Желающие получить презентацию пишите по адресу на Е-майл: gas-50@mail.ru. Автор - Гаврилов Александр Сергеевич. Преподавание ведется по учебнику А.Г. Мордковича. Использовался материал: Алгебра. 9 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.

Стоимость презентации 10 рублей. Деньги переводить на карту VISA Classic, сбербанк 8611/7770, номер карты: 40817810710000878844/50 RUR или на Яндекс-деньги № кошелька 410013674405763.

Наличие материала в презентациях предостаточно. Часть из него выносим на факультативные занятия, часть на дополнительные занятия.

Список имеющихся презентаций выложен на сайте http://infourok.ru/user/gavrilov-aleksandr-sergeevich в файле Список презентаций.doc. Правда я постоянно его пополняю. Желаю успехов в работе.

С уважением Гаврилов А.С.

Квадратный корень.

Домашнее задание:

§ 10, № 2; 5; 8(б,в); 10; 15; 17(в.г); 20(а,б).

Проверка домашнего задания.

№ 16, 18, 21.

№ 22, 25, 29.

Цель: рассмотреть понятие квадратного корня.

Ход урока

I. Сообщение темы и цели урока

II. Повторение и закрепление пройденного материала

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).
2. Контроль усвоения материала (письменный опрос).

Устно:

Вычислите :

а) 7^2; 49;

б) 11^2; 121;

в) $\left(\frac{8}{9}\right)^2$; $\frac{64}{81}$;

г) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; $\frac{9}{49}$;

д) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{9}$;

е) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; $\frac{4}{25}$;

ж) $0,2^2$; $0,04$;

з) $0,6^2$. $0,36$;

Самостоятельная работа.

Вариант 1.

1. *Какие числа относятся к рациональным?*

2. *Представьте в виде десятичной дроби число:*

а) $\frac{1}{800}$; *б)* $\frac{17}{90}$.

3. *Запишите десятичную дробь в виде обыкновенной:*

а) $1{,}75$; *б)* $0,(7)$;

в) $0,(37)$.

Вариант 2.

В каком виде записывают рациональные числа?

2. *Представьте в виде десятичной дроби число:*

а) $\frac{1}{160}$; *б)* $\frac{31}{90}$.

3. *Запишите десятичную дробь в виде обыкновенной:*

а) $3{,}25$; *б)* $0,(5)$;

в) $0,(73)$.

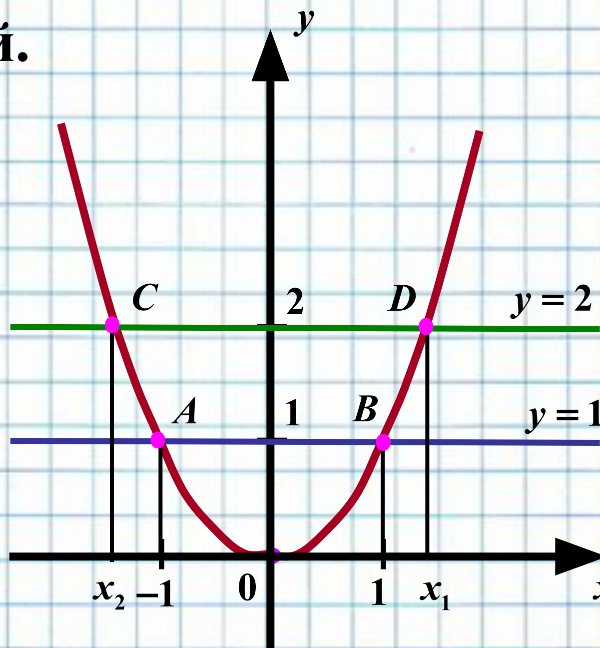
Проверка.

Изучение нового материала.

Понятие квадратного корня из неотрицательного числа связано с решением простейших квадратных уравнений.

Пример 1.

Решим уравнение: а) $x^2 = 1$; б) $x^2 = 2$.



Решим уравнение графически. Для этого построим параболу $y = x^2$.

а) Построим также прямую $y = 1$. Видно, что парабола и прямая пересекаются в точках A(–1; 1) и B(1; 1). Абсциссы этих точек являются корнями уравнения $x^2 = 1$.

б) Уравнение $x^2 = 2$ будем решать аналогично. Построим прямую $y = 2$. Парабола и прямая так же пересекаются в двух точках D и C. Однако найти абсциссы x_1 и x_2 этих точек не просто. Ясно, что эти корни равны по абсолютной величине и противоположны по знаку ($x_1 = -x_2$). Но в отличие от предыдущего случая, где корни были найдены без труда, с уравнением $x^2 = 2$ дело обстоит не так: по чертежу мы не можем указать значения корней, можем только установить, что один корень располагается левее точки –1, а второй – правее точки 1. Понятно, что числа x_1 и x_2 не целые.

Возможно, что такие числа являются рациональными, т. е. могут быть представлены в виде $\frac{m}{n}$ (где m – целое число, n – натуральное число). Оказывается, что это не так. Другими словами, не существует такого рационального числа $\frac{m}{n}$, что его квадрат $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$.

Так как корни уравнения $x^2 = 2$ не являются рациональными числами, то для обозначения таких чисел ввели новый символ $\sqrt{}$ (корень квадратный). Тогда корни данного уравнения записывают в виде $x_1 = \sqrt{2}$ и $x_2 = -\sqrt{2}$. Заметим, что числа $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ являются **иррациональными** (т. е. не рациональными). Из данного примера видно, что возникла необходимость расширения понятия числа и появления новых чисел.

Пример 2

Докажем, что не существует дроби вида $\frac{m}{n}$, квадрат которой $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$.

Докажем **методом от противного**. Предположим, что существует несократимая дробь $\frac{m}{n}$, для которой выполняется равенство $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$. Из этого равенства получаем: $\frac{m^2}{n^2} = 2$ или $m^2 = 2n^2$. Такая запись означает, что число m^2 – четное, а следовательно, и число m – четное. Тогда его можно написать в виде $m = 2k$ (где k – натуральное число). Подставим выражение $m = 2k$ в равенство $m^2 = 2n^2$ и получим: $(2k)^2 = 2n^2$, или $4k^2 = 2n^2$, или $n^2 = 2k^2$. Такое равенство означает, что число n^2 – четное. Следовательно, число n – также четное.

Таким образом, в ходе рассуждений получили, что числа m и n – четные. Следовательно, дробь $\frac{m}{n}$ является сократимой. Этот вывод **противоречит** предположению о несократимости дроби $\frac{m}{n}$. Поэтому предположение о существовании дроби $\frac{m}{n}$, для которой выполнено равенство $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$, является неверным.

Таким образом, число $\sqrt{2}$ – некоторое число (свойства которого будут постепенно изучаться), для которого $1 < \sqrt{2} < 2$, т. к. $1^2 < 2 < 2^2$. Можно уточнять величину этого числа и записать:

$1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$ (т. к. $1{,}4^2 < 2 < 1{,}5^2$ или $1{,}96 < 2 < 2{,}25$) и

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$ (т. к. $1{,}41^2 < 2 < 1{,}42^2$ или $1{,}9881 < 2 < 2{,}0164$) и т. д.

Аналогично можно записать корни квадратного уравнения $x^2 = a$ (где $a > 0$): $x_1 = \sqrt{a}$ и $x_2 = -\sqrt{a}$. При $a = 0$ уравнение $x^2 = 0$ имеет корень $x = 0$, т. е. $\sqrt{0} = 0$.

Дадим строгое определение квадратного корня.

Квадратным корнем из неотрицательного числа *a* называют такое неотрицательное число *b*, квадрат которого равен *a*. Это число b обозначают символом $\sqrt{a}$. При этом число a называют **подкоренным числом.**

Итак, для неотрицательного числа a квадратный корень $\sqrt{a}$ имеет свойства:

1) $\sqrt{a} \geq 0$; 2) $(\sqrt{a})^2 = a$.

Если $a < 0$, то уравнение $x^2 = a$ не имеет корней и выражение $\sqrt{a}$ не имеет смысла.

Нахождение квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

Эта операция является обратной по отношению к возведению в квадрат (см. таблицу).

Возведение в квадрат	Извлечение квадратного корня
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$\left(\frac{8}{11}\right)^2 = \frac{64}{121}$	$\sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{8}{11}$
$0{,}2^2 = 0{,}04$	$\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$

Разберемся с понятием квадратного корня.

Пример 3

Вычислим: а) $\sqrt{36}$; б) $\sqrt{0{,}16}$; в) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; г) $\sqrt{0}$; д) $\sqrt{-9}$; е) $\sqrt{2209}$; ж) $\sqrt{5}$.

а) $\sqrt{36} = 6$, т. к. $6 > 0$ и $6^2 = 36$;

б) $\sqrt{0,16} = 0,4$, т. к. $0,4 > 0$ и $0,4^2 = 0,16$;

в) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$, т. к. $\frac{4}{5} > 0$ и $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$;

г) $\sqrt{0} = 0$, т. к. $0 \geq 0$ и $0^2 = 0$;

д) $\sqrt{-9}$ не имеет смысла, т. к. $-9 < 0$;

е) Очевидно, что $1600 < 2209 < 2500$ и $\sqrt{1600} < \sqrt{2209} < \sqrt{2500}$, т. е. $40 < \sqrt{2209} < 50$. Если число оканчивается на 3 или 7, то его квадрат оканчивается на 9. Поэтому проверим числа 43 и 47. Найдем квадраты этих чисел: $43^2 = 1849$ и $47^2 = 2209$. Таким образом, $\sqrt{2209} = 47$;

ж) Очевидно, что $2 < \sqrt{5} < 3$. Аналогично примеру 2 можно показать, что число $\sqrt{5}$ – иррациональное. Поэтому мы можем только оценить его. Так как $2,2^2 = 4,84$ и $2,3^2 = 5,29$, то $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$. Можем повысить точность оценки. Так как $2,23^2 = 4,9729$ и $2,24^2 = 5,0176$, то $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$. Таким образом, $\sqrt{5} \approx 2,23$ или $\sqrt{5} \approx 2,24$.

К иррациональным числам приводят и многие геометрические задачи.

Пример 4

Катет равнобедренного прямоугольного треугольника равен 1 см. Найдем гипотенузу треугольника.

Воспользуемся знаменитой **теоремой Пифагора**: в прямоугольном треугольнике сумма квадратов длин катетов a и b равна квадрату длины его гипотенузы c, т. е. $a^2 + b^2 = c^2$. Из этого равенства найдем $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ (см).

Аналогично понятию квадратного корня вводится и понятие кубического корня: **кубическим корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число b, куб которого равен a.**

Другими словами, равенство $\sqrt[3]{a} = b$ означает, что $b^3 = a$. Например, $\sqrt[3]{8} = 2$, т. к. $2^3 = 8$; $\sqrt[3]{0,001} = 0,1$, т. к. $0,1^3 = 0,001$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$, т. к. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$.

Вообще говоря, в математике вводится и понятие корня n-й степени ($n = 2, 3, 4, \ldots$) из неотрицательного числа a: **корнем n-й степени из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число b, n-я степень которого равна a**, т. е.

$\sqrt[n]{a} = b$, если $b^n = a$. Например $\sqrt[4]{16} = 2$, т. к. $2^4 = 16$; $\sqrt[5]{243} = 3$, т. к. $3^5 = 243$.

IV. Контрольные вопросы

1. Дайте определение квадратного корня из неотрицательного числа a.

2. Напишите корни квадратного уравнения $x^2 = a$ (где $a \geq 0$).

3. Какую операцию называют извлечением квадратного корня?

4. Дайте определение корня n-й степени из неотрицательного числа a.

Практическая часть урока.

§ 10, № 1; 3; 7; 8(а,г); 13; 17(а,б); 20(в,г), 23(а,б); 24; 28(б); 30(а,в); 38(а,г); 41(а,б).

№ 1. *а)* $\sqrt{36} = 6,\ т.к.\ 6 > 0\ и\ 6^2 = 36;$

б) $\sqrt{121} = 11,\ т.к.\ 11 > 0\ и\ 11^2 = 121;$

в) $\sqrt{25} = 5,\ т.к.\ 5 > 0\ и\ 5^2 = 25;$

г) $\sqrt{196} = 14,\ т.к.\ 14 > 0\ и\ 14^2 = 196.$

№ 3. *а)* $\sqrt{25} = -5$ *неверно, так как* $-5 < 0;$

б) $\sqrt{36} = 6{,}5$ *неверно, так как* $\sqrt{36} = 6;$

в) $\sqrt{100} = 10{,}1$ *неверно, так как* $\sqrt{100} = 10;$

г) $\sqrt{-81} = -$ *неверно, так как* $-81 < 0$ *и* $-9 < 0.$

№ 7. *а)* $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$; *б)* $\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}}=\frac{1}{5}$;

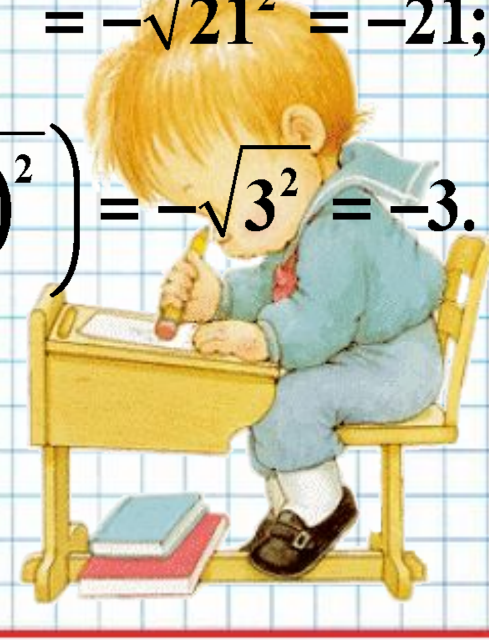
в) $\sqrt{\frac{36}{49}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}}=\frac{6}{7}$; *г)* $\sqrt{\frac{16}{121}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}}=\frac{4}{11}$.

№ 8. *а)* $\sqrt{1\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}}=\frac{4}{3}$; *г)* $\sqrt{1\frac{24}{25}}=\sqrt{\frac{49}{25}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}}=\frac{7}{5}$.

№ 13. *а)* $\left(-\sqrt{11}\right)^2=\left(\sqrt{11}\right)^2=11$; *б)* $-\left(\sqrt{21}\right)^2=-\sqrt{21^2}=-21$;

в) $-\left(-\sqrt{2}\right)^2=-\left(\sqrt{2}\right)^2=-2$; *г)* $-\left(-\sqrt{(-3)^2}\right)=-\sqrt{3^2}=-3$.



№ 17. *а)* $\sqrt{3+\sqrt{36}}=\sqrt{3+6}=\sqrt{9}=3;$

б) $\sqrt{44+\sqrt{25}}=\sqrt{44+5}=\sqrt{49}=7.$

№ 20. *в)* $-7\cdot\sqrt{0,04}=-7\cdot 0,2=-1,4;$ *г)* $\frac{1}{5}\cdot\sqrt{900}=\frac{1}{5}\cdot 30=6.$

№ 23. *а)* $\frac{1}{3}x^2=75\Rightarrow x^2=225\Rightarrow x=\pm\sqrt{225}\Rightarrow x=\pm 15;$

б) $4x^2-28\Rightarrow 4x^2=28\Rightarrow x^2=7\Rightarrow x=\pm\sqrt{7}.$

№ 24. *а)* $x>\sqrt{2}\Rightarrow x^2>2,$ *например* $x=2\Rightarrow x^2=4>2;$

б) $2x<\sqrt{3}\Rightarrow 4x^2<3\Rightarrow x^2<\frac{3}{4},$ *например* $x=0\Rightarrow x^2=0<\frac{3}{4};$

в) $x>\sqrt{5}\Rightarrow x^2>5,$ *например* $x=3\Rightarrow x^2=9>5;$

г) $3x<\sqrt{11}\Rightarrow 9x^2<11\Rightarrow x^2<\frac{11}{9},$ *например* $x=1\Rightarrow x^2=1<\frac{11}{9}.$

№ 28. *б*) $\text{при } b = 2, \sqrt{5b^2 + 10b + 9} = \sqrt{20 + 20 + 9} = \sqrt{49} = 7.$

№ 30. *а*) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48;$

в) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1.$

№ 38. *а*) $\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x - 1 = 9 \Rightarrow x = 10;$

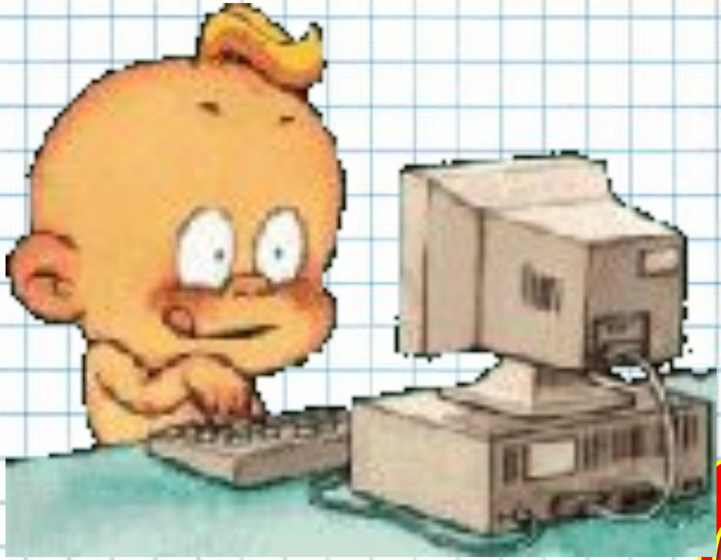
г) $\sqrt{7x-1} = 1 \Rightarrow 7x - 1 = 1 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}.$

№ 41. *а*) *так как* $8464 < 8467 < 8649 \Rightarrow 92 < \sqrt{8467} < 93,$

то $\Rightarrow \sqrt{8467} \notin Z;$

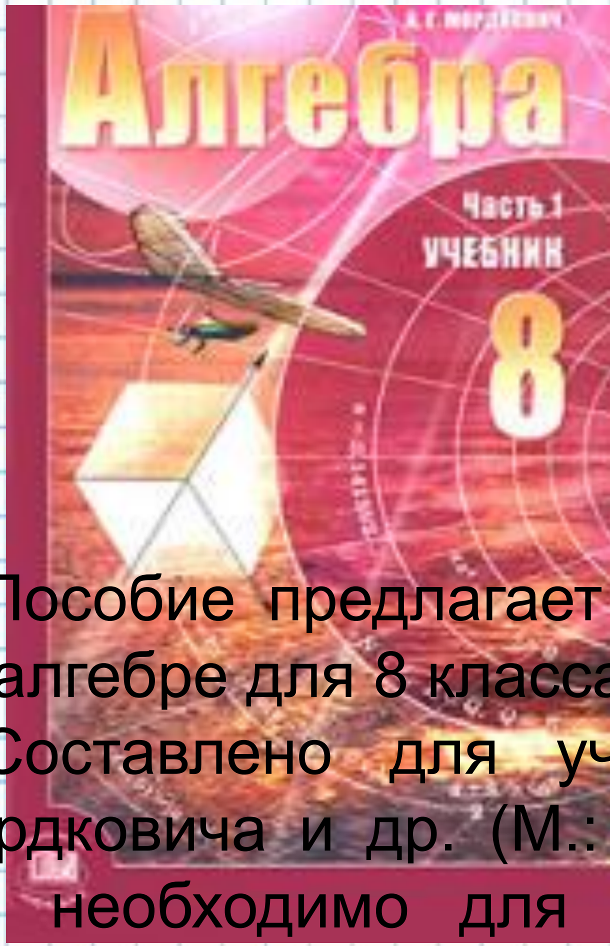
б) *так как* $2209 < 2215 < 2304 \Rightarrow 47 < \sqrt{2215} < 48,$

то $\Rightarrow \sqrt{2215} \notin Z.$



Спасибо за урок!

Алгебра. 8 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.



Пособие предлагает полный комплект поурочных планов по алгебре для 8 класса общеобразовательных учреждений.

Составлено для учебно-методического комплекта А.Г. Мордковича и др. (М.: Мнемозина). Издание содержит все, что необходимо для качественной подготовки к урокам: подробные поурочные планы, методические советы и рекомендации, творческие задания, самостоятельные, контрольные и зачетные работы с подробным разбором.

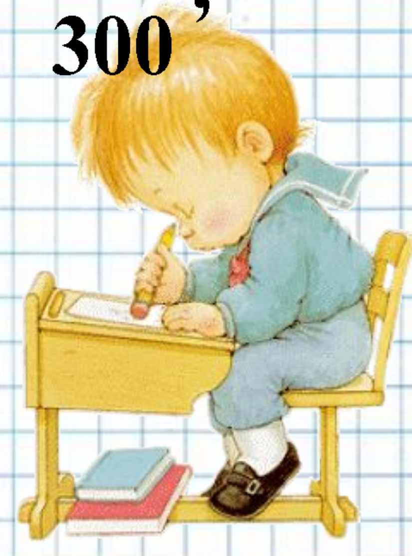
№ 16. а) $\frac{29}{6} = 4,(6)$; б) $\frac{34}{9} = 3,(7)$;

в) $\frac{53}{12} = 4,41(6)$; г) $\frac{78}{11} = 7,(09)$.

№ 18. а) $1 = 1,(0)$; б) $35 = 35,(0)$;

в) $108 = 108,(0)$; г) $572 = 572,(0)$.

№ 21. а) $0,0(24) = \frac{7}{165}$; б) $0,00(3) = \frac{1}{300}$;



в) $0,0(6) = \frac{1}{15}$; г) $0,00(18) = \frac{1}{550}$.

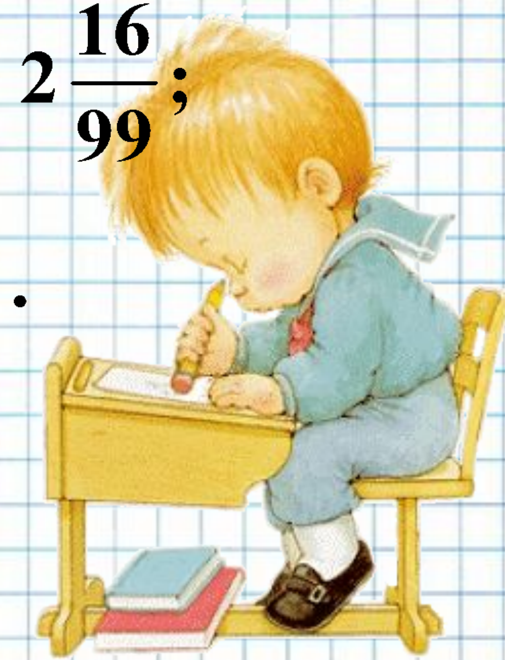
№ 22. а) $1,6(1)=1\frac{11}{18}$; б) $2,03(5)=2\frac{8}{225}$;

в) $3,9(12)=3\frac{301}{330}$; г) $0,7(72)=\frac{17}{22}$.

№ 25. а) $[-3;\ 3]$; б) $[25;\ 100]$; в) 4; г) $\frac{27}{2}$.

№ 29. а) $1,52(3)=\frac{157}{300}$; б) $2,1(61)=2\frac{16}{99}$;

в) $6,12(8)=6\frac{29}{225}$; г) $0,3(36)=\frac{37}{110}$.



№ 1. ***Множество Q рациональных чисел – это множество, состоящее из чисел вида $\dfrac{m}{n}$ (где m – целое число, n – нату – ральное число), или как множество бесконечных десятич – ных периодических дробей.***

Любое рациональное число можно записа ть в виде бес – конечной десятичной периодической дроби.

№ 2. $а)\ \dfrac{1}{800} = 0,00125;$ $\qquad а)\ \dfrac{1}{160} = 0,00625;$

$б)\ \dfrac{17}{90} = 0,1(8).$ $\qquad б)\ \dfrac{31}{90} = 0,3(4).$

№ 3. $а)\ 1,75 = 1\dfrac{3}{4};$ $\quad б)\ 0,(7) = \dfrac{7}{9};$ $\quad а)\ 3,25 = 3\dfrac{1}{4};$ $\quad б)\ 0,(5) = \dfrac{5}{9};$

$в)\ 0,(37) = \dfrac{37}{99}.$ $\qquad в)\ 0,(73) = \dfrac{73}{99}.$

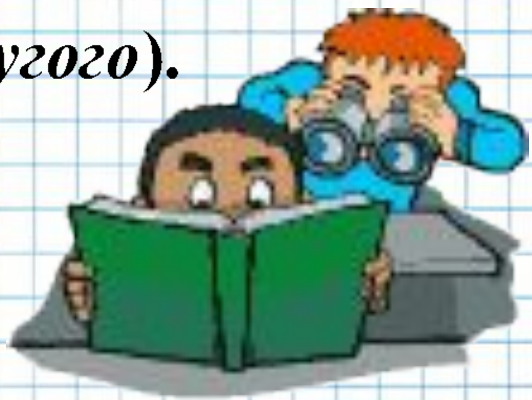
Повторим.

1) *множество натуральных чисел* N : 1; 2; 3; 4; ...

2) *множество целых чисел* Z : 0; ±1; ±2; ±3; ...

3) *множество рациональных чисел* Q : $3;\ -7;\ \frac{17}{5};\ -\frac{16}{7};\ ...$

Принятая символика : $\in$ – ***знак принадлежности (элемент принадлежит множеству) и*** $\subset$ – ***знак включения (одно множество является подмножеством другого).***



$$n \in N;\ m \in Z;\ r \in Q;\ -7 \notin N;\ \frac{11}{5} \notin Z;\ ...$$

$$N \subset Z;\ Z \subset Q;\ N \subset Q;\ Q \not\subset N;\ Z \not\subset N;\ ...$$

Любое рациональное число можно записать в виде бесконечной десятичной периодической дроби, и наоборот: любую бесконечной десятичной периодической дроби можно записать в виде обыкновенной дроби, т.е. в виде рационального числа.

Повторим.

Представим в виде обыкновенной дроби бесконечные десятичные периодические дроби: а) 2,(32); б) 2,8(32); в) 0,3(0).

а) Положим x = 2,(32) = 2,3232… . Так как в периоде дроби содержатся две цифры, то умножим x на число 100 и получим $100x$ = 232,3232… . Найдем разность $100x - x$. Имеем:

$$\begin{array}{r} \_\,100x = 232{,}3232\ldots \\ \underline{x = \quad 2{,}3232\ldots} \end{array}$$

$99x = 230$, откуда находим $x = \dfrac{230}{99} = 2\dfrac{32}{99}$.

де бесконечной десятичной периодической дроби так: $\dfrac{3}{10} = 0,3(0)$.

Аналогично можно показать, что 2,54(9) = 2,55(0), 3,(9) = 4,(0) и т. д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматривают, заменяя их соответствующими дробями с периодом 0.