

Желающие получить презентацию пишите по адресу на Е-майл: gas-50@mail.ru. Автор - Гаврилов Александр Сергеевич. Преподавание ведется по учебнику А.Г. Мордковича. Использовался материал: Алгебра. 9 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.

Стоимость презентации 10 рублей. Деньги переводить на **карту VISA Classic**, сбербанк 8611/7770, номер карты: 40817810710000878844/50 RUR или на **Яндекс-деньги** № кошелька 410013674405763.

Наличие материала в презентациях предостаточно. Часть из него выносим на факультативные занятия, часть на дополнительные занятия.

Список имеющихся презентаций выложен на сайте <http://infourok.ru/user/gavrilov-aleksandr-sergeevich> в [файле Список презентаций.doc](#). Правда я постоянно его пополняю. Желаю успехов в работе.

С уважением Гаврилов А.С.



Квадратный корень.

Домашнее задание:

§ 10, № 2; 5; 8(б,в); 10; 15;
17(в.г); 20(а,б).

Проверка домашнего задания.



№ 16, 18, 21.

№ 22, 25,
29.

Цель: рассмотреть понятие квадратного корня.

Ход урока

I. Сообщение темы и цели урока

II. Повторение и закрепление пройденного материала

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).
2. Контроль усвоения материала (письменный опрос).

Устно:

Вычислите :

а) 7^2 ; 49;



б) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; $\frac{1}{9}$;

в) 11^2 ; 121;

г) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; $\frac{4}{25}$;

д) $\left(\frac{8}{9}\right)^2$; $\frac{64}{81}$;

е) $0,2^2$; 0,04;

ж) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$; $\frac{9}{49}$;



з) $0,6^2$; 0,36;

Самостоятельная работа.

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Какие числа относятся к рациональным?

В каком виде записывают рациональные числа?

2. Представьте в виде десятичной дроби число :

а) $\frac{1}{800}$; б) $\frac{17}{90}$.

а) $\frac{1}{160}$; б) $\frac{31}{90}$.

3. Запишите десятичную дробь в виде обыкновенной :

а) 1,75; б) 0,(7);

а) 3,25; б) 0,(5);

в) 0,(37).

в) 0,(73).

Проверка.

Изучение нового материала.

Понятие квадратного корня из неотрицательного числа связано с решением простейших квадратных уравнений.

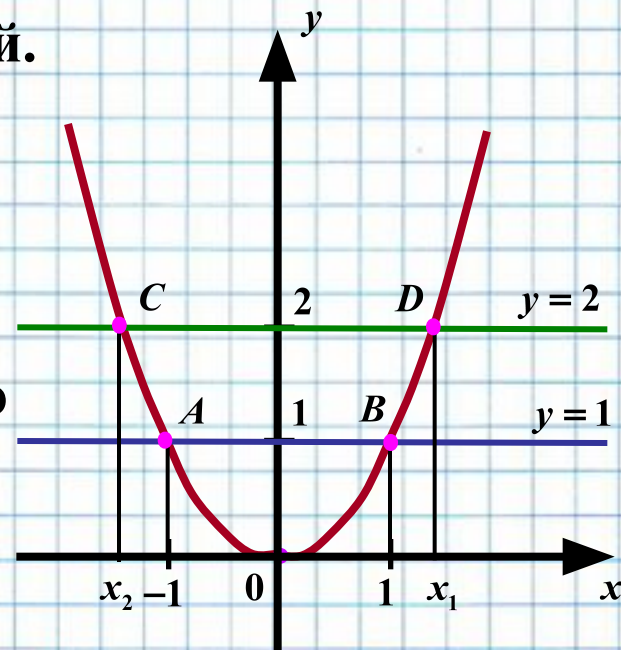
Пример 1.

Решим уравнение: а) $x^2 = 1$; б) $x^2 = 2$.

Решим уравнение графически. Для этого построим параболу $y = x^2$.

а) Построим также прямую $y = 1$. Видно, что парабола и прямая пересекаются в точках $A(-1; 1)$ и $B(1; 1)$. Абсциссы этих точек являются корнями уравнения $x^2 = 1$.

б) Уравнение $x^2 = 2$ будем решать аналогично. Построим прямую $y = 2$. Парабола и прямая так же пересекаются в двух точках D и C . Однако найти абсциссы x_1 и x_2 этих точек не просто. Ясно, что эти корни равны по абсолютной величине и противоположны по знаку ($x_1 = -x_2$). Но в отличие от предыдущего случая, где корни были найдены без труда, с уравнением $x^2 = 2$ дело обстоит не так: по чертежу мы не можем указать значения корней, можем только установить, что один корень располагается левее точки -1 , а второй – правее точки 1 . Понятно, что числа x_1 и x_2 не целые.



Возможно, что такие числа являются рациональными, т. е. могут быть представлены в виде $\frac{m}{n}$ (где m – целое число, n – натуральное число). Оказывается, что это не так. Другими словами, не существует такого рационального числа $\frac{m}{n}$, что его квадрат $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$.

Так как корни уравнения $x^2 = 2$ не являются рациональными числами, то для обозначения таких чисел ввели новый символ $\sqrt{\quad}$ (корень квадратный). Тогда корни данного уравнения записывают в виде $x_1 = \sqrt{2}$ и $x_2 = -\sqrt{2}$. Заметим, что числа $\sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$ являются **иррациональными** (т. е. не рациональными). Из данного примера видно, что возникла необходимость расширения понятия числа и появления новых чисел.

Пример 2

Докажем, что не существует дроби вида $\frac{m}{n}$, квадрат которой

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2.$$

Докажем методом от противного. Предположим, что существует несократимая дробь $\frac{m}{n}$, для которой выполняется равенство

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2. \text{ Из этого равенства получаем: } \frac{m^2}{n^2} = 2 \text{ или } m^2 = 2n^2. \text{ Та-}$$

кая запись означает, что число m^2 – четное, а следовательно, и число m – четное. Тогда его можно написать в виде $m = 2k$ (где k – натуральное число). Подставим выражение $m = 2k$ в равенство $m^2 = 2n^2$ и получим: $(2k)^2 = 2n^2$, или $4k^2 = 2n^2$, или $n^2 = 2k^2$. Такое равенство означает, что число n^2 – четное. Следовательно, число n – также четное.

Таким образом, в ходе рассуждений получили, что числа m и n – четные. Следовательно, дробь $\frac{m}{n}$ является сократимой. Этот вывод

противоречит предположению о несократимости дроби $\frac{m}{n}$. По-

этому предположение о существовании дроби $\frac{m}{n}$, для которой вы-

полнено равенство $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$, является неверным.

Таким образом, число $\sqrt{2}$ – некоторое число (свойства которого будут постепенно изучаться), для которого $1 < \sqrt{2} < 2$, т. к. $1^2 < 2 < 2^2$. Можно уточнять величину этого числа и записать:

$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ (т. к. $1,4^2 < 2 < 1,5^2$ или $1,96 < 2 < 2,25$) и

$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$ (т. к. $1,41^2 < 2 < 1,42^2$ или $1,9881 < 2 < 2,0164$)

и т. д.

Аналогично можно записать корни квадратного уравнения $x^2 = a$ (где $a > 0$): $x_1 = \sqrt{a}$ и $x_2 = -\sqrt{a}$. При $a = 0$ уравнение $x^2 = 0$ имеет корень $x = 0$, т. е. $\sqrt{0} = 0$.

Дадим строгое определение квадратного корня.

Квадратным корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число b , квадрат которого равен a . Это число b обозначают символом \sqrt{a} . При этом число a называют подкоренным числом.

Итак, для неотрицательного числа a квадратный корень \sqrt{a} имеет свойства:

$$1) \sqrt{a} \geq 0; \quad 2) (\sqrt{a})^2 = a.$$

Если $a < 0$, то уравнение $x^2 = a$ не имеет корней и выражение \sqrt{a} не имеет смысла.

Нахождение квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

Эта операция является обратной по отношению к возведению в квадрат (см. таблицу).

Возведение в квадрат	Извлечение квадратного корня
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$\left(\frac{8}{11}\right)^2 = \frac{64}{121}$	$\sqrt{\frac{64}{121}} = \frac{8}{11}$
$0,2^2 = 0,04$	$\sqrt{0,04} = 0,2$

Разберемся с понятием квадратного корня.

Пример 3

Вычислим: а) $\sqrt{36}$; б) $\sqrt{0,16}$; в) $\sqrt{\frac{16}{25}}$; г) $\sqrt{0}$; д) $\sqrt{-9}$; е) $\sqrt{2209}$;

ж) $\sqrt{5}$.

а) $\sqrt{36} = 6$, т. к. $6 > 0$ и $6^2 = 36$;

б) $\sqrt{0,16} = 0,4$, т. к. $0,4 > 0$ и $0,4^2 = 0,16$;

в) $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$, т. к. $\frac{4}{5} > 0$ и $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$;

г) $\sqrt{0} = 0$, т. к. $0 \geq 0$ и $0^2 = 0$;

д) $\sqrt{-9}$ не имеет смысла, т. к. $-9 < 0$;

е) Очевидно, что $1600 < 2209 < 2500$ и $\sqrt{1600} < \sqrt{2209} < \sqrt{2500}$, т. е. $40 < \sqrt{2209} < 50$. Если число оканчивается на 3 или 7, то его квадрат оканчивается на 9. Поэтому проверим числа 43 и 47. Найдем квадраты этих чисел: $43^2 = 1849$ и $47^2 = 2209$. Таким образом, $\sqrt{2209} = 47$;

ж) Очевидно, что $2 < \sqrt{5} < 3$. Аналогично примеру 2 можно показать, что число $\sqrt{5}$ – иррациональное. Поэтому мы можем только оценить его. Так как $2,2^2 = 4,84$ и $2,3^2 = 5,29$, то $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$. Можем повысить точность оценки. Так как $2,23^2 = 4,9729$ и $2,24^2 = 5,0176$, то $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$. Таким образом, $\sqrt{5} \approx 2,23$ или $\sqrt{5} \approx 2,24$.

К иррациональным числам приводят и многие геометрические задачи.

Пример 4

Катет равнобедренного прямоугольного треугольника равен 1 см. Найдем гипотенузу треугольника.

Воспользуемся знаменитой **теоремой Пифагора**: в прямоугольном треугольнике сумма квадратов длин катетов a и b равна квадрату длины его гипотенузы c , т. е. $a^2 + b^2 = c^2$. Из этого равенства найдем $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ (см).

Аналогично понятию квадратного корня вводится и понятие кубического корня: **кубическим корнем из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число b , куб которого равен a .**

Другими словами, равенство $\sqrt[3]{a} = b$ означает, что $b^3 = a$. Например, $\sqrt[3]{8} = 2$, т. к. $2^3 = 8$; $\sqrt[3]{0,001} = 0,1$, т. к. $0,1^3 = 0,001$; $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$, т. к.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

Вообще говоря, в математике вводится и понятие корня n -й степени ($n = 2, 3, 4, \dots$) из неотрицательного числа a : корнем n -й степени из неотрицательного числа a называют такое неотрицательное число b , n -я степень которого равна a , т. е.

$\sqrt[n]{a} = b$, если $b^n = a$. Например $\sqrt[4]{16} = 2$, т. к. $2^4 = 16$; $\sqrt[5]{243} = 3$, т. к. $3^5 = 243$.

IV. Контрольные вопросы

1. Дайте определение квадратного корня из неотрицательного числа a .
2. Напишите корни квадратного уравнения $x^2 = a$ (где $a \geq 0$).
3. Какую операцию называют извлечением квадратного корня?
4. Дайте определение корня n -й степени из неотрицательного числа a .

Практическая часть урока.

§ 10, № 1; 3; 7; 8(а,г); 13; 17(а,б); 20(в,г),
23(а,б); 24; 28(б); 30(а,в); 38(а,г); 41(а,б).

№ 1. а) $\sqrt{36} = 6$, т.к. $6 > 0$ и $6^2 = 36$;

б) $\sqrt{121} = 11$, т.к. $11 > 0$ и $11^2 = 121$;

в) $\sqrt{25} = 5$, т.к. $5 > 0$ и $5^2 = 25$;

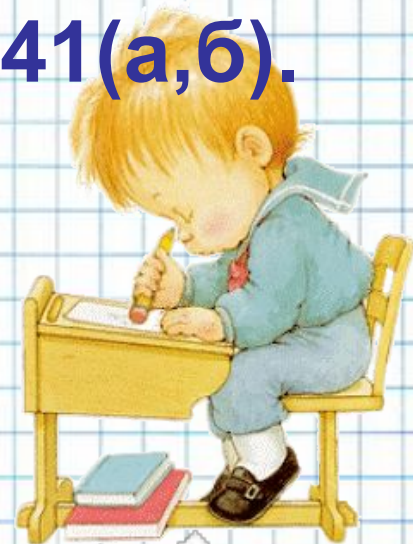
г) $\sqrt{196} = 14$, т.к. $14 > 0$ и $14^2 = 196$.

№ 3. а) $\sqrt{25} = -5$ неверно, так как $-5 < 0$;

б) $\sqrt{36} = 6,5$ неверно, так как $\sqrt{36} = 6$;

в) $\sqrt{100} = 10,1$ неверно, так как $\sqrt{100} = 10$;

г) $\sqrt{-81} = -$ неверно, так как $-81 < 0$ и $-9 < 0$.



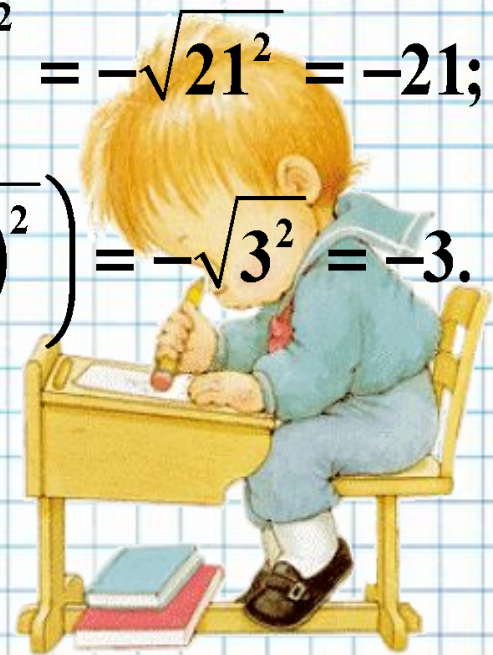
$$\text{№ 7. a) } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}; \quad \text{б) } \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{25}} = \frac{1}{5};$$

$$\text{в) } \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}; \quad \text{г) } \sqrt{\frac{16}{121}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{121}} = \frac{4}{11}.$$

$$\text{№ 8. a) } \sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3}; \quad \text{б) } \sqrt{1\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{49}{25}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{25}} = \frac{7}{5}.$$

$$\text{№ 13. a) } (-\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 = 11; \quad \text{б) } -(\sqrt{21})^2 = -\sqrt{21^2} = -21;$$

$$\text{в) } -(-\sqrt{2})^2 = -(\sqrt{2})^2 = -2; \quad \text{г) } -(-\sqrt{(-3)^2}) = -\sqrt{3^2} = -3.$$



№ 17. а) $\sqrt{3 + \sqrt{36}} = \sqrt{3 + 6} = \sqrt{9} = 3;$

б) $\sqrt{44 + \sqrt{25}} = \sqrt{44 + 5} = \sqrt{49} = 7.$

№ 20. в) $-7 \cdot \sqrt{0,04} = -7 \cdot 0,2 = -1,4;$ **г)** $\frac{1}{5} \cdot \sqrt{900} = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6.$

№ 23. а) $\frac{1}{3}x^2 = 75 \Rightarrow x^2 = 225 \Rightarrow x = \pm\sqrt{225} \Rightarrow x = \pm 15;$

б) $4x^2 - 28 \Rightarrow 4x^2 = 28 \Rightarrow x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm\sqrt{7}.$

№ 24. а) $x > \sqrt{2} \Rightarrow x^2 > 2$, например $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4 > 2;$

б) $2x < \sqrt{3} \Rightarrow 4x^2 < 3 \Rightarrow x^2 < \frac{3}{4}$, например $x = 0 \Rightarrow x^2 = 0 < \frac{3}{4};$

в) $x > \sqrt{5} \Rightarrow x^2 > 5$, например $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9 > 5;$

г) $3x < \sqrt{11} \Rightarrow 9x^2 < 11 \Rightarrow x^2 < \frac{11}{9}$, например $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < \frac{11}{9}.$

№ 28. б) при $b = 2$, $\sqrt{5b^2 + 10b + 9} = \sqrt{20 + 20 + 9} = \sqrt{49} = 7$.

№ 30. а) $\sqrt{225} + 3\sqrt{121} = 15 + 3 \cdot 11 = 48$;

в) $-0,03 \cdot \sqrt{10000} + \sqrt{16} = -0,03 \cdot 100 + 4 = -3 + 4 = 1$.

№ 38. а) $\sqrt{x-1} = 3 \Rightarrow x-1 = 9 \Rightarrow x = 10$;

з) $\sqrt{7x-1} = 1 \Rightarrow 7x-1 = 1 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$.

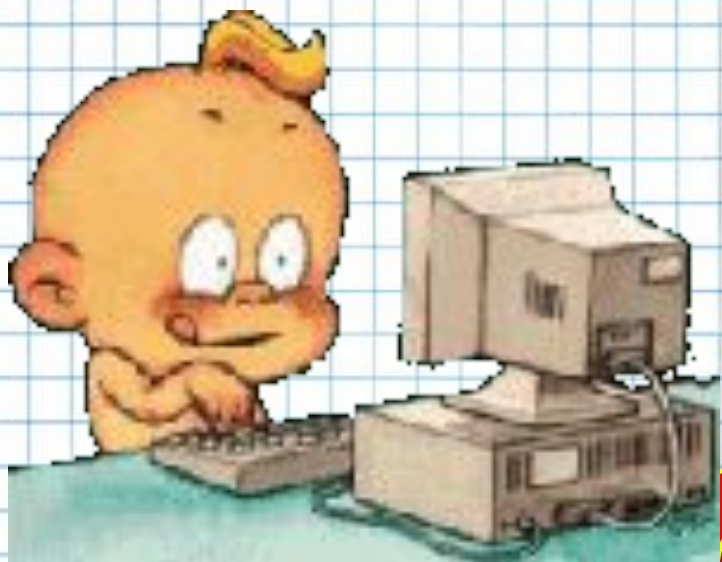
№ 41. а) так как $8464 < 8467 < 8649 \Rightarrow 92 < \sqrt{8467} < 93$,

то $\Rightarrow \sqrt{8467} \notin \mathbb{Z}$;

б) так как $2209 < 2215 < 2304 \Rightarrow 47 < \sqrt{2215} < 48$,

то $\Rightarrow \sqrt{2215} \notin \mathbb{Z}$.

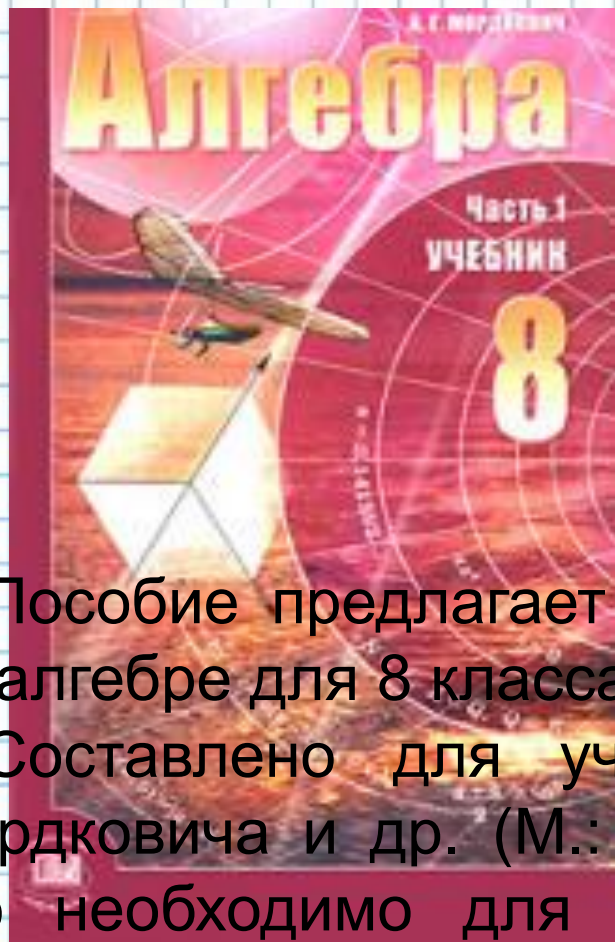




Спасибо за урок!



Алгебра. 8 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.



Пособие предлагает полный комплект поурочных планов по алгебре для 8 класса общеобразовательных учреждений.

Составлено для учебно-методического комплекта А.Г. Мордковича и др. (М.: Мнемозина). Издание содержит все, что необходимо для качественной подготовки к урокам: подробные поурочные планы, методические советы и рекомендации, творческие задания, самостоятельные, контрольные и зачетные работы с подробным разбором.

№ 16. a) $\frac{29}{6} = 4, (6)$; **б)** $\frac{34}{9} = 3, (7)$;

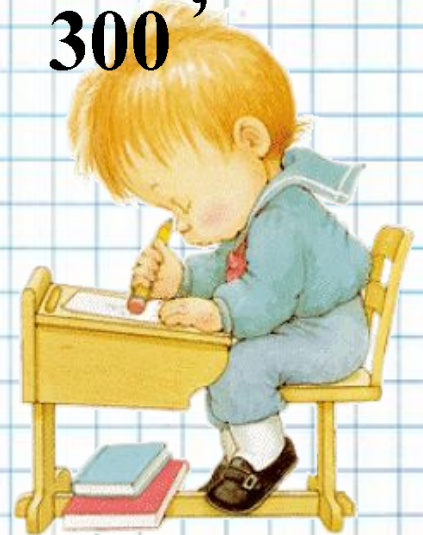
в) $\frac{53}{12} = 4, 41 (6)$; **г)** $\frac{78}{11} = 7, (09)$.

№ 18. a) $1 = 1, (0)$; **б)** $35 = 35, (0)$;

в) $108 = 108, (0)$; **г)** $572 = 572, (0)$.

№ 21. a) $0,0 (24) = \frac{7}{165}$; **б)** $0,00 (3) = \frac{1}{300}$;

в) $0,0 (6) = \frac{1}{15}$; **г)** $0,00 (18) = \frac{1}{550}$.



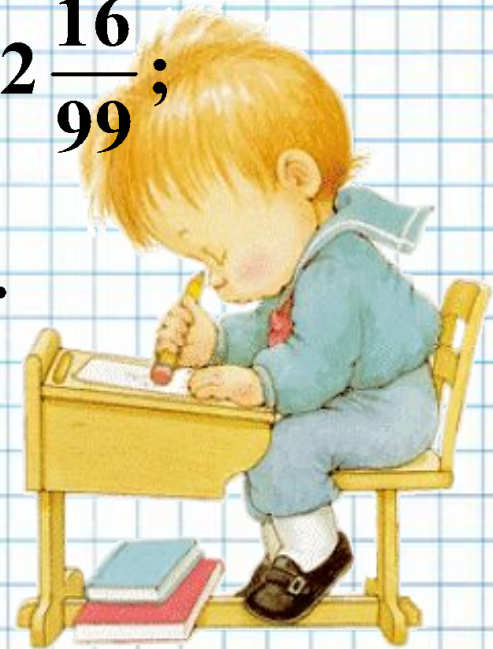
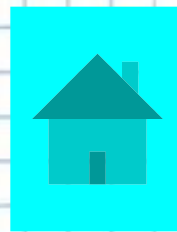
№ 22. а) $1,6(1) = 1\frac{11}{18}$; **б)** $2,03(5) = 2\frac{8}{225}$;

в) $3,9(12) = 3\frac{301}{330}$; **г)** $0,7(72) = \frac{17}{22}$.

№ 25. а) $[-3; 3]$; **б)** $[25; 100]$; **в)** 4; **г)** $\frac{27}{2}$.

№ 29. а) $1,52(3) = \frac{157}{300}$; **б)** $2,1(61) = 2\frac{16}{99}$;

в) $6,12(8) = 6\frac{29}{225}$; **г)** $0,3(36) = \frac{37}{110}$.



№ 1. Множество Q рациональных чисел – это множество, состоящее из чисел вида $\frac{m}{n}$ (где m – целое число, n – натуральное число), или как множество бесконечных десятичных периодических дробей.

Любое рациональное число можно записать в виде бесконечной десятичной периодической дроби.

2. а) $\frac{1}{800} = 0,00125;$

а) $\frac{1}{160} = 0,00625;$

б) $\frac{17}{90} = 0,1(8).$

б) $\frac{31}{90} = 0,3(4).$

№ 3. а) $1,75 = 1\frac{3}{4};$ **б)** $0,(7) = \frac{7}{9};$ **а)** $3,25 = 3\frac{1}{4};$ **б)** $0,(5) = \frac{5}{9};$

в) $0,(37) = \frac{37}{99}.$

в) $0,(73) = \frac{73}{99}.$



Повторим.

1) множество натуральных чисел $N : 1; 2; 3; 4; \dots$

2) множество целых чисел $Z : 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$

3) множество рациональных чисел $Q : 3; -7; \frac{17}{5}; -\frac{16}{7}; \dots$

Принятая символика: \in – знак принадлежности (элемент принадлежит множеству) и \subset – знак включения (одно множество является подмножеством другого).

$n \in N; m \in Z; r \in Q; -7 \notin N; \frac{11}{5} \notin Z; \dots$

$N \subset Z; Z \subset Q; N \subset Q; Q \not\subset N; Z \not\subset N; \dots$

Любое рациональное число можно записать в виде бесконечной десятичной периодической дроби, и наоборот: любую бесконечную десятичную периодическую дробь можно записать в виде обыкновенной дроби, т.е. в виде рационального числа.



Повторим.

Представим в виде обыкновенной дроби бесконечные десятичные периодические дроби: а) $2,(32)$; б) $2,8(32)$; в) $0,3(0)$.

а) Положим $x = 2,(32) = 2,3232\dots$. Так как в периоде дроби содержатся две цифры, то умножим x на число 100 и получим $100x = 232,3232\dots$. Найдем разность $100x - x$. Имеем:

$$\begin{array}{r} 100x = 232,3232\dots \\ x = 2,3232\dots \\ \hline \end{array}$$

$$99x = 230, \text{ откуда находим } x = \frac{230}{99} = 2\frac{32}{99}.$$

де бесконечной десятичной периодической дроби так: $\frac{3}{10} = 0,3(0)$.

Аналогично можно показать, что $2,54(9) = 2,55(0)$, $3,(9) = 4,(0)$ и т. д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматривают, заменяя их соответствующими дробями с периодом 0.