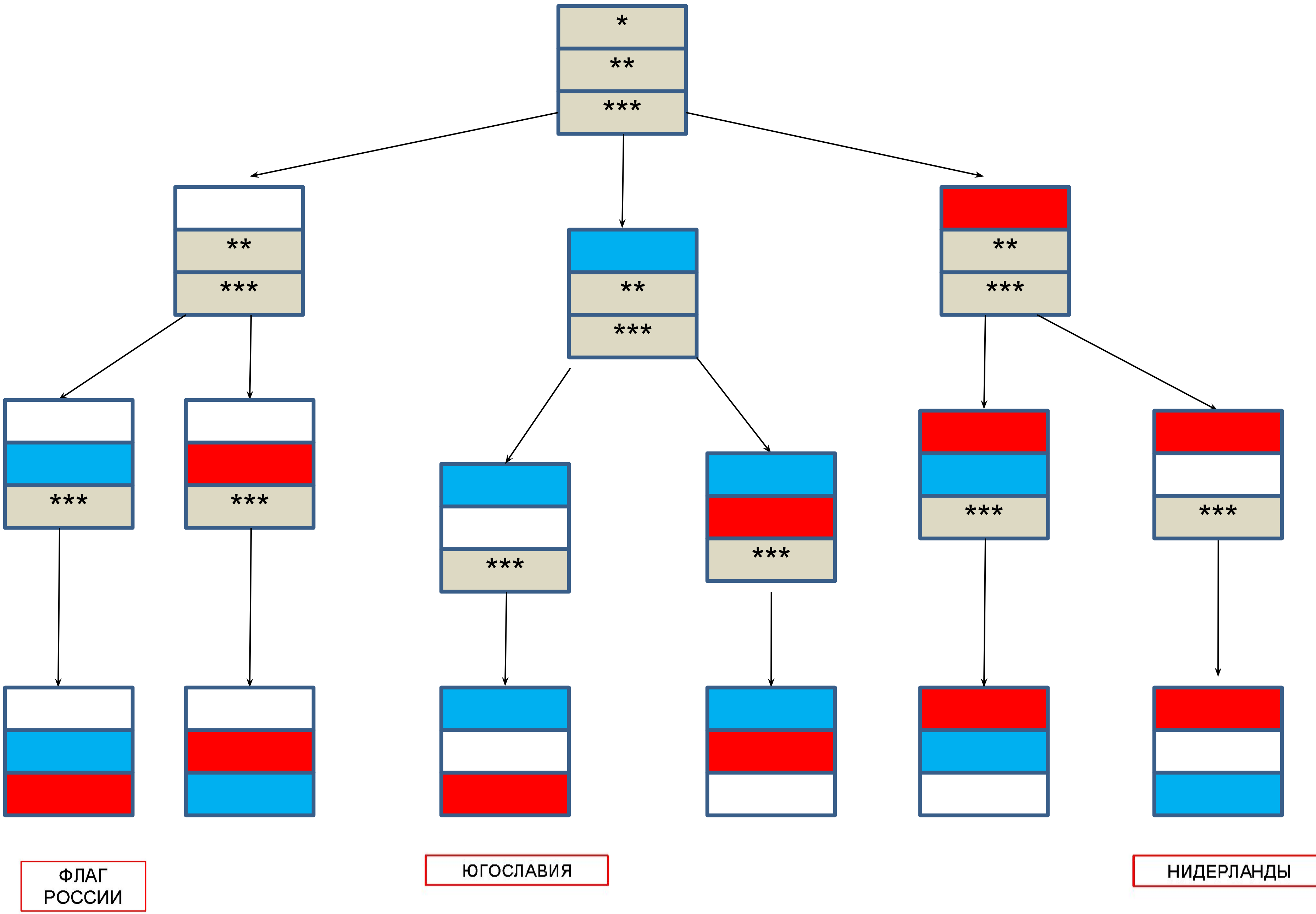
Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?


ФЛАГ
РОССИИ
ЮГОСЛАВИЯ
НИДЕРЛАНДЫ

Тема урока: Комбинаторика. Комбинаторные конструкции

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Области применения комбинаторики:

- учебные заведения *(составление расписаний)*
- сфера общественного питания *(составление меню)*
- биология *(расшифровка кода ДНК)*
- химия *(анализ возможных связей между химическими элементами)*
- экономика *(анализ вариантов купли-продажи акций)*
- азартные игры *(подсчёт частоты выигрышей)*
- доставка почты *(рассмотрение вариантов пересылки)*
- спортивные соревнования *(расчёт количества игр между участниками)*

Перестановка - упорядоченный набор объектов

Перестановкой из n элементов называют каждое расположение этих элементов в определенном порядке

$$P_n = n\cdot(n\text{-}1)\cdot(n\text{-}2)\cdots(n\text{-}(n\text{-}1))$$

$$P_n = n!$$

Читается: ***«P из n»*** *равно* ***«n факториал»***

По определению: ***0! = 1 и 1! = 1***

Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный.
Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?

Решение:

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ:
6

Устный счет

- Выбрать правильный ответ:

$2!=$	6
$3!=$	24
$4!=$	2
$5!=$	720
$6!=$	120

Вычислить:

$$\frac{5!}{0!} = 120$$

$$\frac{10!}{8!} = 90$$

$$\frac{100!}{99!} = 100$$

$$\frac{11!}{8!} = 990$$

Задача №2

Сколько существует анаграмм для слова КАТЕР (стр. 67)?

Решение:

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

Ответ:

120

Задача №3

«10 выпускников пришли в кафе отпраздновать окончание школы, но не могли решить, как сесть, т.е. в каком порядке. На выручку пришёл официант, который предложил сесть сегодня, как придётся, а на другой день сесть по - другому и так до тех пор, пока не наступит такой день, когда они сядут как в первый раз. Тогда их официант обещал угостить бесплатным обедом. Как вы думаете, долго ли друзьям ждать бесплатного обеда?»

Решение:

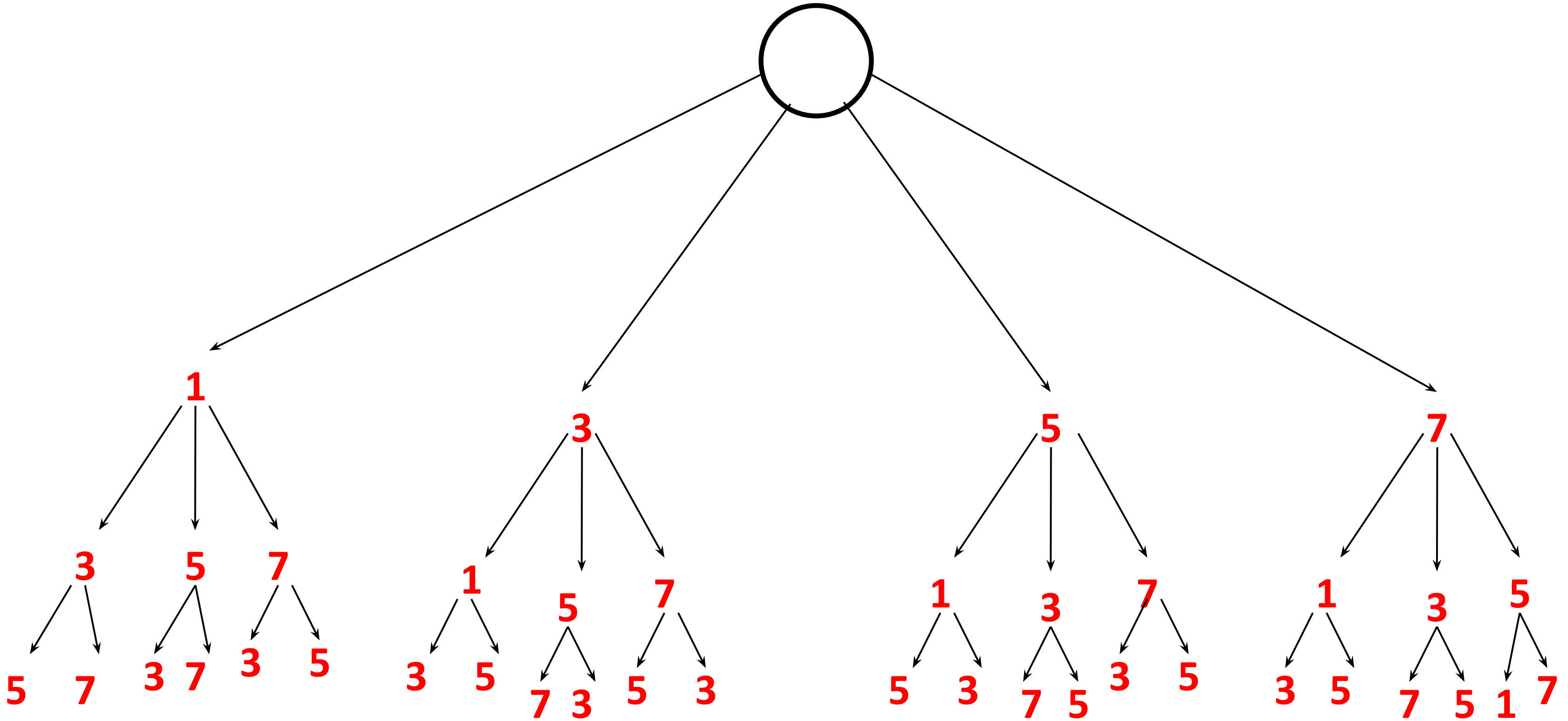
10! = 3 628 800

Учитывая, что в году 365 дней, то это почти 9942 года.

Ответ: ***около 10 000 лет.***

Задача №4

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?



Решение с помощью дерева возможных вариантов.

Решение с помощью перебора вариантов

1	3	5
1	3	7
1	5	3
1	5	7
1	7	3
1	7	5
3	1	5
3	1	7
3	5	1
3	5	7
3	7	1
3	7	5

5	1	3
5	1	7
5	3	1
5	3	7
5	7	1
5	7	3
7	1	3
7	1	5
7	3	1
7	3	5
7	5	1
7	5	3

Размещением из n элементов по k (k≤n) называется любое множество, состоящее из k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов.

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-(k-1))$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Читается: ***«A из n по k»***

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Решени е:

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1!} = 24$$

Ответ: ***24***

Задача №5

Сколько имеется слов длиной 3 с неповторяющимися буквами в алфавите из 6 букв (в.4, стр. 67)?

Решение:

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1} = 120$$

Ответ: ***120***

Задача №6

Студенты 1 курса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Решение:

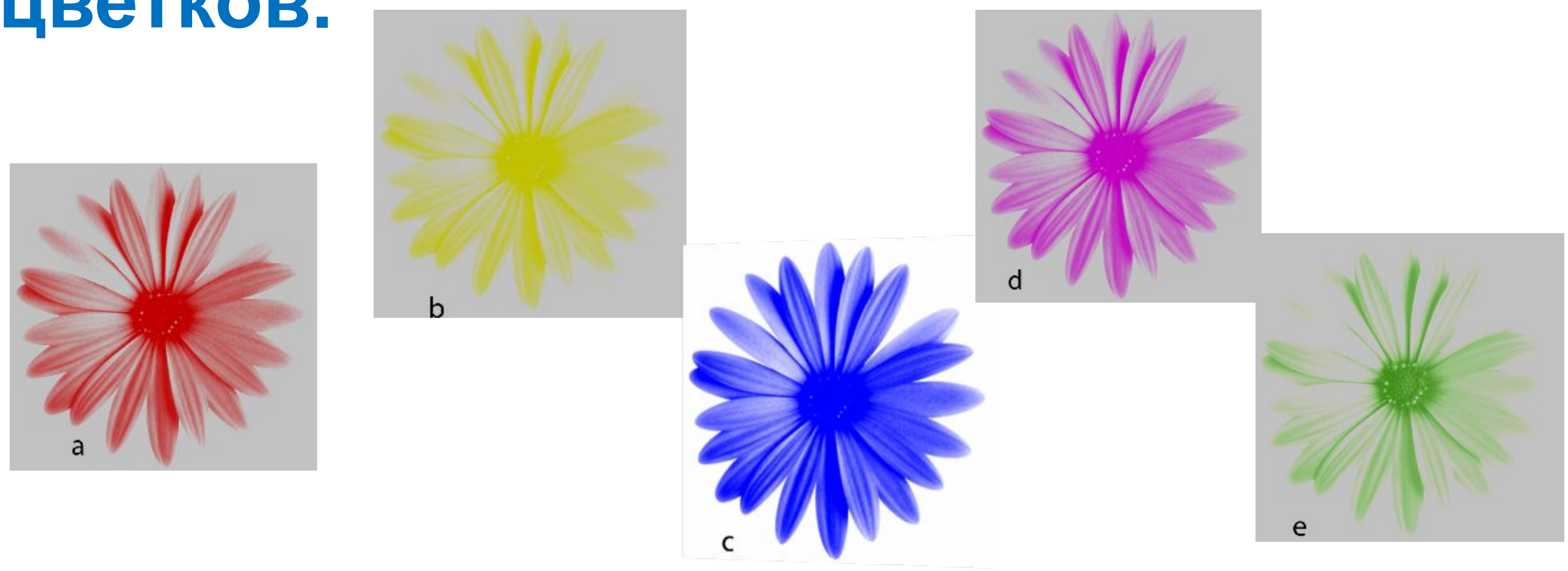
$$A_{10}^{4}=\frac{10!}{(10-4)!}=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7\cdot 6!}{6!}=5040$$

Ответ:

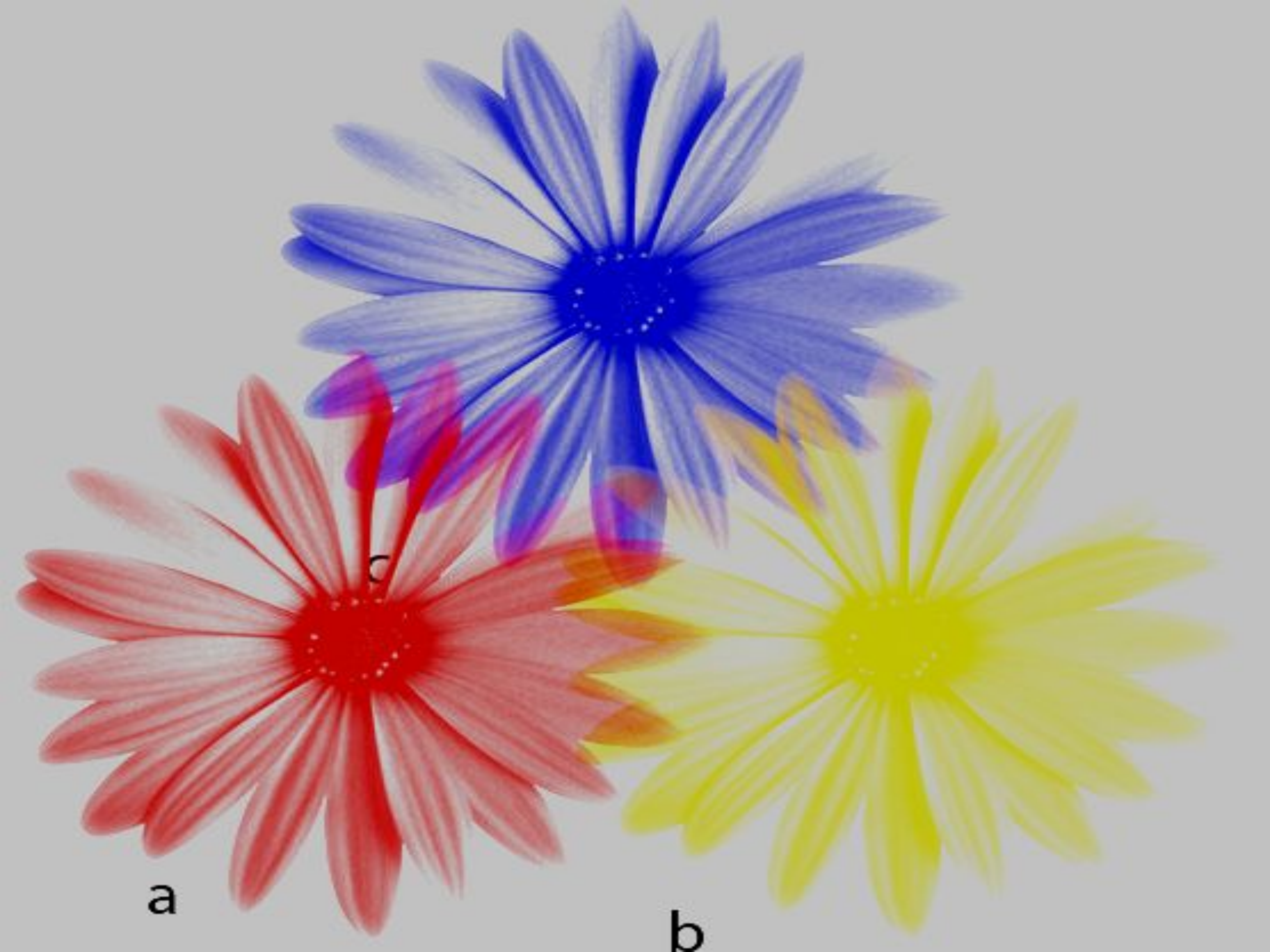
5040

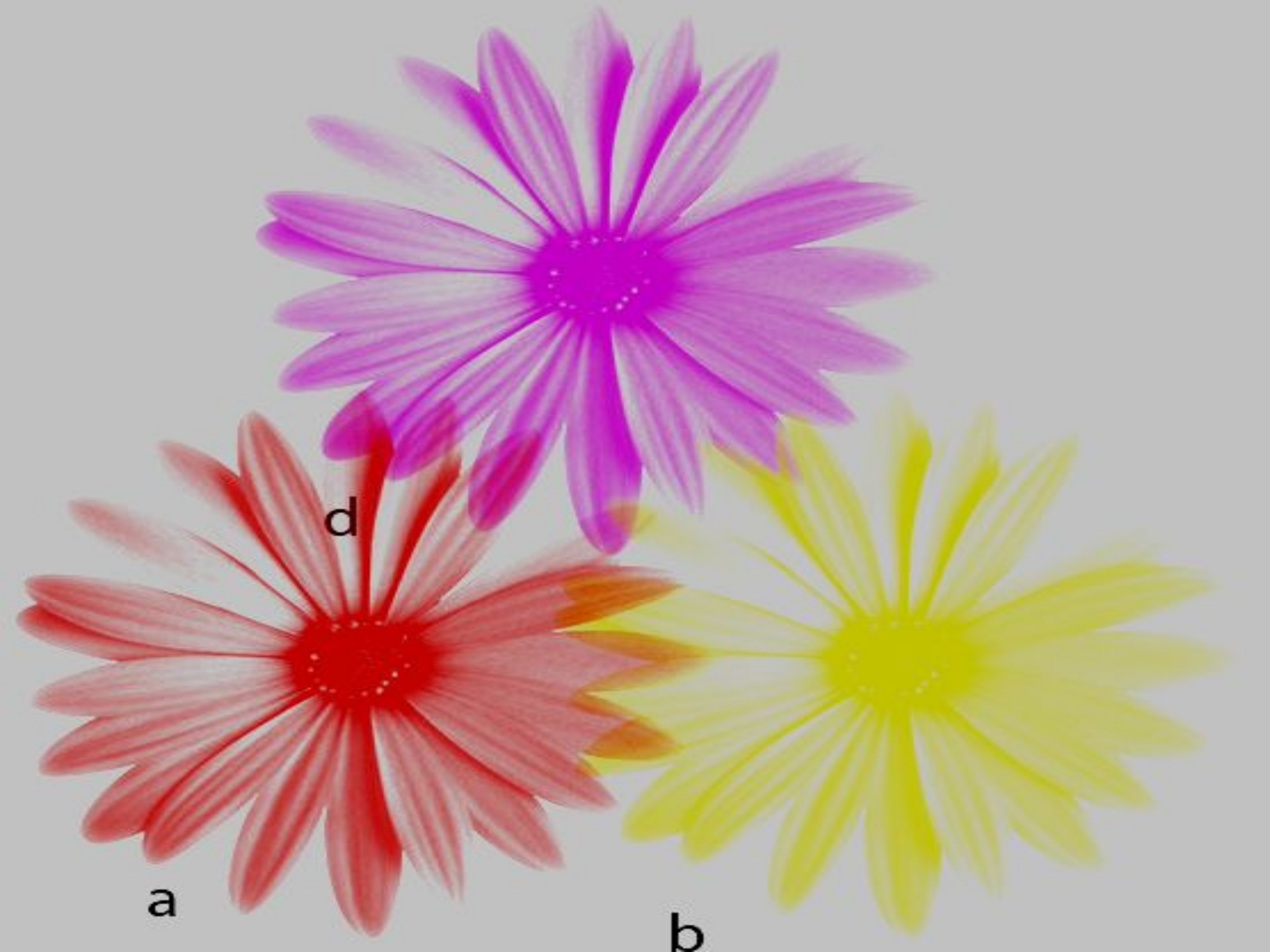
Задача №7

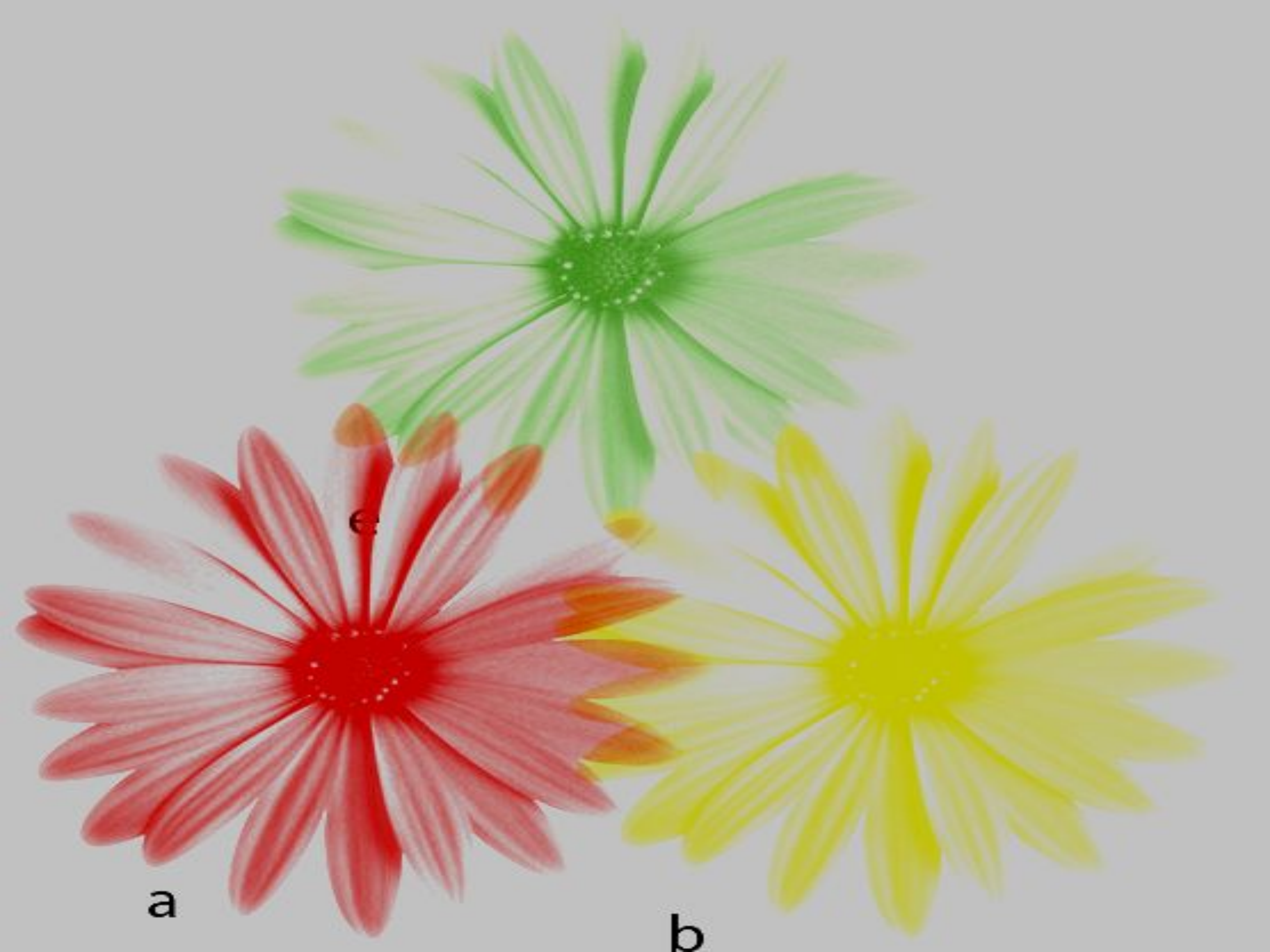
Имеется 5 цветков разного цвета. Обозначим их буквами a, b, c, d, e. Требуется составить букет из трех цветков.



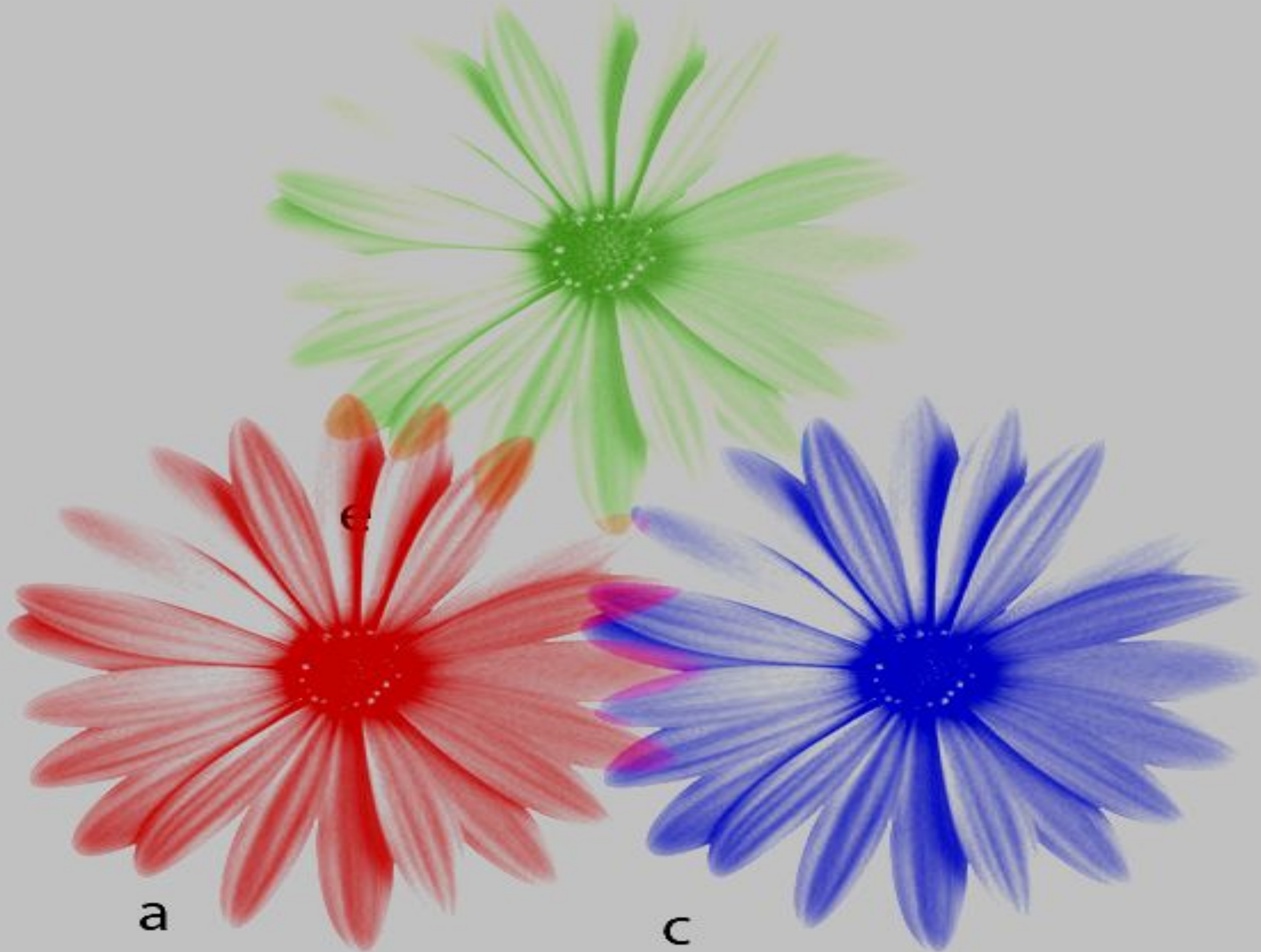
Если в букет входит красный цветок «а», то можно составить такие букеты:

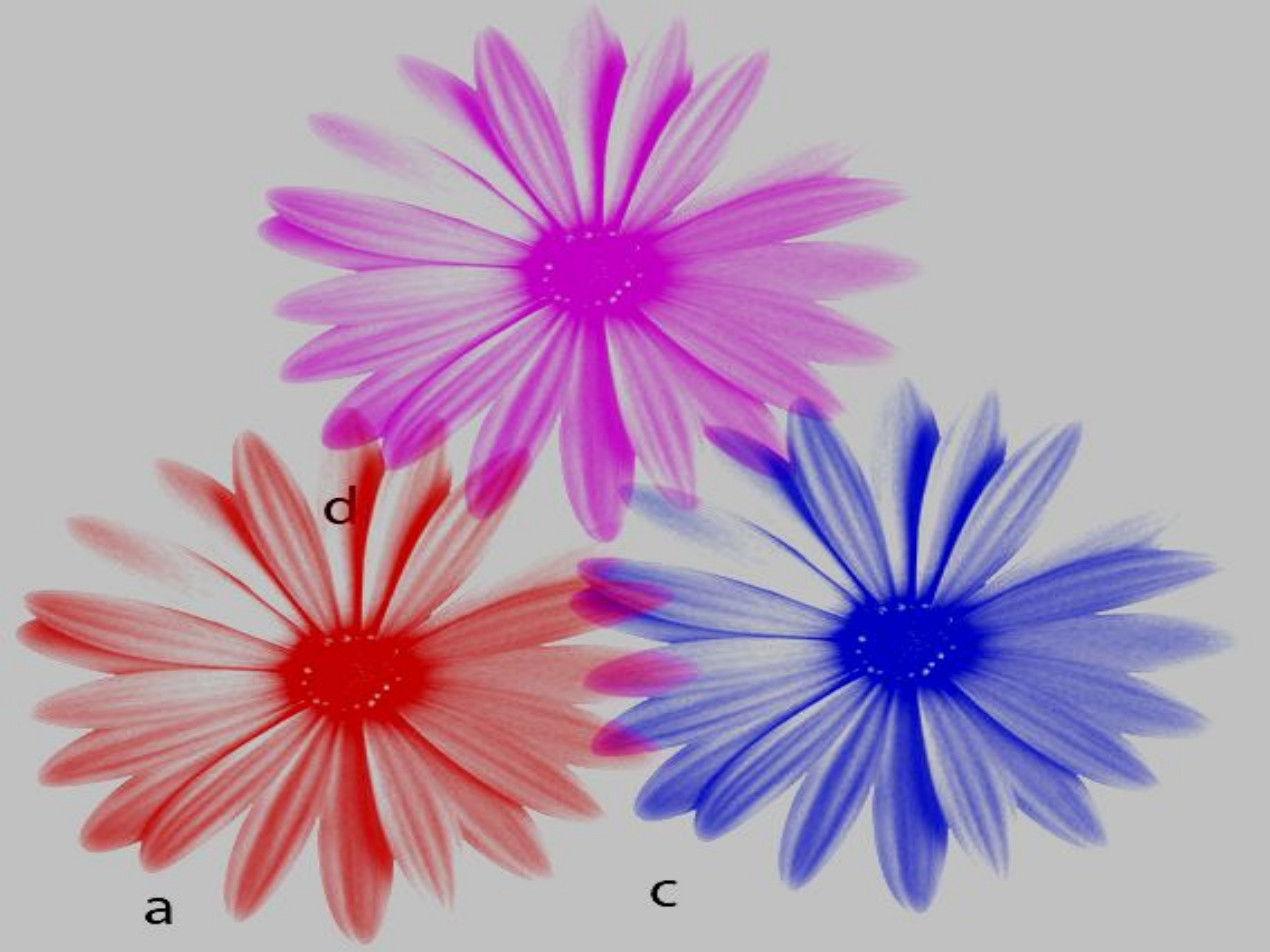

c
a
b

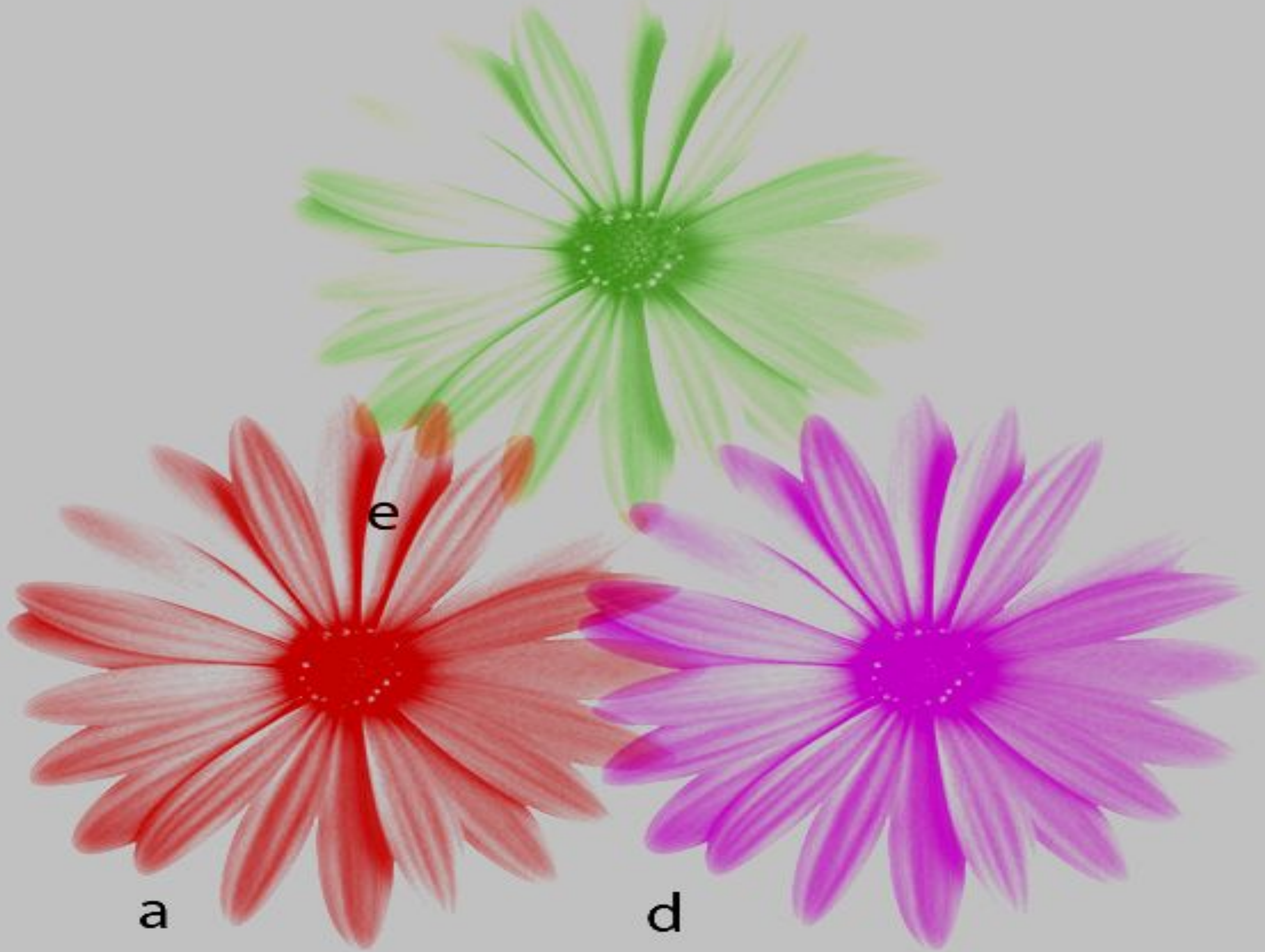

d
a
b



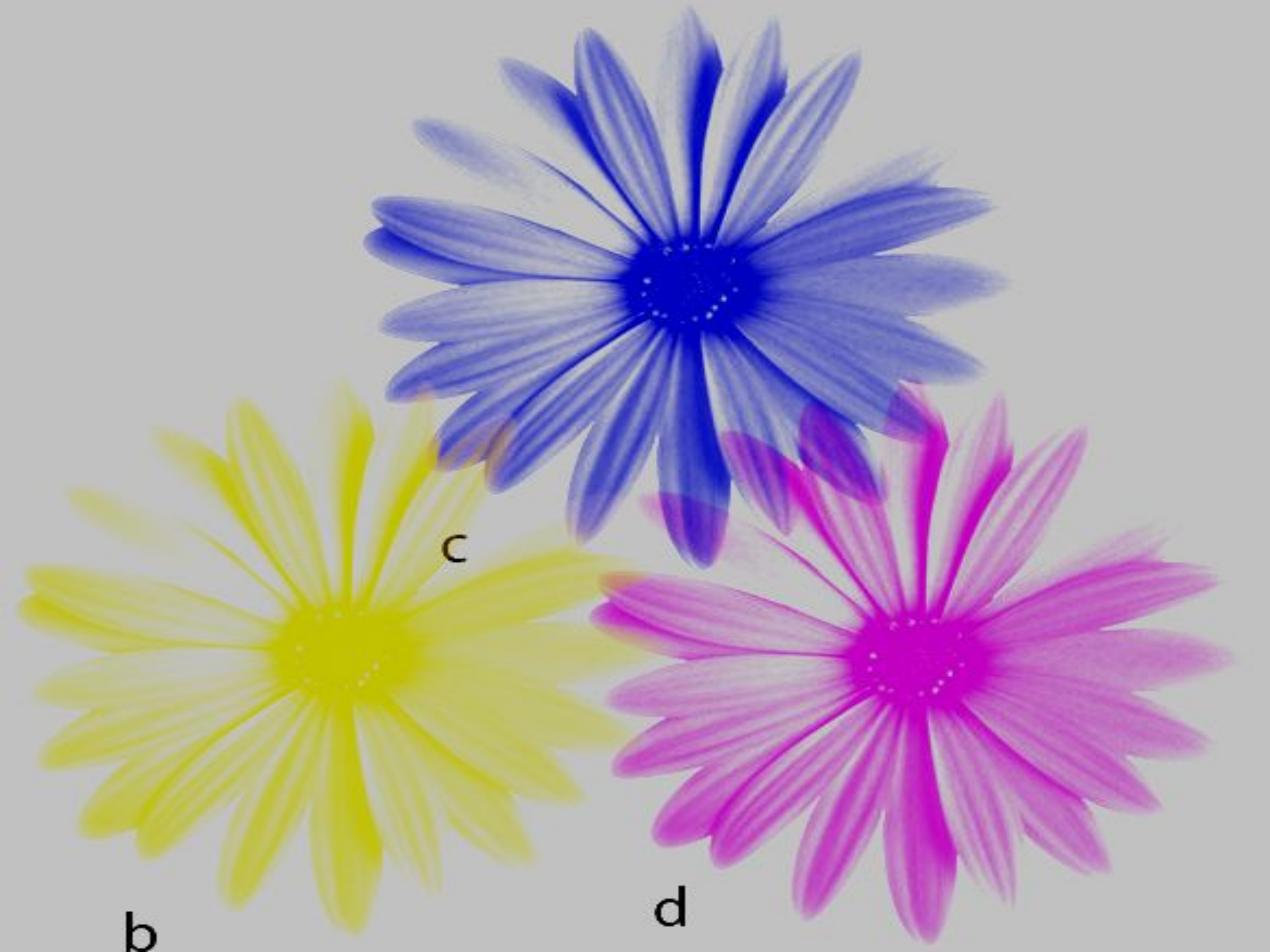
e
a
b

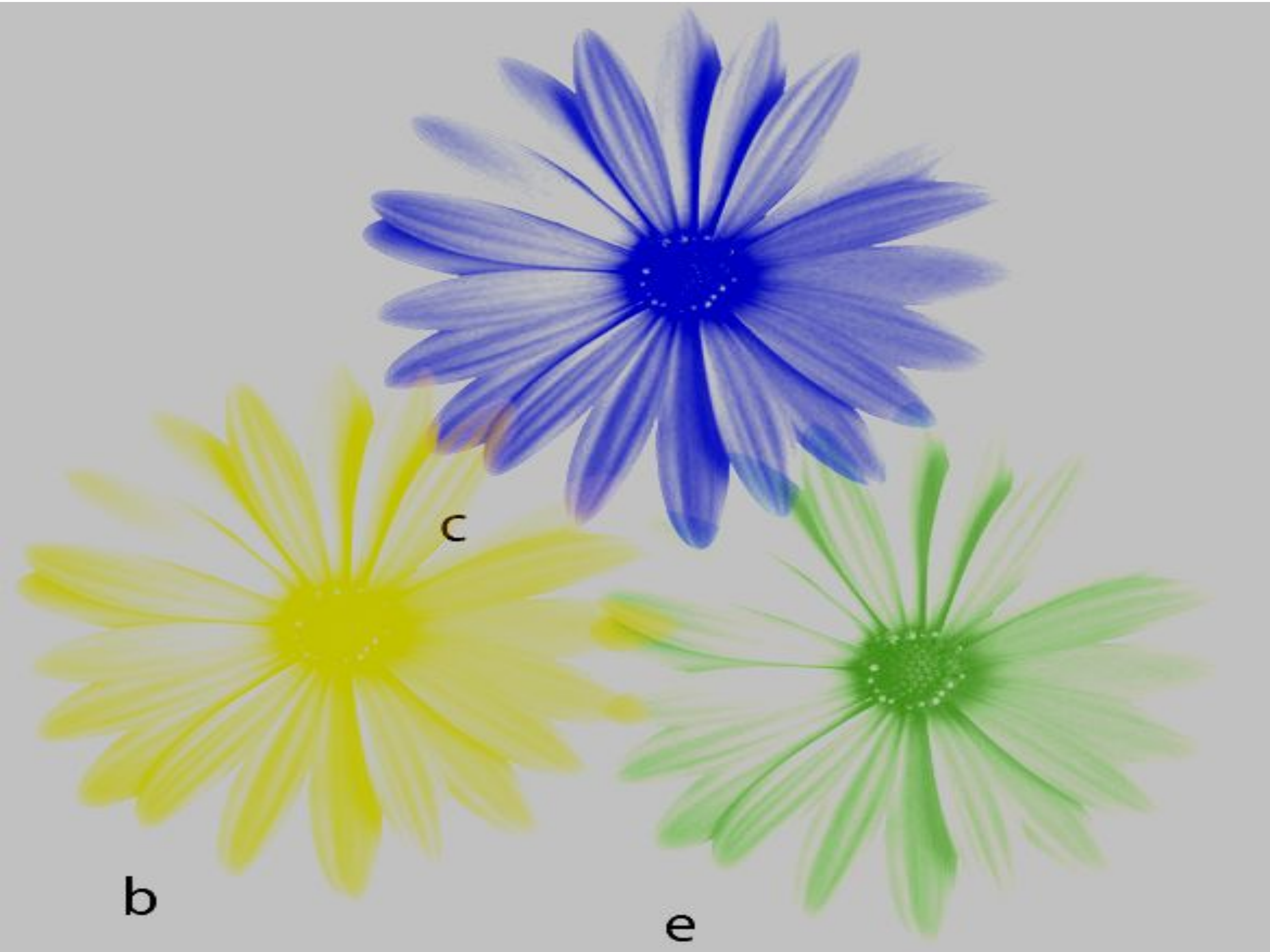

e
a
c

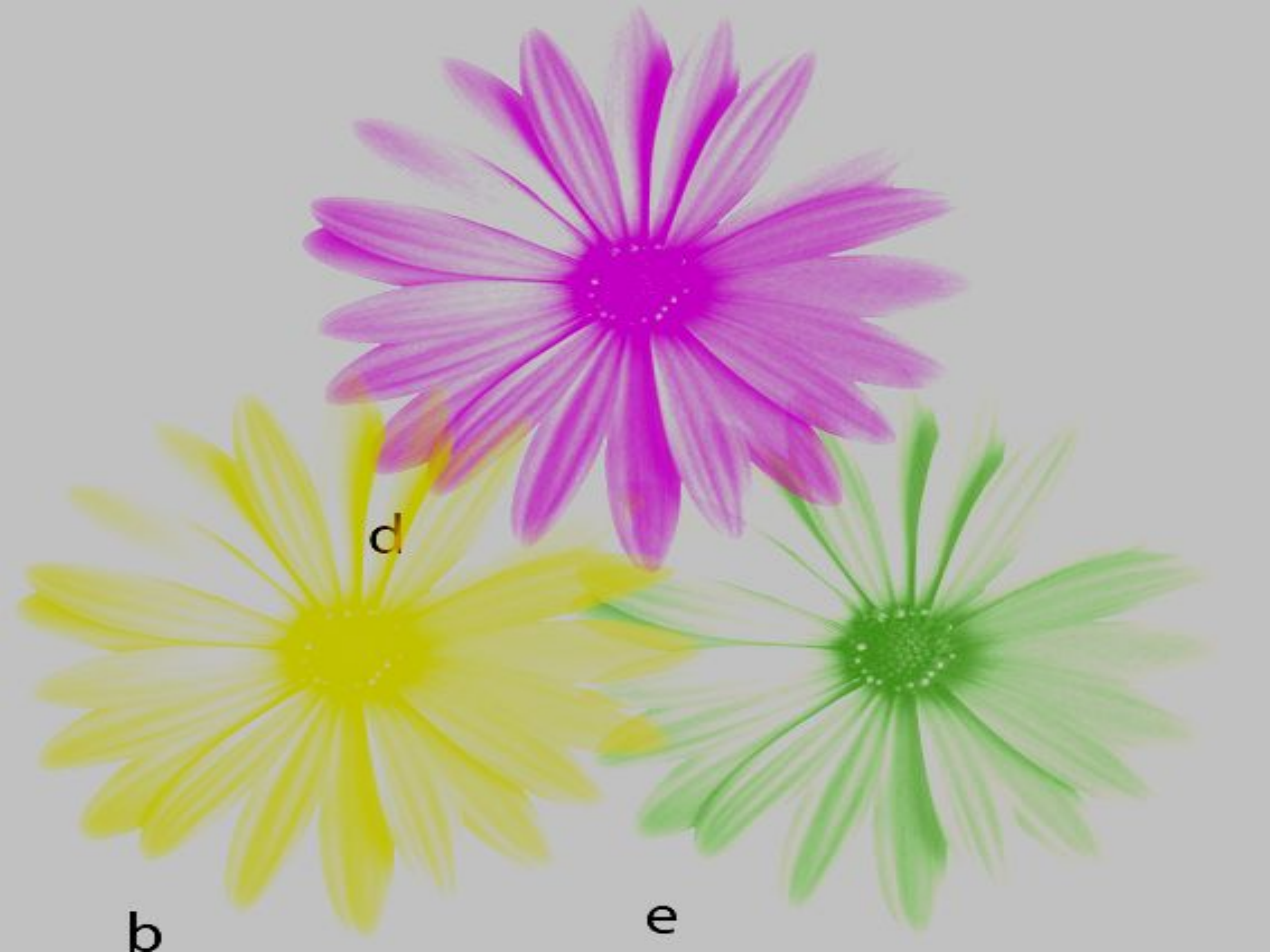

d
a
c


e
a
d

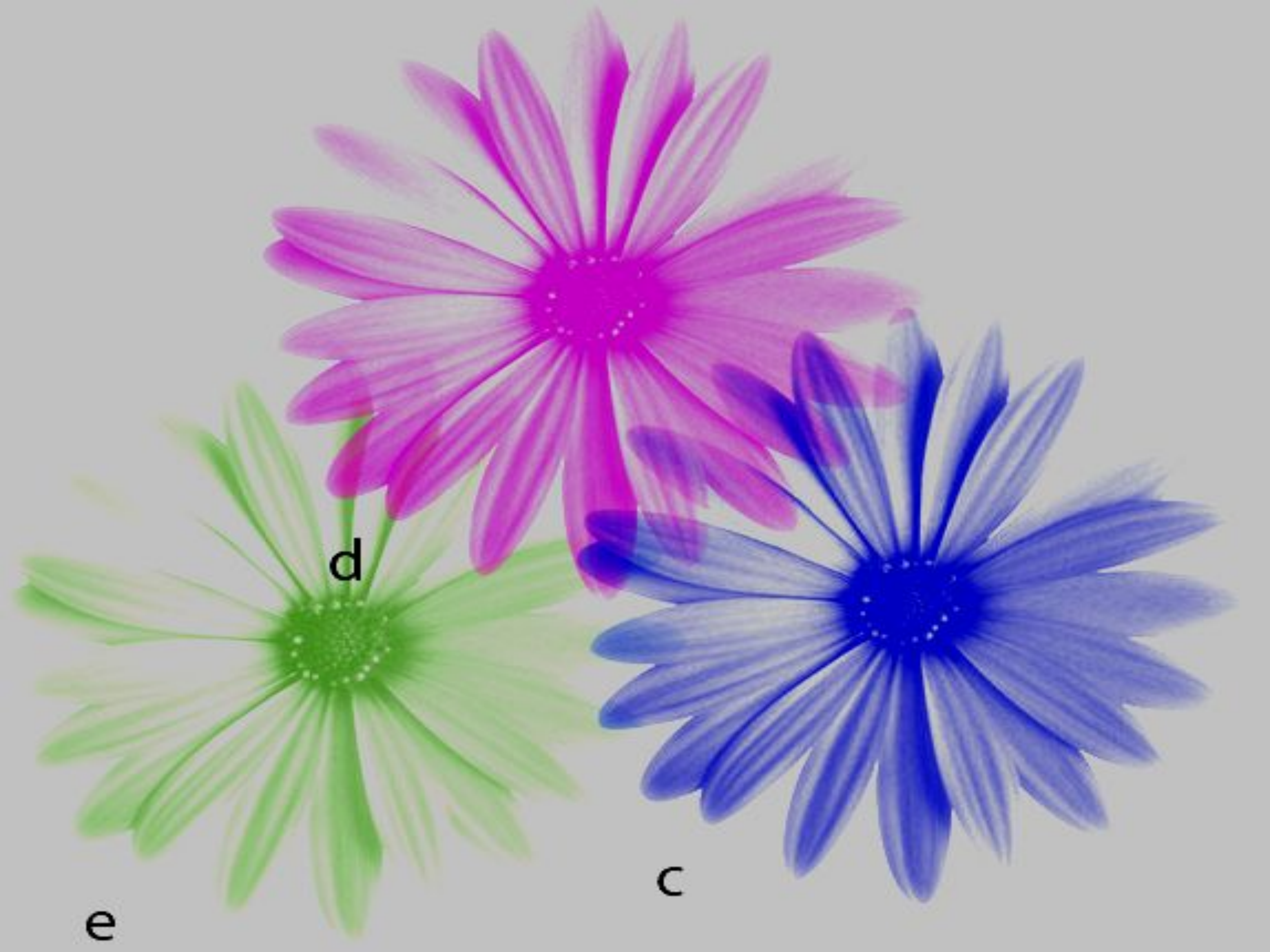
Если в букет не входит красный цветок «a», а входит желтый цветок «b», то можно получить такие букеты:


c
b
d


c
b
e


d
b
e

Наконец, если в букет не входит ни красный цветок «a», ни желтый цветок «b», то можно составить букет:


d
c
e

Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных n элементов

$$C_n^k = \frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}$$

Читается: ***«C** из **n** по **k»***

Имеется 5 цветков разного цвета. Обозначим их буквами a, b, c, d, e. Требуется составить букет из трех цветков.

Решение:

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

Ответ:

10

Задача №8

В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

Решение:

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot (8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$$

Ответ:

56

Задача № 9

Из 18-ти студентов группы надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Решение:

$$C_{18}^{2} = \frac{18!}{2! \cdot (18-2)!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16!}{2 \cdot 1 \cdot 16!} = 153$$

Ответ:

153

Комбинаторные конструкции

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$

1 группа

Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?

2 группа

Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

3 группа

В группе 7 студентов успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде по предмету?

4 группа

Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

Ответы:

1 группа

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!\cdot 4!} = \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} = 15$$

3 группа

$$C_7^2 = \frac{7!}{5!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 7}{1\cdot 2} = 21$$

2 группа

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

4 группа

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$$

Домашнее задание:

Стр. 64, занятие 1 (учебник)

№ 4.37 (стр. 80, задачник)

№ 4.44 (стр. 80, задачник)

Дополнительно:

В группе учатся 12 мальчиков и 10 девочек. Для уборки территории нужно выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

Подведем итоги

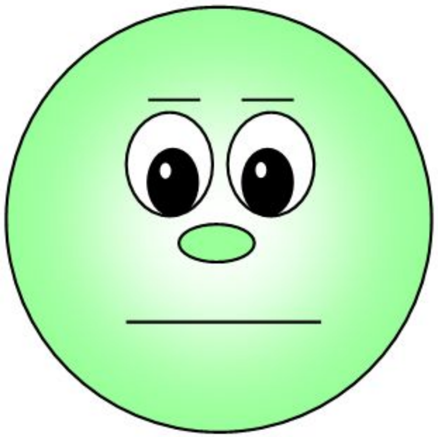
Узнали:

- **простейшие комбинаторные конструкции, формулы для нахождения простейших комбинаций (перестановок, размещений и сочетаний).**

Научились:

- **различать простейшие комбинаторные конструкции;**
- **вычислять количество перестановок, размещений и сочетаний;**
- **решать простейшие комбинаторные задачи.**

Выберите смайлик, который соответствует Вашему настроению в конце урока



Мне не все удалось, придется дома подольше посидеть…

Мне всё удалось!

Мне было очень трудно. Я ничего не понял.

Спасибо за урок!

Использованные ресурсы:

- Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. - М.: Издательский центр «Академия», 2014;
- Математика. Задачник: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. - М.: Издательский центр «Академия», 2014;
- Презентация учителя математики МБОУ СОШ №2 г. Горячий ключ Л.Г. Миносян «Комбинаторика. Комбинаторные задачи»;
- Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учеб. пособие для учащихся 7—9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк; под ред. С. А. Теляковского.— М.: Просвещение, 2005.

Комбинаторика. Комбинаторные задачи.

Автор Минасян Людмила Григорьевна
МБОУ СОШ № 2 г.Горячий Ключ