

***Уравнения и  
неравенства с  
модулем.***

***гимназия 64  
учитель математики  
Котельникова Н. В.***

# Уравнения с модулем

$$|f| = |g| \Leftrightarrow f^2 = g^2 \Leftrightarrow \begin{cases} f = g, \\ f = -g. \end{cases}$$

$$|f| = g \Leftrightarrow \begin{cases} g \geq 0, \\ f^2 = g^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g \geq 0, \\ \begin{cases} f = g, \\ f = -g. \end{cases} \end{cases}$$

$$|f| = f \Leftrightarrow f \geq 0$$

$$|f| = -f \Leftrightarrow f \leq 0$$

# Определение модуля

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases}$$

$$|a|^2 = a^2$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$|ab| = |a||b|$$

$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

*неравенство  
треугольника*

$$|a| + |b| = |a + b| \Leftrightarrow ab \geq 0$$

$$|a| + |b| = a + b \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0, \\ b \geq 0. \end{cases}$$

- а) (МГУ, хим. ф-т).  $|x| = 4 - x$ ;
- б) (МГУ, хим. ф-т).  $|x| = 2 - x$ ;
- в) (МГУ, физ. ф-т).  $2|x + 1| = 2 - x$ ;
- г) (МГУ, биол. ф-т).  $|x - 1| + |2x - 3| = 2$ ;
- д) (МГУ, псих, ф-т).  $|2x - 15| = 22 - |2x + 7|$ ;
- е) (МГУ, геогр. ф-т).  $|2x + 8| - |x - 5| = 12$ ;
- ж) (МГУ, геогр. ф-т).  $|2x + 9| - |x - 6| = 15$ ;
- з) (МГУ, геогр. ф-т).  $|5x - 3| - |7x - 4| = 2x - 1$

а) (МГУ, экон. ф-т).  $3|x+2| + x^2 + 6x + 2 = 0;$

б) (МГУ, экон. ф-т).  $3|x+1| + x^2 + 4x - 3 = 0;$

в) (МГУ, биол. ф-т).  $(x-7)^2 - |x-7| = 30;$

г) (МГУ, социол. ф-т).  $|x^2 + 3x| = 2(x+1);$

д) (МГУ, социол. ф-т).  $|x^2 - 3x| = 2x - 4.$

**36**

$$|x| = 4 - x;$$

$$|x| = 2 - x;$$

$$2|x + 1| = 2 - x;$$

$$|x - 1| + |2x - 3| = 2;$$

$$|2x - 15| = 22 - |2x + 7|;$$

$$|2x + 8| - |x - 5| = 12;$$

$$|2x + 9| - |x - 6| = 15;$$

$$|5x - 3| - |7x - 4| = 2x - 1$$

**37**

$$3|x + 2| + x^2 + 6x + 2 = 0;$$

$$3|x + 1| + x^2 + 4x - 3 = 0;$$

$$(x - 7)^2 - |x - 7| = 30;$$

$$|x^2 + 3x| = 2(x + 1);$$

$$|x^2 - 3x| = 2x - 4.$$

# Неравенства с модулем

$$|f| > g \Leftrightarrow \begin{cases} f > g, \\ f < -g. \end{cases}$$

$$|f| < g \Leftrightarrow -g < f < g$$



• № 1  $\left| 2x^2 + \frac{19}{8}x - \frac{1}{8} \right| \geq 3x^2 + \frac{1}{8}x - \frac{19}{8}.$

• № 2  $\left| x^2 - \frac{29}{12}x - \frac{35}{12} \right| \geq 2x^2 - \frac{61}{12}x - \frac{19}{12}.$

• № 3  $1 - \frac{2}{|x|} \leq \frac{23}{x^2}.$

• № 4  $25x^2 - 4|8 - 5x| < 80x - 64.$