

Круги Эйлера

Работу выполнила
учащаяся 8 «а» класса

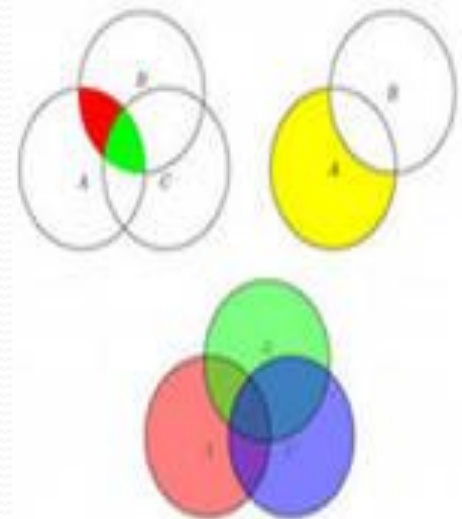
МОУ «СОШ № 56»

Угрюмова Кристина

Руководитель: Прохорова С.А

Цель исследования:

Знакомство с новым методом решения задач и изучение материала, применяемого на уроках математики и внеурочных занятиях, где можно использовать круги Эйлера как один из приемов решения задач.

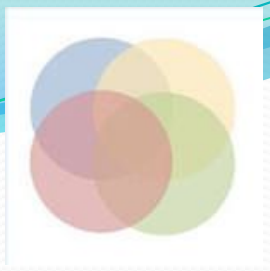


Актуальность

Актуальность работы состоит в том, что задачи имеют практический характер. Задачи развивают логическое мышление, заставляют задумываться, подходить к решению какой либо проблемы с разных сторон, выбирать из множества способов решения наиболее простой, легкий путь.

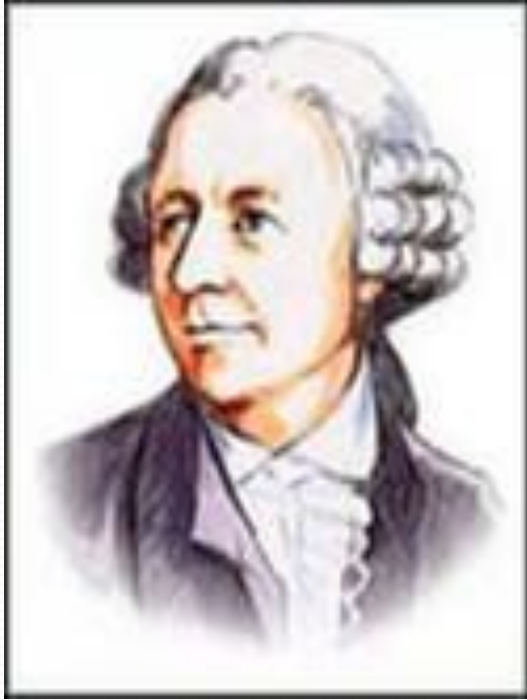


Задачи исследования:



- Познакомиться с биографией одного из величайших ученых-математиков Леонарда Эйлера;
- Изучить теоретические основы понятия «Круги Эйлера»;
- Решить ряд задач вышеназванным методом;

Биография



Леонард Эйлер родился 15 апреля 1707 года в семье пастора, жившей в швейцарском городке Базеле.

Начальное обучение Эйлер получил под руководством отца, который готовил его к духовной карьере. С детства увлекался математикой.

В 13 лет Леонард Эйлер стал студентом факультета искусств Базельского университета.

В 17 лет был удостоен учёной степени магистра.

В 19-лет Эйлер был включен в число кандидатов на должность профессора физики.

Великий учёный - Леонард Эйлер занимает одно из первых мест в истории мировой науки. Полное собрание его трудов составляет 72 тома, более 850 научных работ. Этот тихий и скромный человек, полностью ослепший, много работал, совершив великое множество научных открытий. С точки зрения математики, XVIII век — это век Эйлера.

Эйлер впервые увязал анализ, алгебру, тригонометрию, теорию чисел и др. дисциплины в единую систему, и добавил немало собственных открытий. Значительная часть математики преподаётся с тех пор «по Эйлеру».



Эйлер активно трудился до последних дней. 7 сентября после обеда, проведённого в кругу семьи, беседуя с астрономом А. И. Лекселем о недавно открытой планете Уран и её орбите, он внезапно почувствовал себя плохо и потерял сознание. Через несколько часов, так и не приходя в сознание, он скончался от кровоизлияния в мозг.



Похоронен на Смоленском лютеранском кладбище в Петербурге.

Умирая, он оставил много рукописей, которые Петербургская академия публиковала в течение последующих 47 лет.



Круги Эйлера



– геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между множествами.

Впервые он использовал их в письмах к немецкой принцессе. Эйлер писал тогда, что **круги очень подходят для того, чтобы «облегчить наши размышления.»**

Наряду с кругами в подобных задачах применяют прямоугольники и другие фигуры.

МНОЖЕСТВО, ЭЛЕМЕНТ МНОЖЕСТВА, ПУСТОЕ МНОЖЕСТВО

В математике множеством называют совокупность, набор каких-либо предметов (объектов).

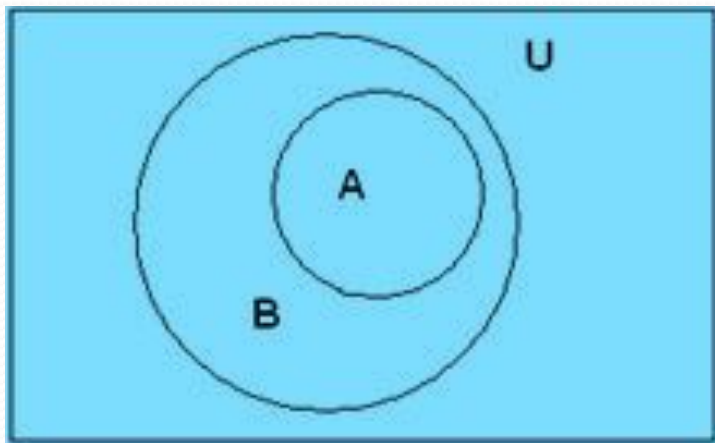
Предметы, составляющие множество, называются его элементами.

Множества обычно обозначаются большими буквами латинского алфавита: A , B , C ,

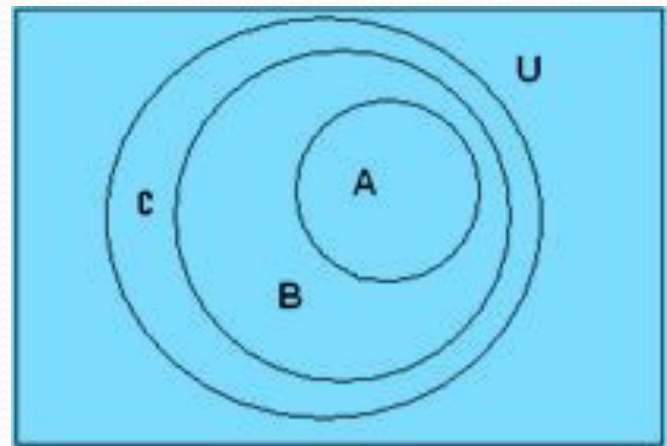
Термин «множество» употребляется независимо от того, много или мало в этом множестве элементов, Множество, не содержащее ни одного элемента, называется пустым и обозначается символом \emptyset



Покажем, например, с помощью диаграммы Эйлера, что множество A является подмножеством множества B :

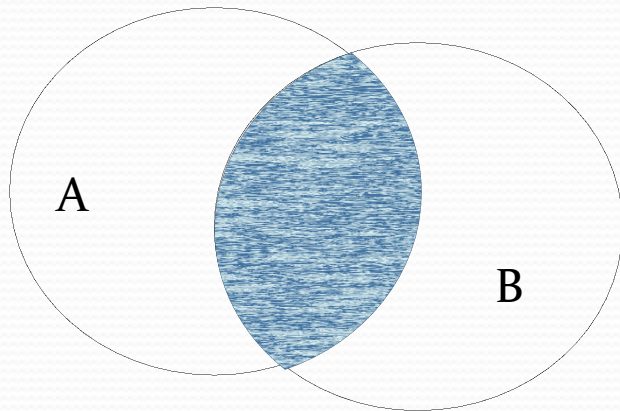


С помощью такой диаграммы становится наглядным, например, такое утверждение: если A принадлежит B , а B принадлежит C , то A принадлежит C .



ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Пересечением двух множеств A и B называют множество, состоящее из всех общих элементов множеств A и B , т. е. Из всех элементов, которые принадлежат и множеству A , и множеству B .



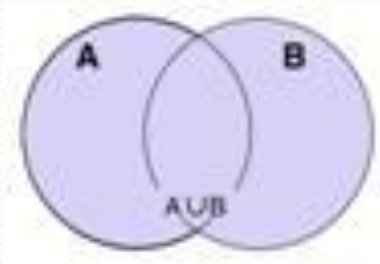
$$A \cap B$$

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Объединением C двух множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству A или множеству B .

Обозначают это так: $C = A \cup B$.

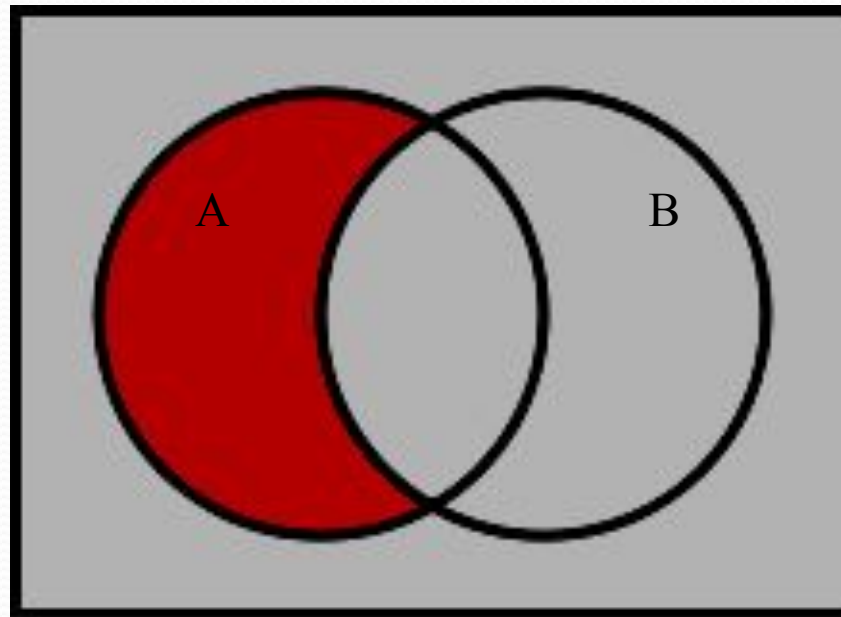
Иными словами, в объединение входят все элементы, принадлежащие хотя бы одному из множеств.



$A \cup B$

Разность множеств

Разностью $A \setminus B$ множеств A и B называется множество, состоящее из всех элементов множества A , которые не принадлежат множеству B .



АЛГОРИТМ

1. **ВНИМАТЕЛЬНО ИЗУЧИ УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ**
2. **ПОСТРОЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ**
3. **РАССТАВЬ ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ**
4. **НАЙДИ НЕДОСТАЮЩИЕ ДАННЫЕ**
5. **ПРОВЕРЬ РЕШЕНИЕ**



В детском саду 52 ребенка.
Каждый из них любит пирожное или мороженое. Половина детей любит пирожное, а 20 человек - пирожное и мороженое. Сколько детей любит мороженое?

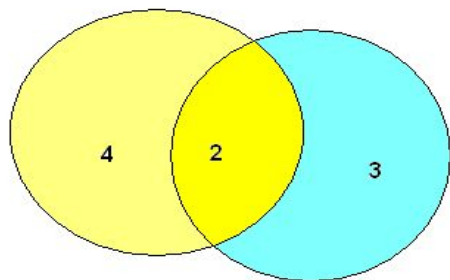


Решение:

Так как 26 половина детей любит пирожные, а 20 - и пирожные, и мороженое, то исключительно пирожное любят ровно 6 человек. Всего ребят 52, из них 6 - любители только пирожных, значит, $52 - 6 = 46$ человек, которые любят мороженое.



Все мои подруги выращивают в своих квартирах какие-нибудь растения. Шестеро из них разводят кактусы, а пятеро — фиалки. И только у двоих есть и кактусы и фиалки. Угадайте, сколько у меня подруг!



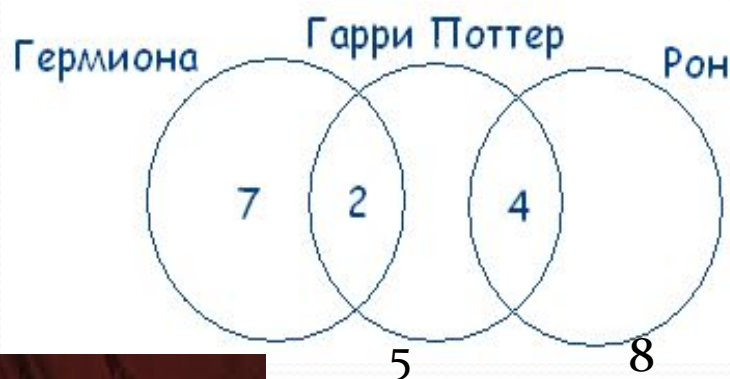
Решение: : Изобразим два круга, так как у нас два вида цветов. Поскольку у некоторых подруг есть и те, и другие цветы, то круги нарисуем так, чтобы у них была общая часть. В этой общей части ставим цифру 2 так как кактусы и фиалки у двоих. В оставшейся части «кактусового» круга ставим цифру 4 ($6 - 2 = 4$). В свободной части «фиалкового» круга ставим цифру 3 ($5 - 2 = 3$). А теперь рисунок сам подсказывает, что всего у меня $4 + 2 + 3 = 9$ подруг.

Гарри Поттер, Рон и Гермиона

На полке стояло 26 волшебных книг по заклинаниям. Из них 4 прочитал и Гарри Поттер, и Рон. Гермиона прочитала 7 книг, которых не читали ни Гарри Поттер, ни Рон, и две книги, которые читал Гарри Поттер. Всего Гарри Поттер прочитал 11 книг. Сколько книг прочитал Рон?

Решение

Учитывая условия задачи, чертеж будет таков:



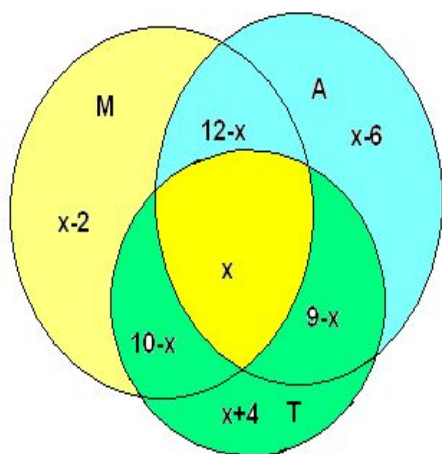
Так как Гарри Поттер всего прочитал 11 книг, из них 4 книги читал Рон и 2 книги – Гермиона, то $11 - 4 - 2 = 5$ – книг прочитал только Гарри. Следовательно, $26 - 7 - 2 - 5 - 4 = 8$ – книг прочитал Рон.

Ответ. 8 книг прочитал Рон.



В классе 30 человек. 20 из них каждый день пользуются метро, 15 — автобусом, 23 — троллейбусом, 10 — и метро, и троллейбусом, 12 — и метро, и автобусом, 9 — и троллейбусом, и автобусом.

Сколько человек ежедневно пользуются всеми тремя видами транспорта?



Пусть x человек пользуется всеми тремя видами транспорта. Тогда пользуются только метро и троллейбусом — $(10 - x)$ человек, только автобусом и троллейбусом — $(9 - x)$ человек, только метро и автобусом — $(12 - x)$ человек. Найдем, сколько человек пользуется одним только метро:

$$20 - (12 - x) - (10 - x) - x = x - 2$$

Аналогично получаем: $x - 6$ — только автобусом и $x + 4$ — только троллейбусом, так как всего 30 человек, составляем уравнение:

$$x + (12 - x) + (9 - x) + (10 - x) + (x + 4) + (x - 2) + (x - 6) = 30. \text{ отсюда } x = 3$$

Из 100 отдыхающих на турбазе «Графское»,

30 детей - отличники учебы,

28 - участники олимпиад,

42 - спортсмены.

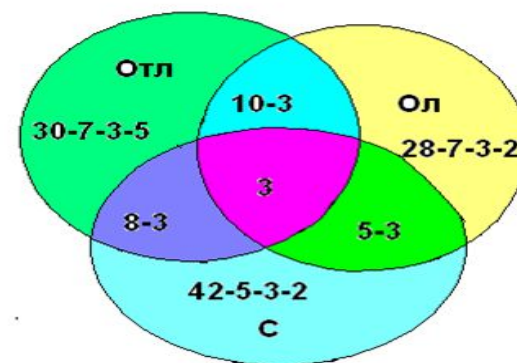
8 учащихся одновременно участники олимпиад и спортсмены,

10 – участники олимпиад и отличники,

5 – спортсмены и отличники учебы,

3 – и отличники, и участники олимпиад, и спортсмены.

Сколько отдыхающих не относятся ни к одной из групп?



Решение:

$$20+13+30+3+5+7+2=80 \text{ (детей)}$$

$$100-80=20 \text{ (детей не входят ни в одну из групп)}$$

Выводы

- Применение кругов Эйлера позволяет легко решить задачи, которые обычным путем разрешимы лишь при составлении системы трех уравнений с тремя неизвестными.

**"Чем нагляднее метод,
тем очевиднее решение"**



Спасибо
за
ВНИМАНИЕ !

