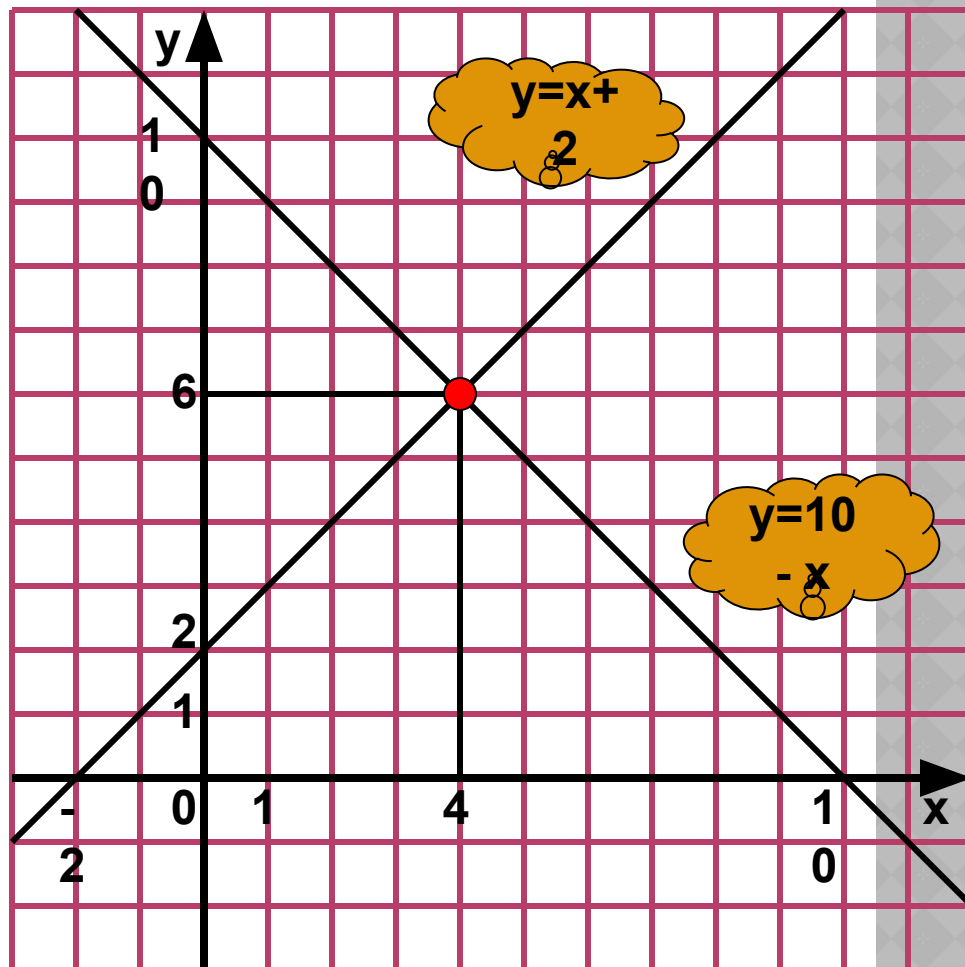
$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

$x$	0	-2
$y$	2	0

Построим график второго уравнения

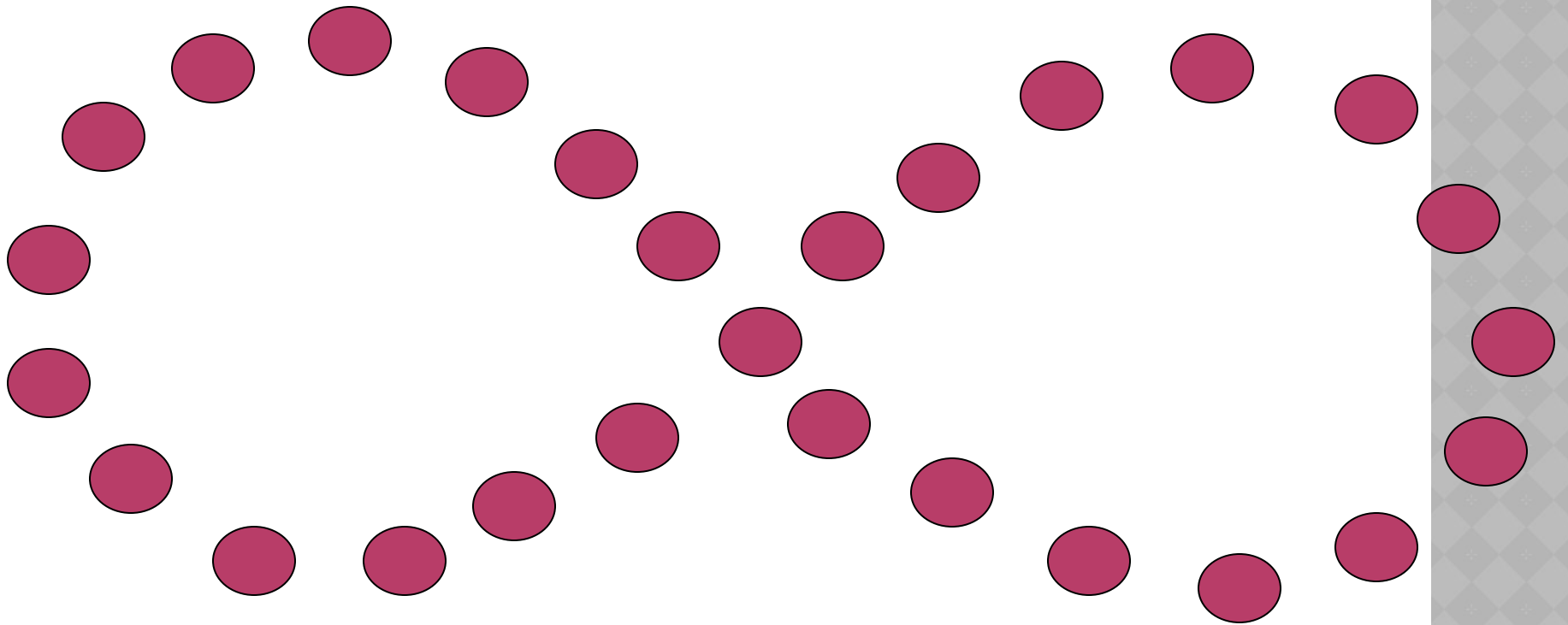
$x$	0	10
$y$	10	0



Ответ: (4; 6)



# ЗАРЯДКА ДЛЯ ГЛАЗ





# СПОСОБ ПОДСТАНОВКИ (АЛГОРИТМ)

- Из какого-либо уравнения **выразить** одну переменную через другую
- Подставить **полученное выражение** для переменной в **другое** уравнение и решить его
- Сделать **подстановку** найденного значения переменной и вычислить значение второй переменной
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  .



# РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ СПОСОБОМ ПОДСТАНОВКИ

Выразим  $y$  через  $x$

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подстави

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Подставим

$$7x - 2x - 4 = 1;$$

$$5x = 5;$$

$$\underline{x = 1};$$

Ответ:  $x=1; y=6$ .



# РЕШИТЬ СИСТЕМУ МЕТОДОМ ПОДСТАНОВКИ



⦿ 1 вариант

⦿ 2 вариант

$$x + y = 7$$

$$2x + y = 8$$

$$\frac{x + 2y}{5} + \frac{3x - y}{3} = 5$$

$$2x - 3y = -1$$

## РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ 1 ВАРИАНТА



$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{x = 7 - y} \\ 2(7 - y) + y = 8 \end{cases}$$

Решим второе  
уравнение:

$$14 - 2y + y = 8$$

$$-y = 8 - 14$$

$$-y = -6$$

$$y = 6$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 7 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 7 - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: (1;6)

## РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ 2 ВАРИАНТА



$$\frac{x+2y}{5} + \frac{3x-y}{3} = 5$$

$$2x - 3y = -1$$

$$3(x+2y)+5(3x-y)=75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$3x+6y+15x-5y=75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$18x+y = 75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$y=75-18x$$

$$2x-3(75-18x)=-1$$

$$2x-225+54x=-1$$

$$56x=224$$

$$x=4$$

$$x=4$$

$$y=3$$

Ответ: (4;3)

# Способ сравнения ( алгоритм )

- **Выразить**  $y$  через  $x$  (или  $x$  через  $y$ ) в каждом уравнении
- **Приравнять** выражения, полученные для одноимённых переменных
- Решить **полученное** уравнение и найти значение одной переменной
- **Подставить** значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение
- Записать ответ:  $( X; Y )$ .

# РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ СПОСОБОМ СРАВНЕНИЯ



$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим  $y$  через  $x$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем  
эти  
выражения  
для  $y$

$$\begin{aligned} 7x - 1 &= 2x + 4, \\ 7x - 2x &= 4 + 1, \\ 5x &= 5, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Решим  
уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)



# СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ (АЛГОРИТМ)

- **Уравнять** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной
- **Сложить** почленно уравнения системы
- Составить **новую** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить **новое** уравнение и найти значение одной переменной
- **Подставить** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ:  $x=...$ ;  $y=...$  .





# РЕШИТЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СПОСОБОМ СЛОЖЕНИЯ



$$1. \begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = -6; \end{cases}$$

1.  
Ответ: ( 1; - 0,5 )

$$2. \begin{cases} x + 3y = 17, \\ 2y - x = 13; \end{cases}$$

2.  
Ответ: ( -1; 6 ).

$$3. \begin{cases} 5x + 6y = 0, \\ 3x + 4y = 4; \end{cases}$$

3.  
Ответ: ( -12; 10 ).

# Тест.

○ Вариант 1

○ Вариант 2

**РЕШИТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ**

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - y = 5, \end{cases}$$

и, обозначив  $(m; n)$  решение системы, вычислите значение выражения :  $m^2 + n^2$  .

а). 17; б). 5;  
в). 13; г). 10.

а). 25; б). 17;  
в). 10; г). 5.

## ВЫВОД:

Итак, одну и ту же систему можно решить разными способами.

Какой из них вам показался более удобным?

В чем недостаток каждого метода?

## ИСААК НЬЮТОН СКАЗАЛ:

«Чтобы решить вопрос,  
относящийся к  
числам или к отвлеченным  
отношениям величин, нужно лишь  
перевести задачу с родного языка  
на алгебраический.»



# С ПОМОЩЬЮ КАКОЙ ИЗ СИСТЕМ, МОЖНО РЕШИТЬ СЛЕДУЮЩУЮ ЗАДАЧУ



Сумма двух чисел  
равна 7, а их  
разность 3. Найти  
эти числа.

$$1) \begin{cases} x-y=7 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=7 \\ xy=3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$$

## **СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ:**

- 1). вводят обозначения неизвестных и составляют систему уравнений;
- 2). решают систему уравнений;
- 3). Возвращаясь к условию задачи и использованным обозначениям, записывают ответ.

# УСТНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ



Составьте систему уравнений по условию задачи:

«На двух полках 60 книг. На второй полке на 10 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?»

## СОСТАВЬТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ ПО УСЛОВИЮ ЗАДАЧИ:

- « Одна сторона прямоугольника меньше другой на 5 см, периметр прямоугольника равен 38 см. Найти стороны этого прямоугольника.»
- ВЫБЕРИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ.**



$$\begin{array}{l} \text{А)} \left\{ \begin{array}{l} X - Y = 5, \\ X + Y = 38; \end{array} \right. \quad \text{Б)} \left\{ \begin{array}{l} X + Y = 5, \\ 2(X + Y) = 38; \end{array} \right. \quad \text{В)} \left\{ \begin{array}{l} X - Y = 5 \\ 2(X + Y) = 38; \end{array} \right. \end{array}$$



## ОПТИШИТЕ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СИТУАЦИЮ



- Разность двух чисел равна 12. Одно из них больше другого в 4 раза.

$$x - y = 12$$

$$x = 4y$$

- В классе 36 учеников. Девочек на 3 меньше, чем мальчиков.

$$x + y = 36$$

$$x - y = 3$$

## РЕШИТЬ ЗАДАЧУ:

Миша купил 2 чупа-чупса и 1 жевачку и заплатил 5 руб. Если бы он купил 8 чупа-чупсов, то на 12 руб заплатил больше чем при покупке 4 жевачек.

Сколько стоит 1 чупа-чупс и 1 жевачка.



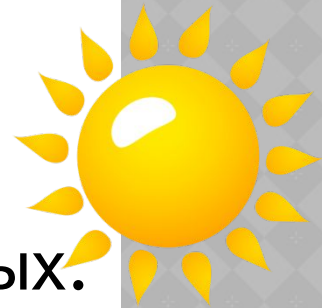
1  
2  
2  
х

## ЗАДАЧА:

В гостинице 25 номеров. Есть 4-х местные и 2-х местные номера. Сколько каких номеров, если известно, что всего в гостинице могут разместиться 70 человек?



## РЕШЕНИЕ:



Пусть  $x$  номеров 4-х местных, а  $y$  - 2-х местных.

Составим и решим систему:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 4x + 2y = 70 \end{cases}$$

# ЗАДАЧА

- ⦿ В кассе лежит 480 рублей монетами достоинством по 2 рубля и по 5 рублей. Сколько 2-х рублёвых и 5-ти рублёвых монет в кассе, если всего 120 монет.





## Решение:

*Пусть в кассе  $x$  (шт.) монет по 5 р.,  
 $y$  (шт) монет по 2 р.*

$$\begin{cases} x + y = 120, \\ 5x + 2y = 480. \end{cases}^{\text{л}}$$

*$x = 80$  монет по 5 р.*

*$y = 40$  монет по 2 р.*

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ТЕМА: «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ  
УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ  
НЕИЗВЕСТНЫМИ»



### Вариант 1

### Вариант 2

## 1. РЕШИТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ СПОСОБОМ СЛОЖЕНИЯ.

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$$

## 2. Решите систему уравнений способом подстановки.

$$\begin{cases} 2x + y = 2, \\ 4x - 3y = 24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

## 3. Решите задачу.

Двое рабочих изготовили вместе 237 детали, первый рабочий работал 8 дней, второй – 5. Сколько деталей изготовил каждый рабочий за один день, если первый изготавливал на 2 детали в день больше, чем второй ?

На покупку трех тренировочных костюмов и пяти мячей было потрачено 255 \$. Сколько стоит один костюм и один мяч, если стоимость четырех мячей такая же, как стоимость одного костюма?



# Спасибо за урок



Дом.задание

№ 11.12(а); 12.5 (а);12.24