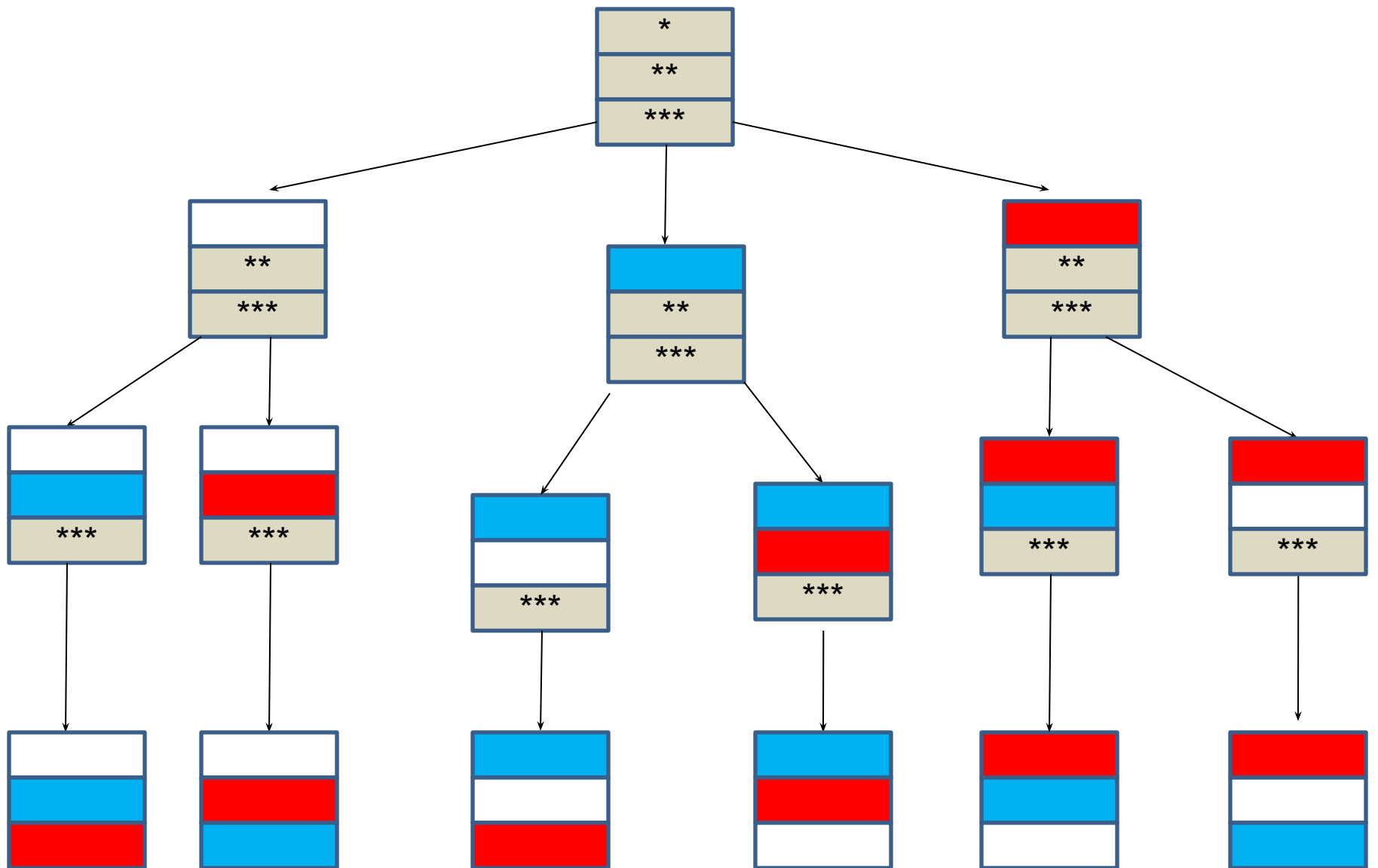


**Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?**



ФЛАГ  
РОССИИ

ЮГОСЛАВИЯ

НИДЕРЛАНДЫ

# Комбинаторика. Комбинаторные

Комбинаторика — это раздел математики, в котором изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.



# Области применения комбинаторики:

- учебные заведения (*составление расписаний*)
- сфера общественного питания (*составление меню*)
  - биология (*расшифровка кода ДНК*)
- химия (*анализ возможных связей между химическими элементами*)
- экономика (*анализ вариантов купли-продажи акций*)
  - азартные игры (*подсчёт частоты выигрышей*)
- доставка почты (*рассмотрение вариантов пересылки*)
  - спортивные соревнования (*расчёт количества игр между участниками*)

# Перестановка - упорядоченный набор объектов

Перестановкой из  $n$  элементов называют каждое расположение этих элементов в определенном порядке

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots (n-(n-1))$$

$$P_n = n!$$

Читается: « **$P$  из  $n$** » равно « **$n$  факториал**»

По определению:  **$0! = 1$  и  $1! = 1$**

Несколько стран в качестве символа своего государства решили использовать флаг в виде трех горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, синий, красный. Сколько стран могут использовать такую символику при условии, что у каждой страны свой, отличный от других, флаг?

*Решени*

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

*Ответ:*

**6**

# Устный счет

- Выбрать правильный ответ:

$2! =$

6

$3! =$

24

$4! =$

2

$5! =$

720

$6! =$

120

# Вычислить:

$$\frac{5!}{0!} = 120$$

$$\frac{10!}{8!} = 90$$

$$\frac{100!}{99!} = 100$$

$$\frac{11!}{8!} = 990$$



# Задача

## №2

Сколько существует анаграмм для слова КАТЕР (стр. 67)?

*Решени*

*е:*

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

*Ответ:*

**120**

# Задача

## №3

«10 выпускников пришли в кафе отпраздновать окончание школы, но не могли решить, как сесть, т.е. в каком порядке. На выручку пришёл официант, который предложил сесть сегодня, как придётся, а на другой день сесть по - другому и так до тех пор, пока не наступит такой день, когда они сядут как в первый раз. Тогда их официант обещал угостить бесплатным обедом. Как вы думаете, долго ли друзьям ждать бесплатного обеда?»

*Решение:*

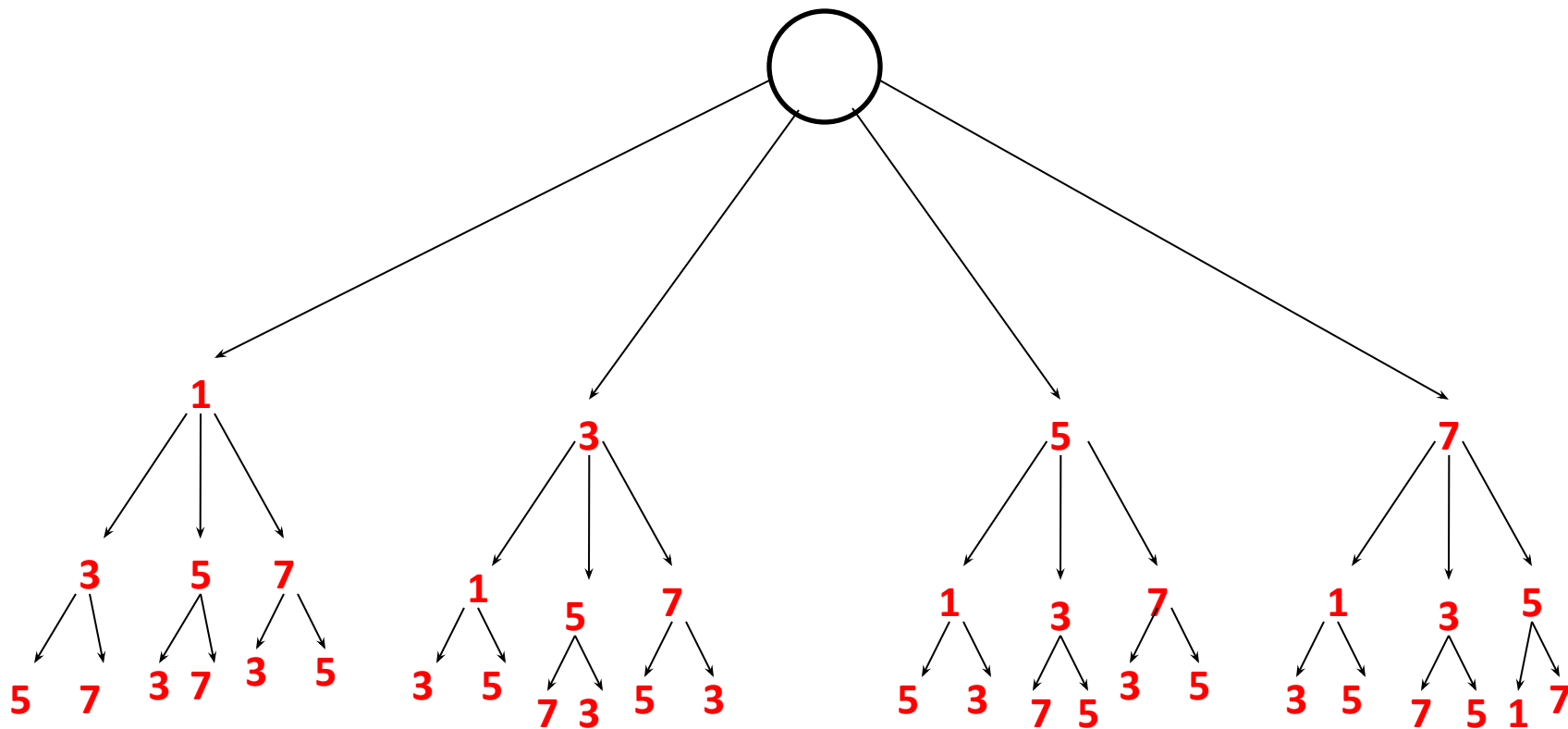
$$10! = 3\,628\,800$$

Учитывая, что в году 365 дней, то это почти 9942 года.

*Ответ: около 10 000 лет.*

# Задача №4

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?



**Решение с помощью  
дерева возможных вариантов.**

# Решение с помощью перебора вариантов

1	3	5
1	3	7
1	5	3
1	5	7
1	7	3
1	7	5
3	1	5
3	1	7
3	5	1
3	5	7
3	7	1
3	7	5

|

5	1	3
5	1	7
5	3	1
5	3	7
5	7	1
5	7	3
7	1	3
7	1	5
7	3	1
7	3	5
7	5	1
7	5	3

**Размещением из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ) называется любое множество, состоящее из  $k$  элементов, взятых в определенном порядке из данных  $n$  элементов.**

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot (n-(k-1))$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

*Читается: «А из n по k»*

Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5 и 7, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

*Решение*

е:

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1!} = 24$$

*Ответ:*

**24**

# Задача

**№5** Сколько имеется слов длиной 3 с неповторяющимися буквами в алфавите из 6 букв (в.4, стр. 67)?

*Решени*

*е:*

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$$

*Ответ:*

**120**



# Задача

Студенты 1<sup>№6</sup> курса изучают 10 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

*Решение:*

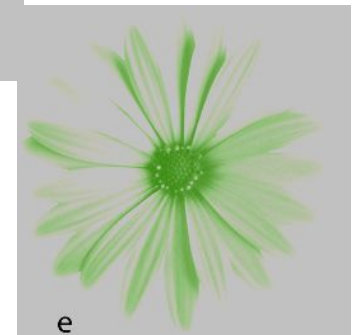
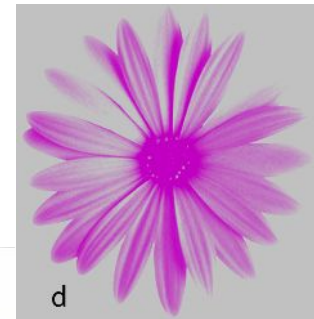
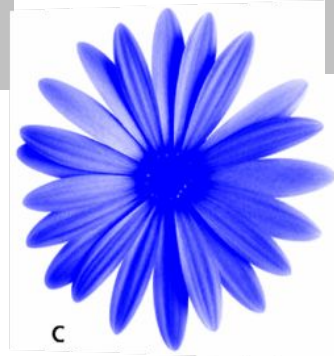
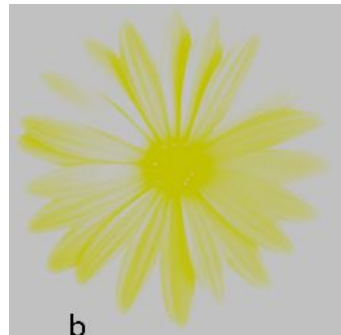
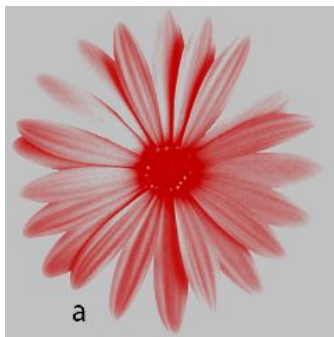
$$e: A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6!}{6!} = 5040$$

*Ответ:*

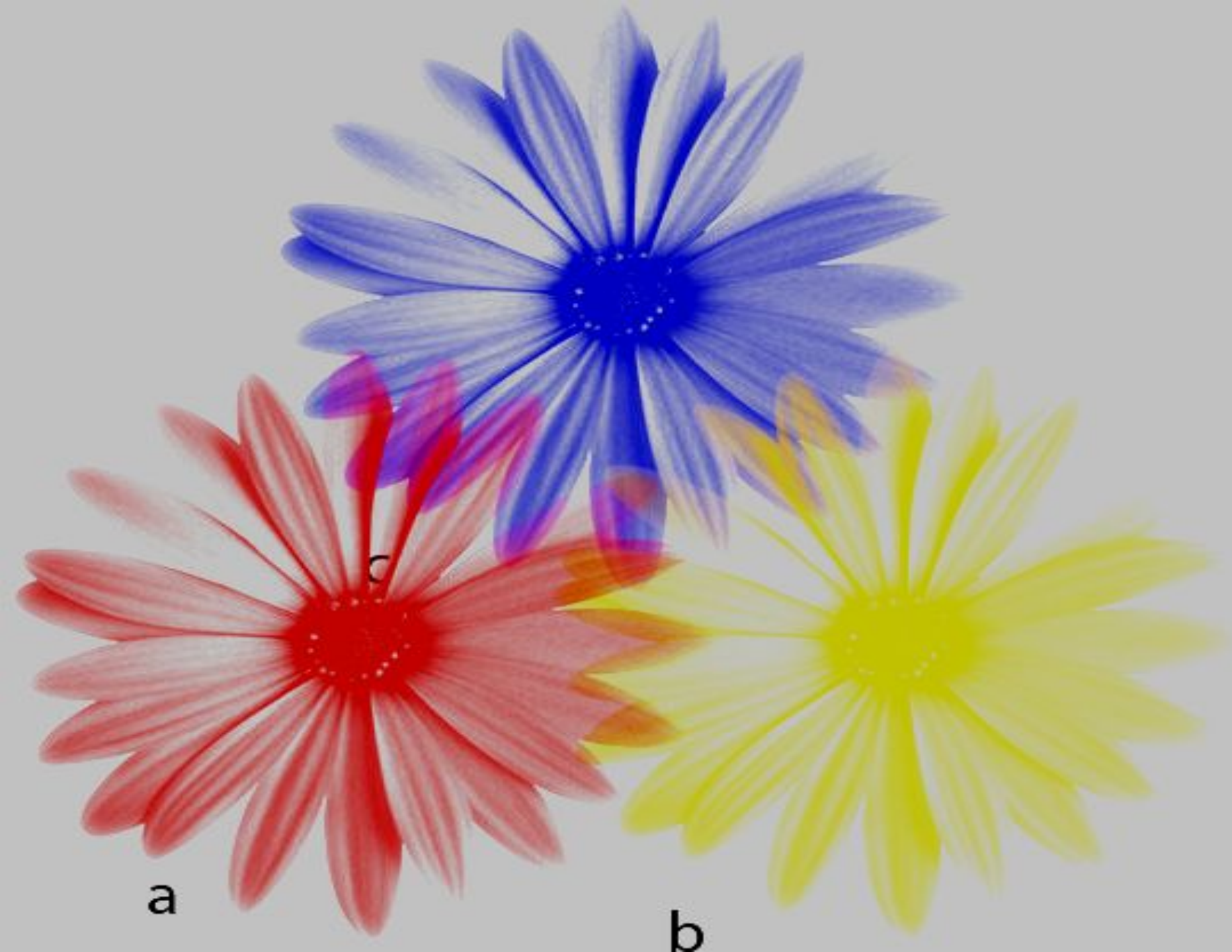
**5040**

# Задача №7

Имеется 5 цветков разного цвета.  
Обозначим их буквами а, b, с, d, e.  
Требуется составить букет из трех  
цветков.

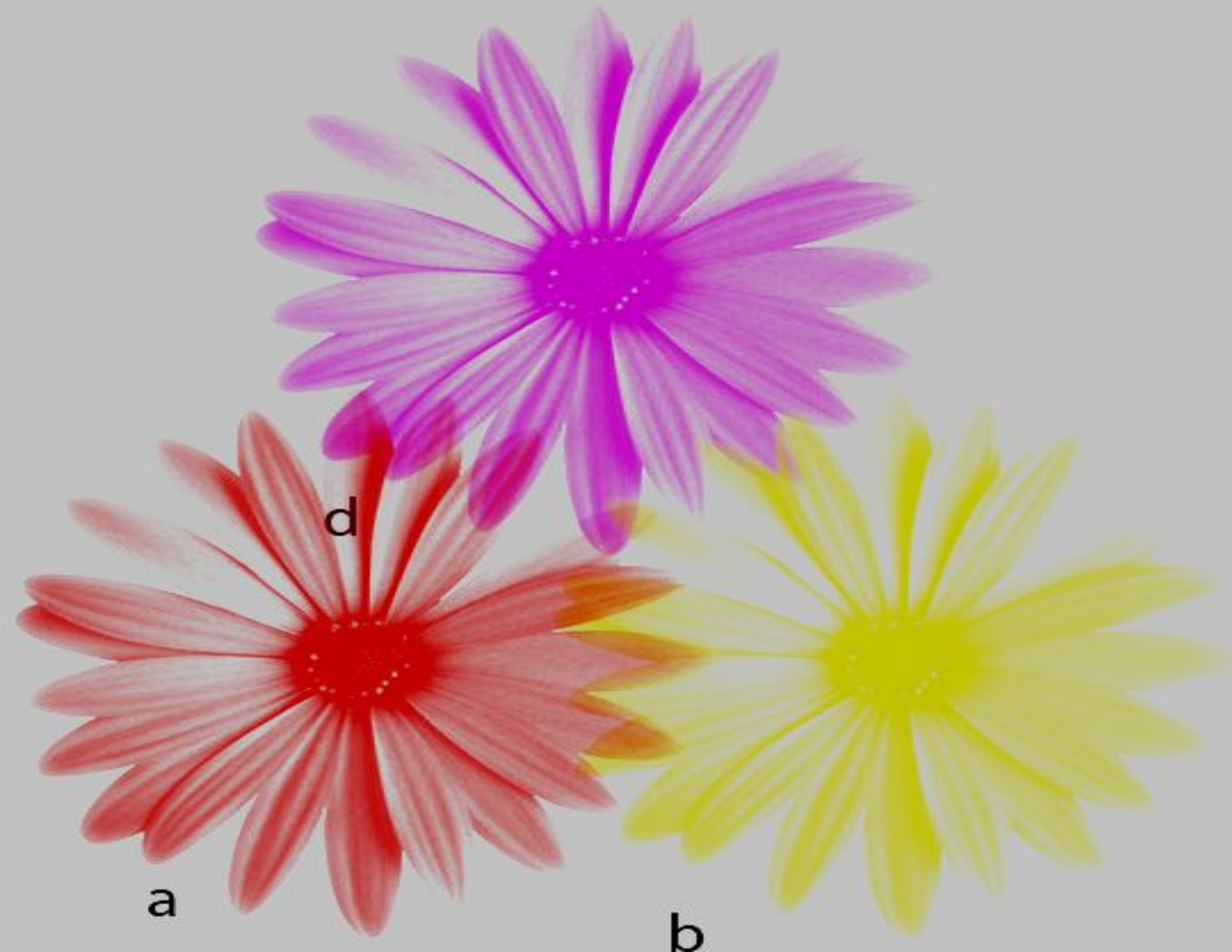


Если в букет входит **красный**  
цветок «**а**», то можно составить  
такие букеты:



a

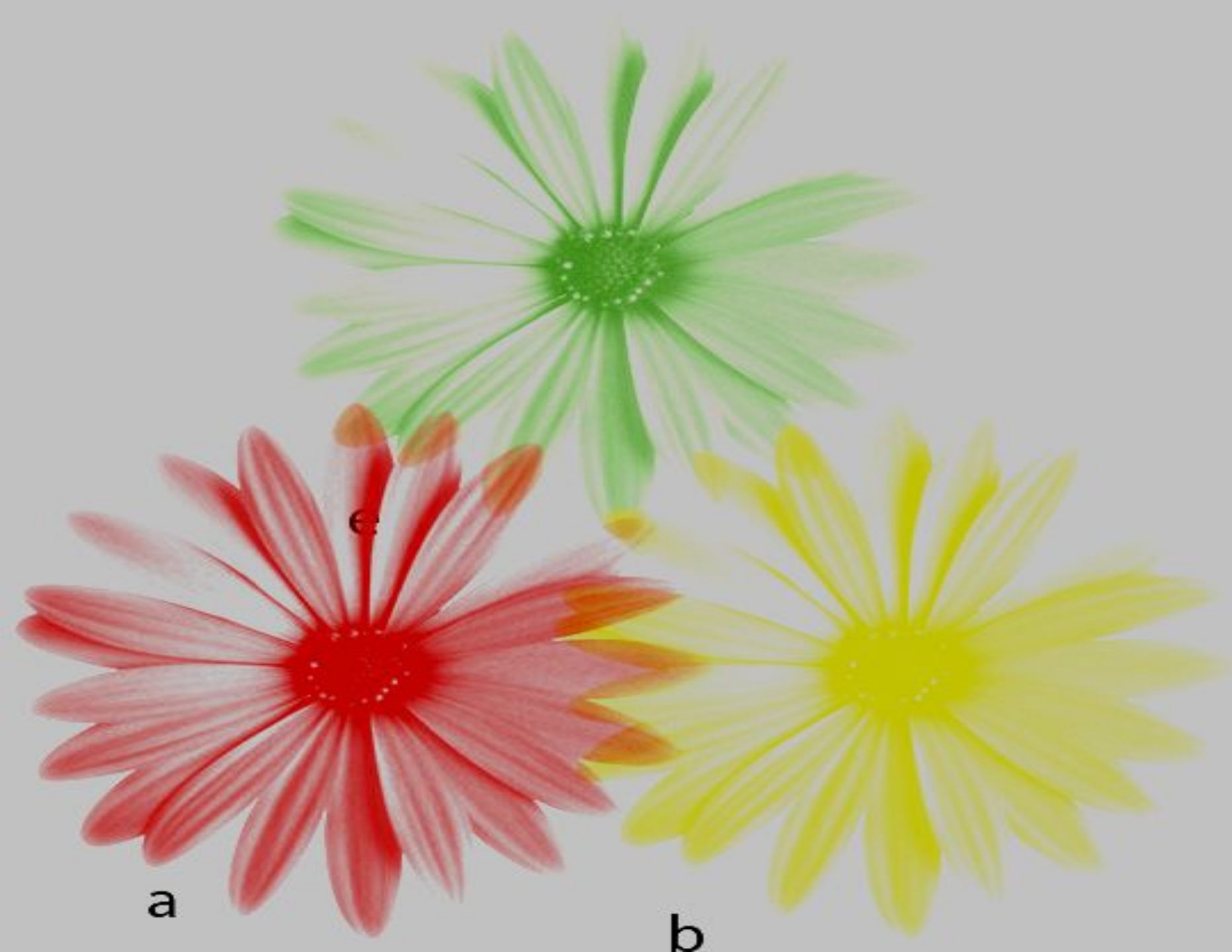
b



d

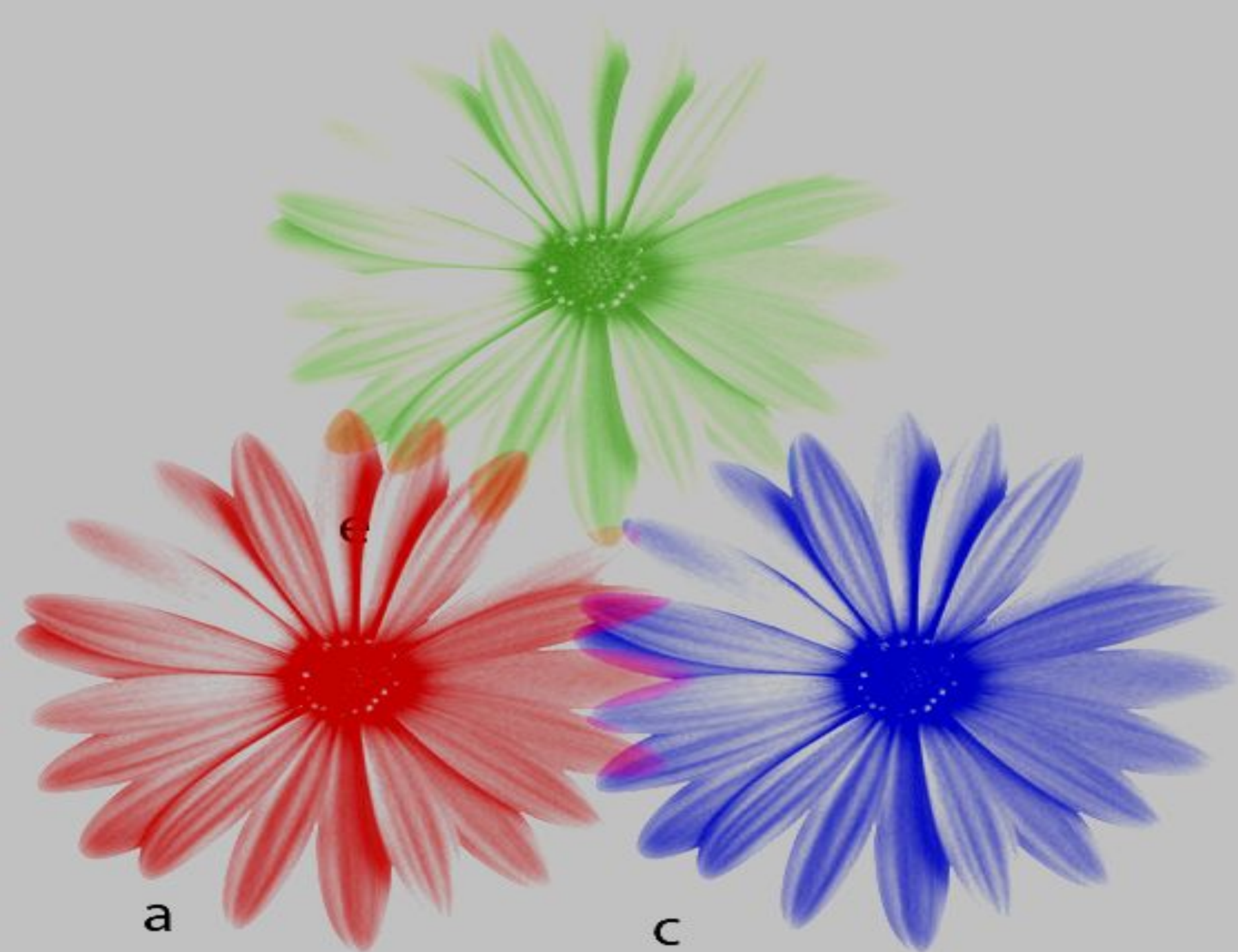
a

b



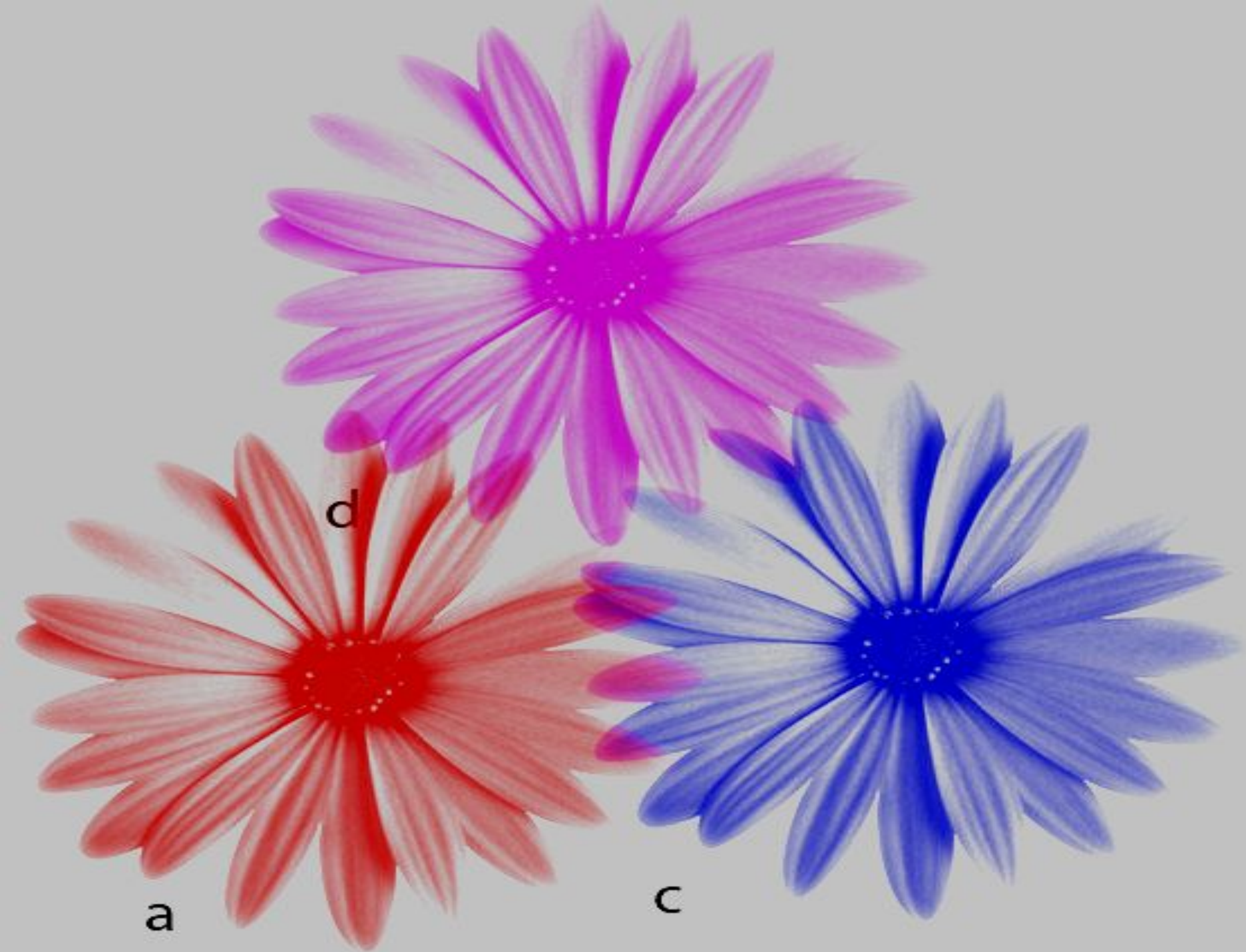
a

b

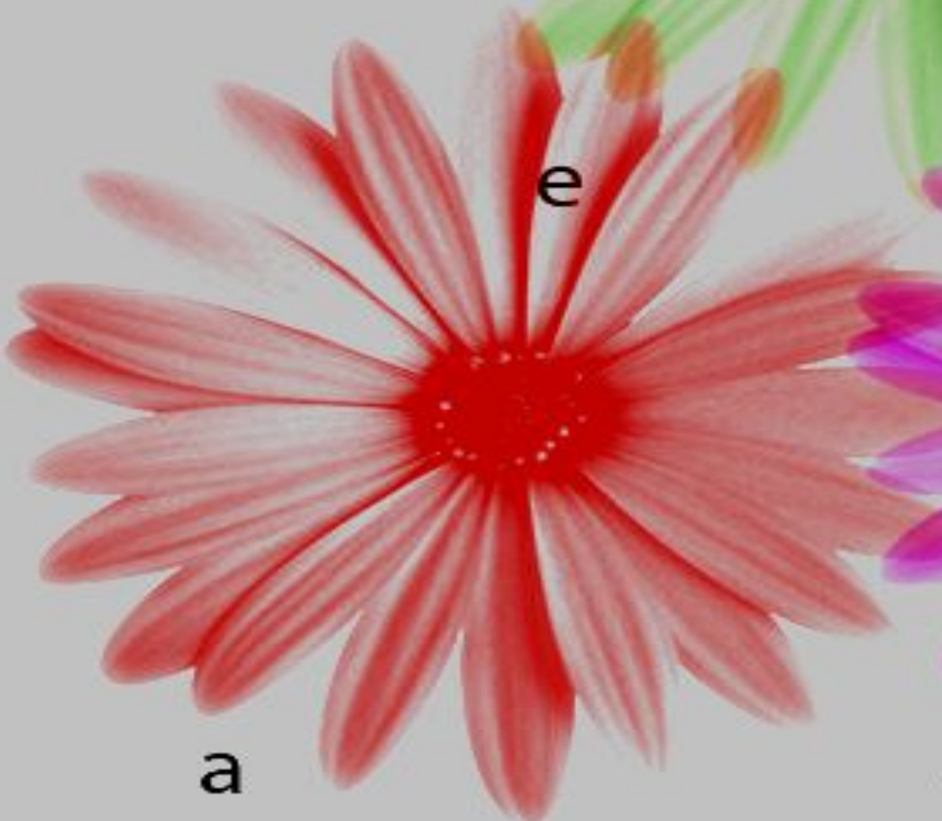


a

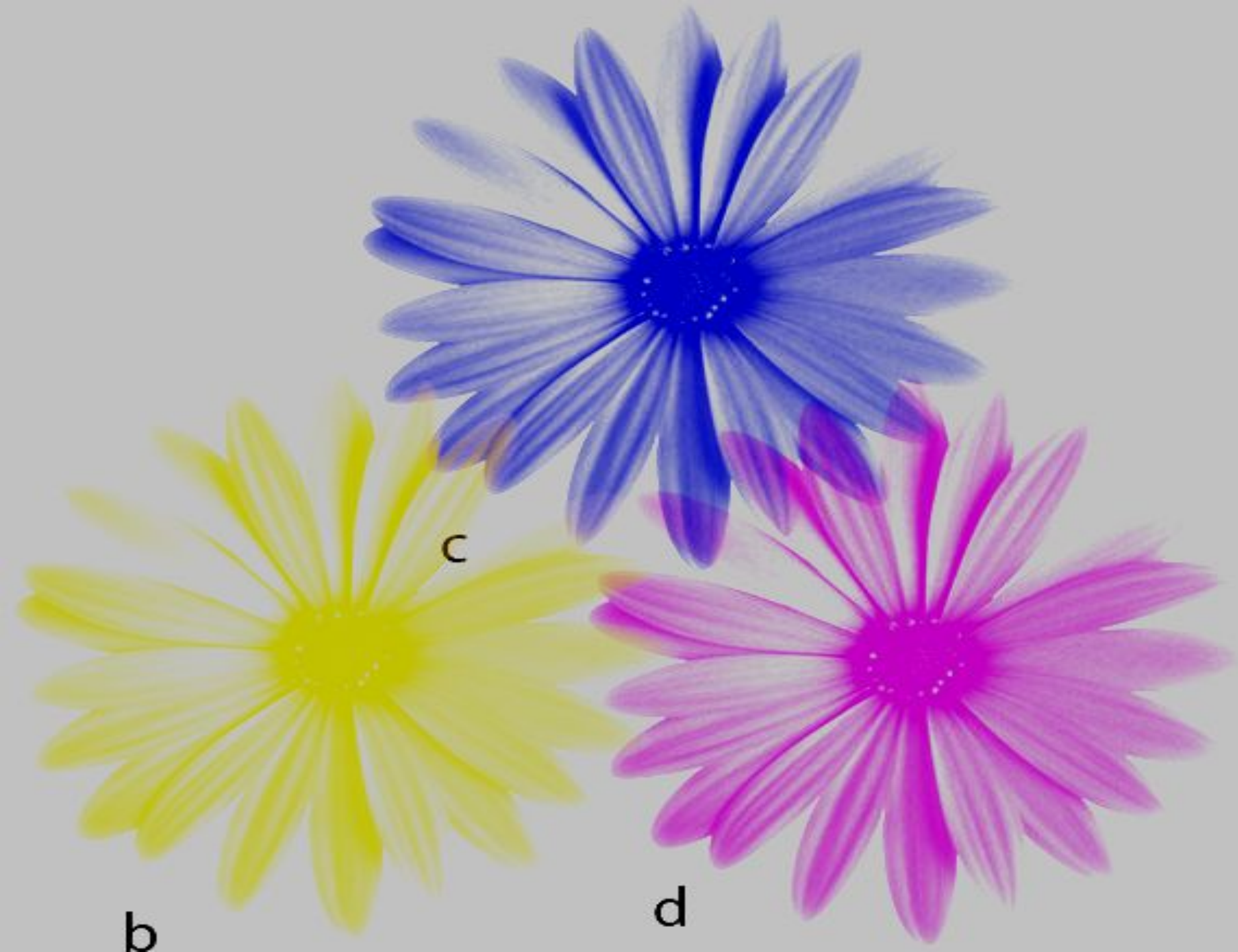
c







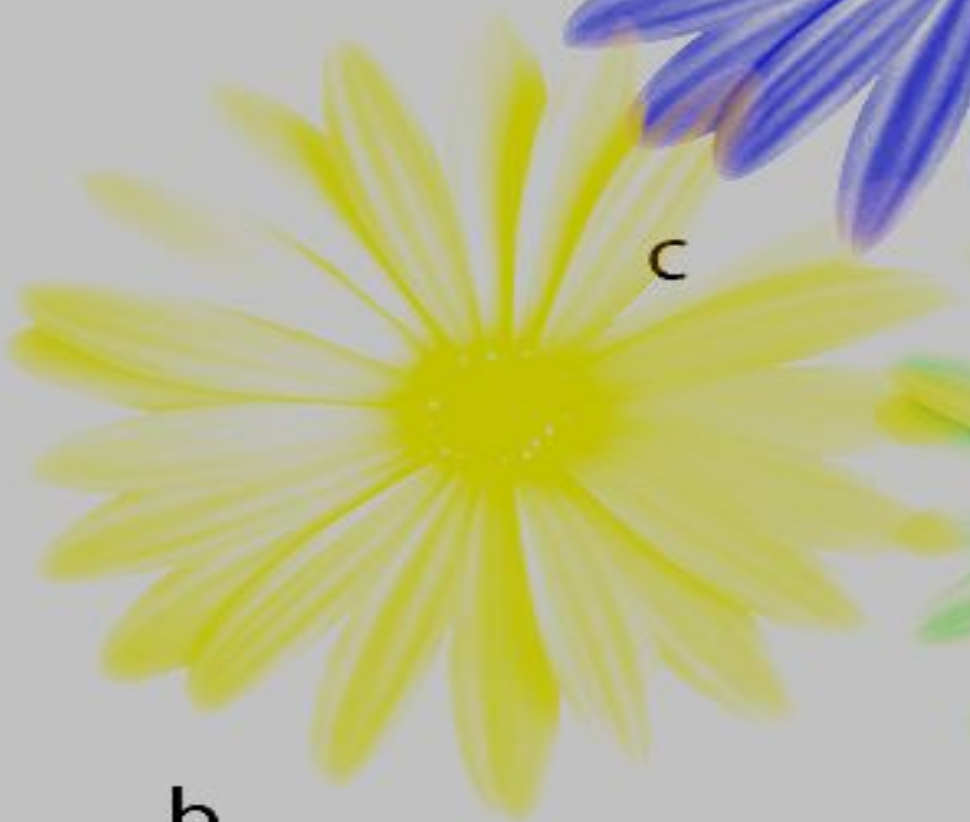
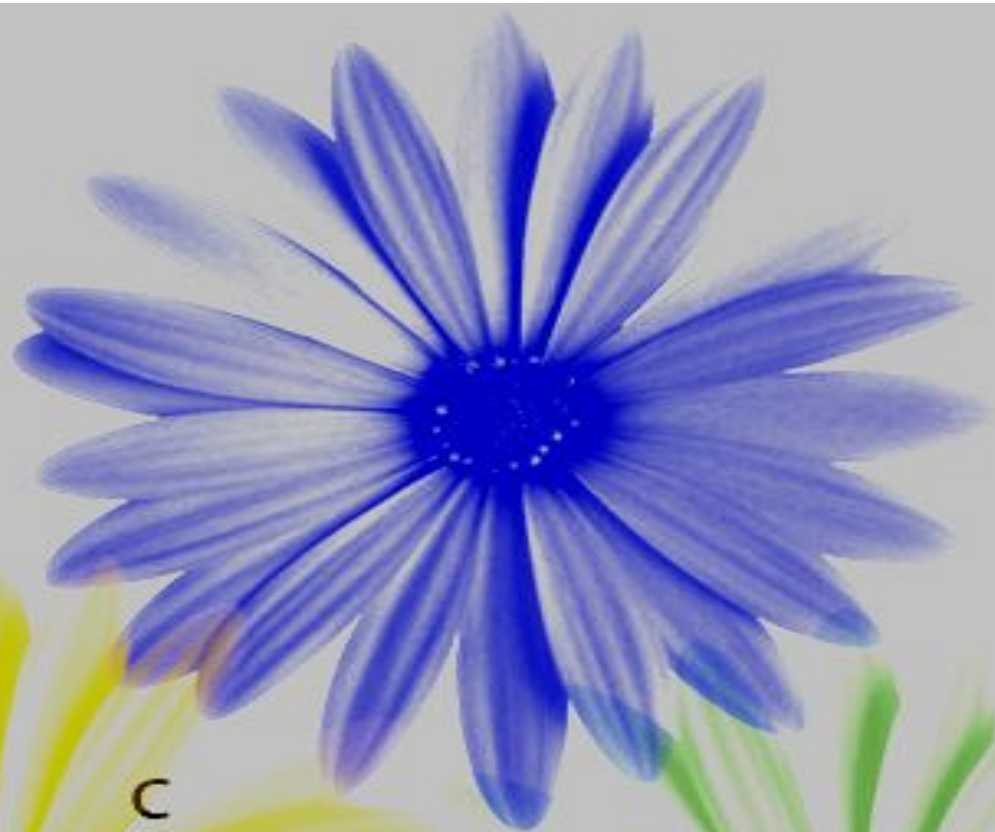
Если в букет не входит красный  
цветок «а», а входит **желтый** цветок  
«**b**», то можно получить такие букеты:



b

c

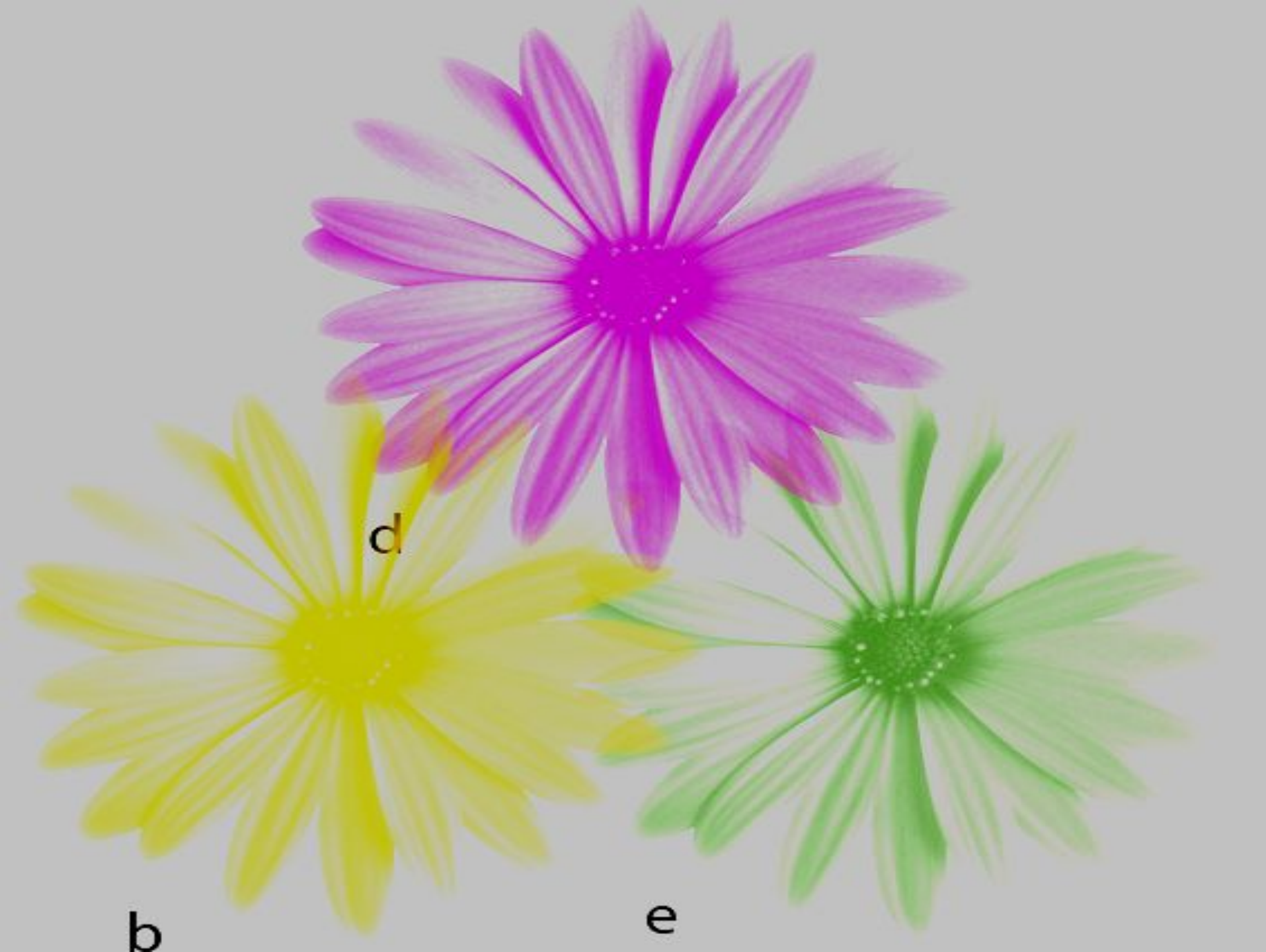
d



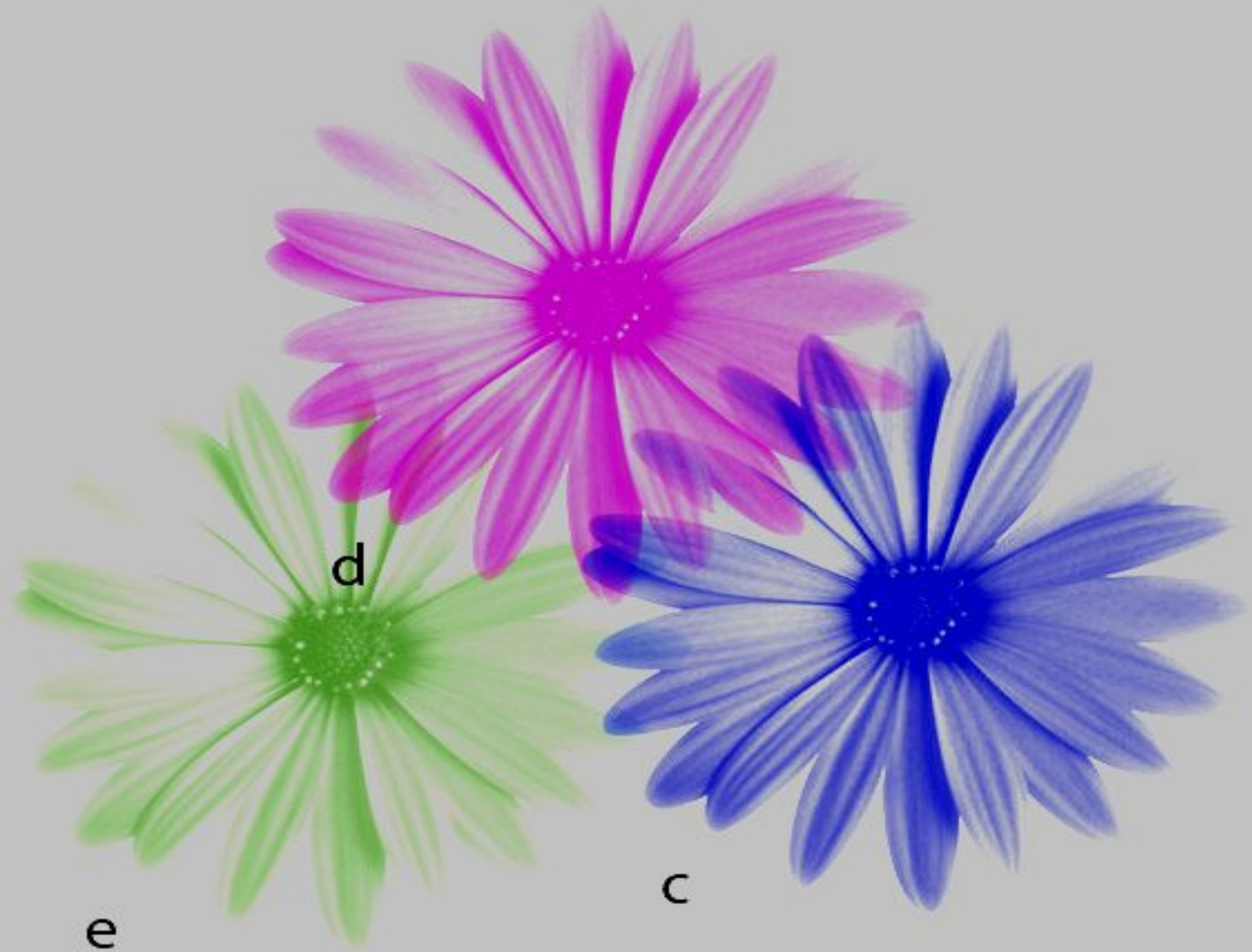
c

b

e



**Наконец, если в букет не входит ни красный цветок «a», ни желтый цветок «b», то можно составить букет:**



d

c

e

**Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  называется любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов**

$$C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n - k)!}$$

Читается: « **$C$  из  $n$  по  $k$** »



Имеется 5 цветков разного цвета. Обозначим их буквами а, в, с, d, е. Требуется составить букет из трех цветков.

*Решение:*

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2} = 10$$

*Ответ:*

**10**

## Задача №8

В магазине «Филателия» продается 8 различных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

*Решение:*

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \cdot (8-3)!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 56$$

*Ответ:*

**56**

# Задача №

Из 18-ти <sup>9</sup> студентов группы надо выбрать двух дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

*Решение:*

$$C_{18}^2 = \frac{18!}{2! \cdot (18-2)!} = \frac{18 \cdot 17 \cdot 16!}{2 \cdot 1 \cdot 16!} = 153$$

*Ответ:*

**153**

# Комбинаторные конструкции

Перестановки	Размещения	Сочетания
<b>n элементов</b> <b>n клеток</b>	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	<b>Порядок не имеет значения</b>
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

### **1 группа**

Из шести врачей поликлиники двух необходимо отправить на курсы повышения квалификации. Сколькими способами это можно сделать?

### **2 группа**

Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

### **3 группа**

В группе 7 студентов успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в олимпиаде по предмету?

### **4 группа**

Сколько различных трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

# ОТВЕТЫ:

**1 группа**

$$C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

**3 группа**

$$C_7^2 = \frac{7!}{5! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$$

**2 группа**

$$A_4^2 = \frac{4!}{2!} = 12$$

**4 группа**

$$A_5^3 = \frac{5!}{2!} = 60$$

# Домашнее

## задание:

Стр. 64, Занятие 1 (учебник)

№ 4.37 (стр. 80, задачник)

№ 4.44 (стр. 80, задачник)

## *Дополнительно:*

В группе учатся 12 мальчиков и 10 девочек. Для уборки территории нужно выделить 4 мальчиков и 3 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

# Подведем итоги

## Узнали:

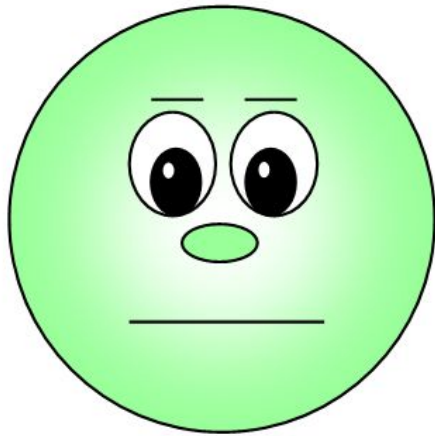
✓ простейшие комбинаторные конструкции, формулы для нахождения простейших комбинаций (перестановок, размещений и сочетаний).

## Научились:

- ✓ различать простейшие комбинаторные конструкции;
- ✓ вычислять количество перестановок, размещений и сочетаний;
- ✓ решать простейшие комбинаторные задачи.



# Выберите смайлик, который соответствует Вашему настроению в конце урока



Мне не все  
удалось,  
придется дома  
подольше  
посидеть...



Мне всё удалось!



Мне было очень  
трудно. Я ничего  
не понял.

## Спасибо за урок!

# Использованные ресурсы:

- Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. - М.: Издательский центр «Академия», 2014;
- Математика. Задачник: учебное пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. - М.: Издательский центр «Академия», 2014;
- Презентация учителя математики МБОУ СОШ №2 г. Горячий ключ Л.Г. Миносян «Комбинаторика. Комбинаторные задачи»;
- Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей: учеб. пособие для учащихся 7—9 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк; под ред. С. А. Теляковского.— М.: Просвещение, 2005.

# Комбинаторика. Комбинаторные задачи.

Автор Минасян Людмила Григорьевна  
МБОУ СОШ № 2 г.Горячий Ключ