



*Применение  
показательной функции  
в природе, жизни и  
технике*



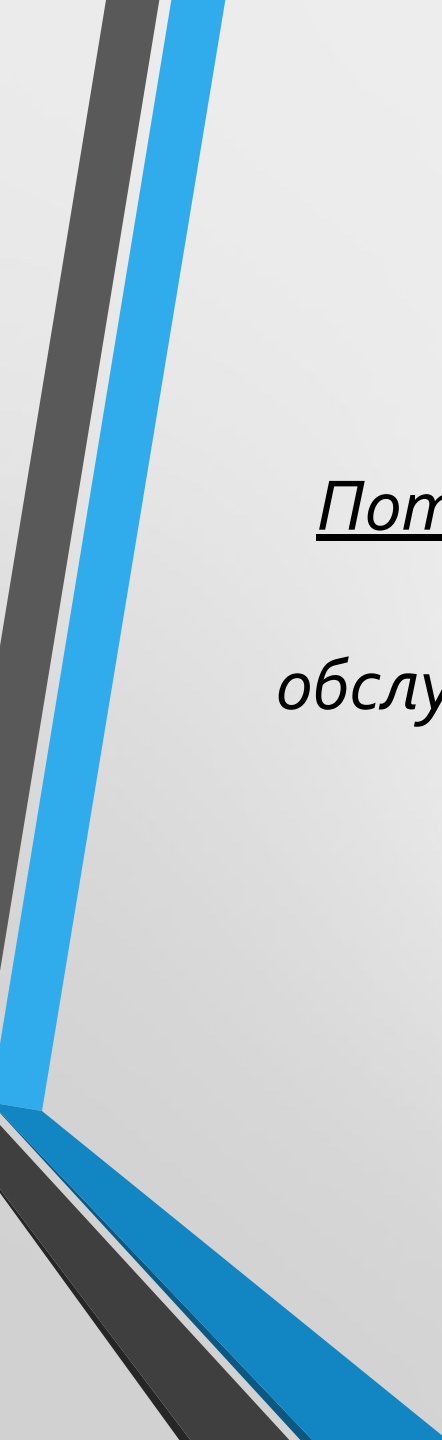
# Система массового обслуживания

# *Теория математика Агнера Эрланга*









Поток заявок — это последовательность  
моментов поступления заявок на  
обслуживающее устройство в определенные  
моменты времени.

## Основные свойства потоков

- Стационарность
- Последствие
- Ординарность

**Стационарность потока** – это свойство отражающее неизменность статистических параметров во времени.

*Ординарность потока* означает практическую невозможность поступления в один момент времени более одного вызова.

**Последствие потока** – это свойство, отражающее зависимость вероятности поступления заявки в текущий момент ( интервал) времени от предыдущих событий

# Простейший поток

Стационарный ординарный поток без последствия называют простейшим. Он задается набором вероятностей  $P_k(t)$  поступления  $k$  требований в промежутке длиной  $t$ .

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

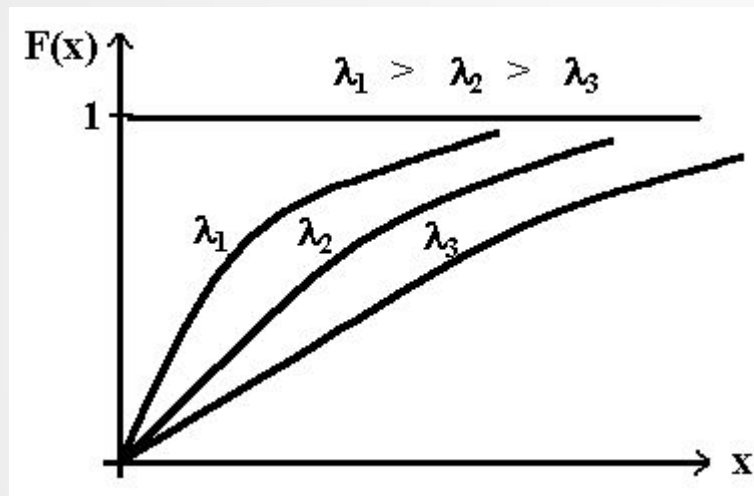


## Функция распределения промежутков между вызовами простейшего потока

Согласно определению функция  $F(x)$  есть вероятность того, что промежуток между вызовами ( $z$ ) окажется меньше константы ( $x$ ), что равносильно вероятности  $\pi_1(x)$  того, что на интервале ( $x$ ) поступит один и более вызовов.

$$F(x) = P(z < x) = \pi_1(x) = \pi_0(x) - P_0(x) = 1 - \frac{(\lambda x)^0}{0!} e^{-\lambda x} = 1 - e^{-\lambda x}$$

Проиллюстрируем полученную зависимость графически.

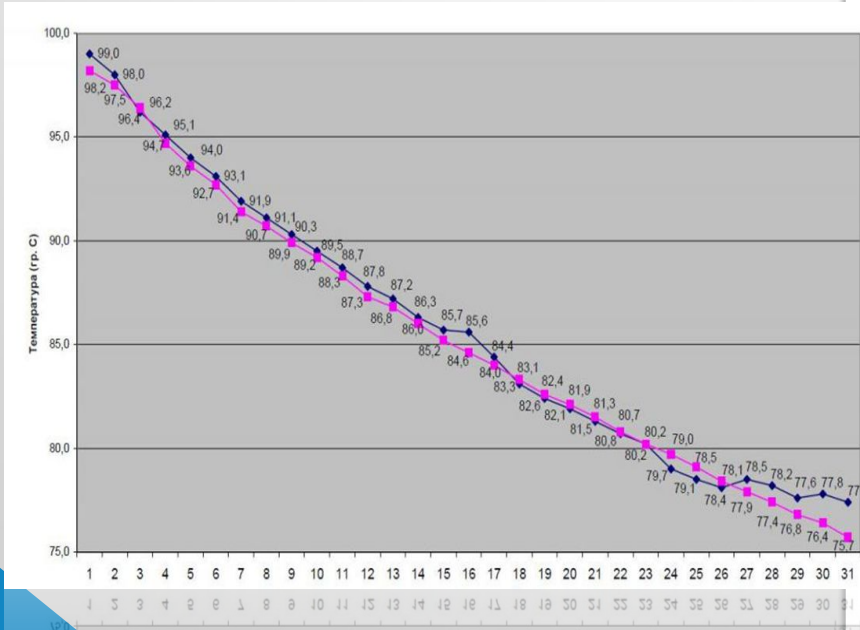


Закон распределения СВ ( $z$ ) или плотность распределения вероятностей промежутков между вызовами имеет вид:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = \lambda e^{-\lambda x}$$

# Процесс изменения температуры чайника при кипении

Если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идёт гораздо медленнее, это явление описывается формулой:  $T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt}$  - это пример процесса выравнивания, который в физике также можно наблюдать при включении и выключении электрических цепей, и при падении тела с парашютом.



## Рост древесины

Рост древесины происходит по закону  $A=A_0 \cdot a^{kt}$

- $A$  - изменение количества древесины во времени;
- $A_0$  - начальное количество древесины;
- $t$  - время,  $k$ ,  $a$  - некоторые постоянные.



# Рост количества бактерий

Рост количества бактерий происходит по закону:  $N=5^t$

- **N**-число колоний бактерий в момент времени **t**
- **t**- время размножения

Это закон органического размножения: при благоприятных условиях (отсутствие врагов, большое количество пищи) живые организмы размножались бы по закону показательной функции.



## Рост населения

- Изменение количества людей в стране на небольшом отрезке времени с хорошей точностью описывается формулой  $N = N_0 e^{at}$

где  $N_0$  - число людей при  $t=0$ ,

$N$  - число людей в момент времени  $t$ ,

$a$  - некоторая константа.



## Прохождение света через мутную среду

При прохождении света через мутную среду каждый слой этой среды поглощает строго определенную часть падающего на него света.

Сила

света  $I$  определяется по формуле:  $I = I_0 e^{-ks}$ ,

где  $s$  – толщина слоя,

$k$  – коэффициент характеризующий мутную среду.



# Радиоактивный распад веществ

Изменение массы радиоактивного вещества происходит по формуле

$$m = m_0 \cdot 2^{-t/T}$$

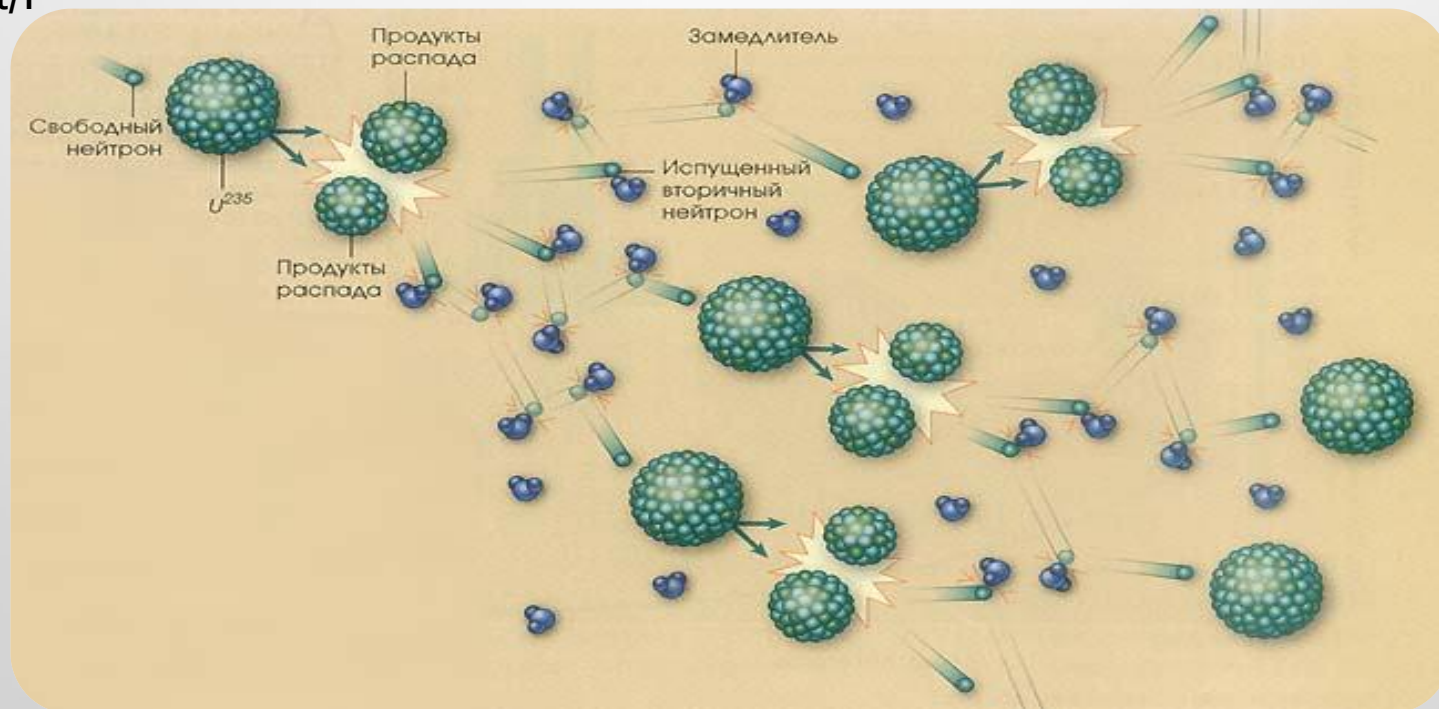
где  $m_0$  – масса вещества в начальный момент  $t=0$ ,

$m$  – масса вещества в момент времени  $t$ ,

$T$  – период полураспада.

Закон радиоактивного распада часто записывают в стандартном виде

$$m = m_0 \cdot e^{-t/T}$$



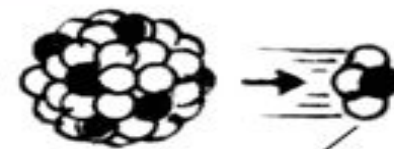


- Виды частиц, испускаемых при радиоактивном распаде:

### Альфа-распад

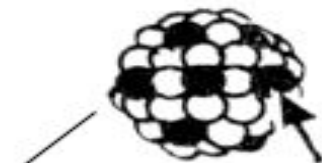


Ядро атома



Альфа-частица

### Бета-распад



Ядро атома

Нейтрон

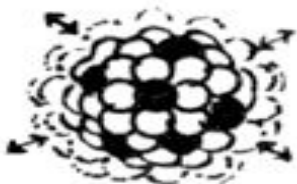


Протон



e<sup>-</sup>

### Гамма-излучение



Возбуждённое ядро



Гамма-квант

# Последствия радиоактивного распада

