Некоторые приёмы решения алгебраических уравнений

Существуют общие формулы для решения кубических уравнений и уравнений четвёртой степени, однако, они очень сложные и на практике не используются. Также известно, что для уравнений степени выше четвёртой формулы для корней получить невозможно.

Решите уравнение: $x^3 + 4x^2 - 2x - 3 = 0.$

Обычно кубические уравнения решают именно так: подбирают один корень, выполняют деление уголком, после чего остаётся решить только квадратное уравнение.

Замечание. *Как правило, предлагаемые вам уравнения имеют целые корни, поэтому наиболее важно запомнить следующее:* ЕСЛИ У МНОГОЧЛЕНА С ЦЕЛЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЕСТЬ ЦЕЛЫЕ КОРНИ, ТО ОНИ ЯВЛЯЮТСЯ ДЕЛИТЕЛЯМИ СВОБОДНОГО ЧЛЕНА.

Решите уравнение

$$x^4 + 4x^3 - 102x^2 - 644x - 539 = 0;$$

Замечания. 1.*Обратите внимание, что после того, как найден первый корень, лучше сначала выполнить деление уголком, а уже потом приступать к поиску последующих корней.*

2. *В последнем уравнении корень (–7) встретился дважды. Тогда говорят, что (–7) является корнем кратности два. Аналогично говорят о корнях кратности три, четыре и т.д.*

К сожалению, уравнения не всегда имеют рациональные корни, поэтому иногда приходится прибегать к другим методам.

Решите уравнения:

$$x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$x^4 - x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 - 20x^2 + 13x - 2 = 0$$

$$(x + 17)^4 + (x + 11)^4 = 272$$

Решите уравнения

$$2x^4 - x^3 - 24x^2 - x + 2 = 0$$

$$2x^4 + x^3 - 15x^2 + 4x + 12 = 0$$

$$6x^4 - 5x^3 - 8x^2 + 1 = 0$$