

**Тема:**

# **«Показательная функция»**



# *Показательная функция*

Определение

График

Свойства

Применения

# *Ответьте на вопросы:*

- Что такое функция?
- Способы задания функции.
- Запишите в общем виде уравнения линейной, квадратной функций.
- Как называются переменные в записи функции?

# Определение

Функция вида  $y = a^x$ ,  $a > 0, a \neq 1$

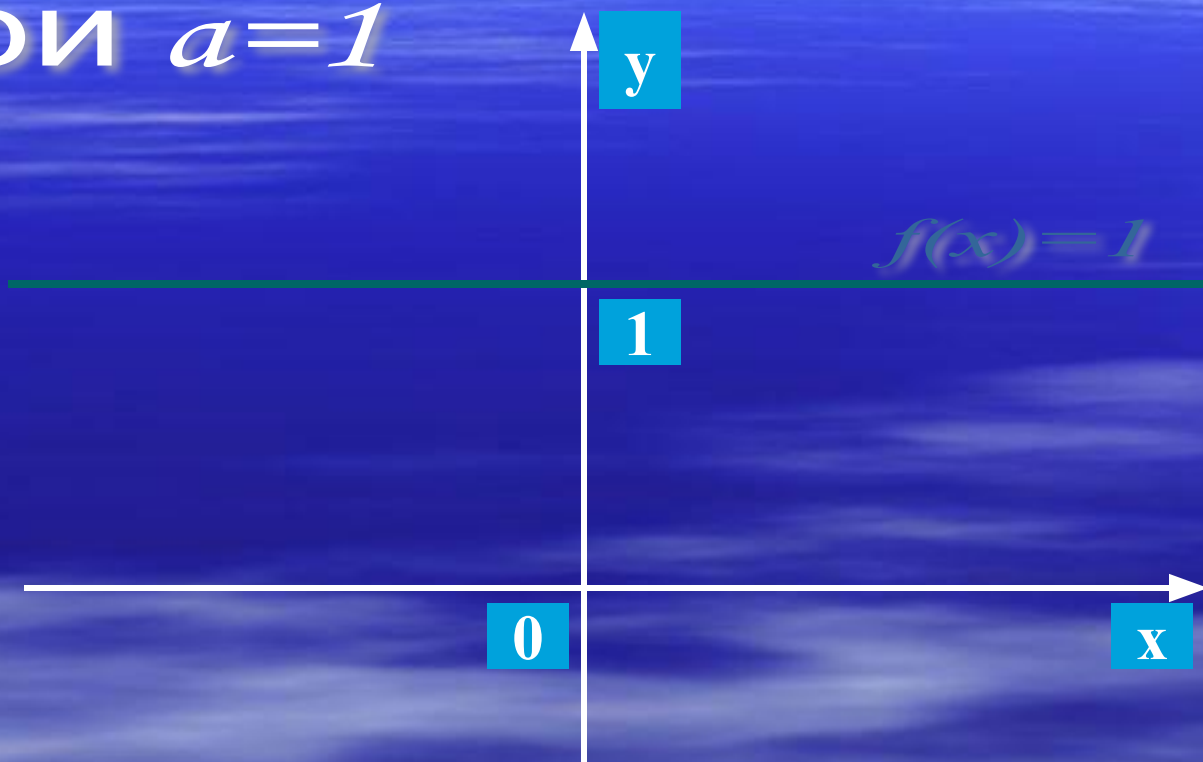
называется **показательной** с основанием  $a$ .

## Замечание.

Вместе с функцией  $y = a^x$  показательной считают и функцию вида  $y = Ca^x$ , где  $C$  - некоторая постоянная.

График функции  $f(x) = a^x$

при  $a=1$





# Задание А1

Из предложенного списка функций, выбрать ту функцию, которая является показательной:

1.  $y = 2x$ ;

2.  $y = x^2$ ;

3.  $y = 2^x$ ;

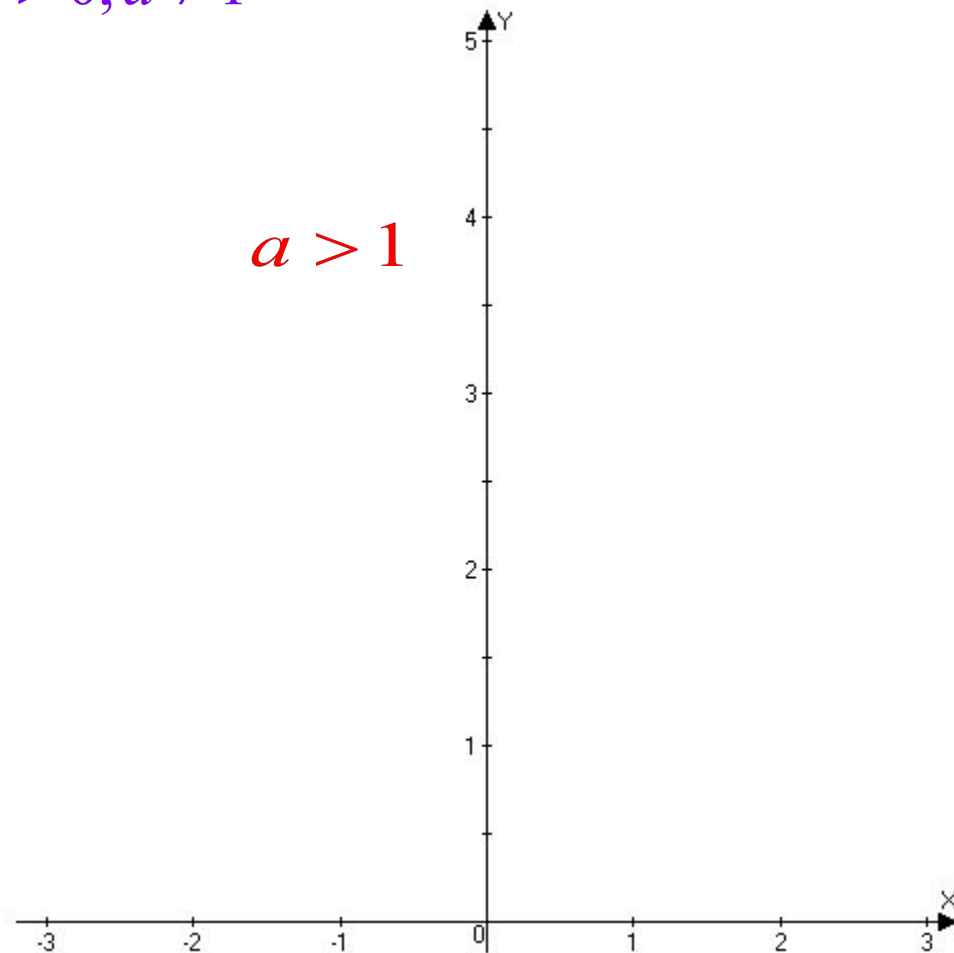
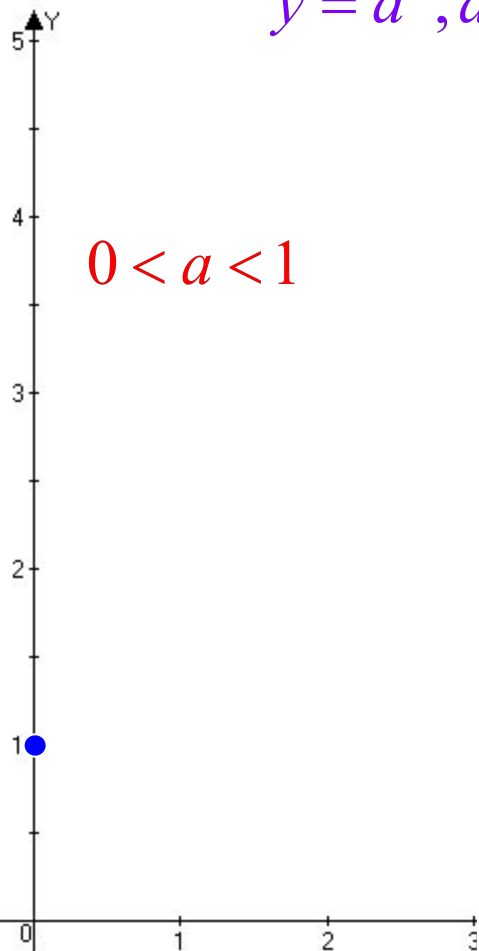
4.  $y = \sqrt[3]{x}$ .

# График показательной функции

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$y = 4^x \quad y = 3^x \quad y = 2^x$$

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

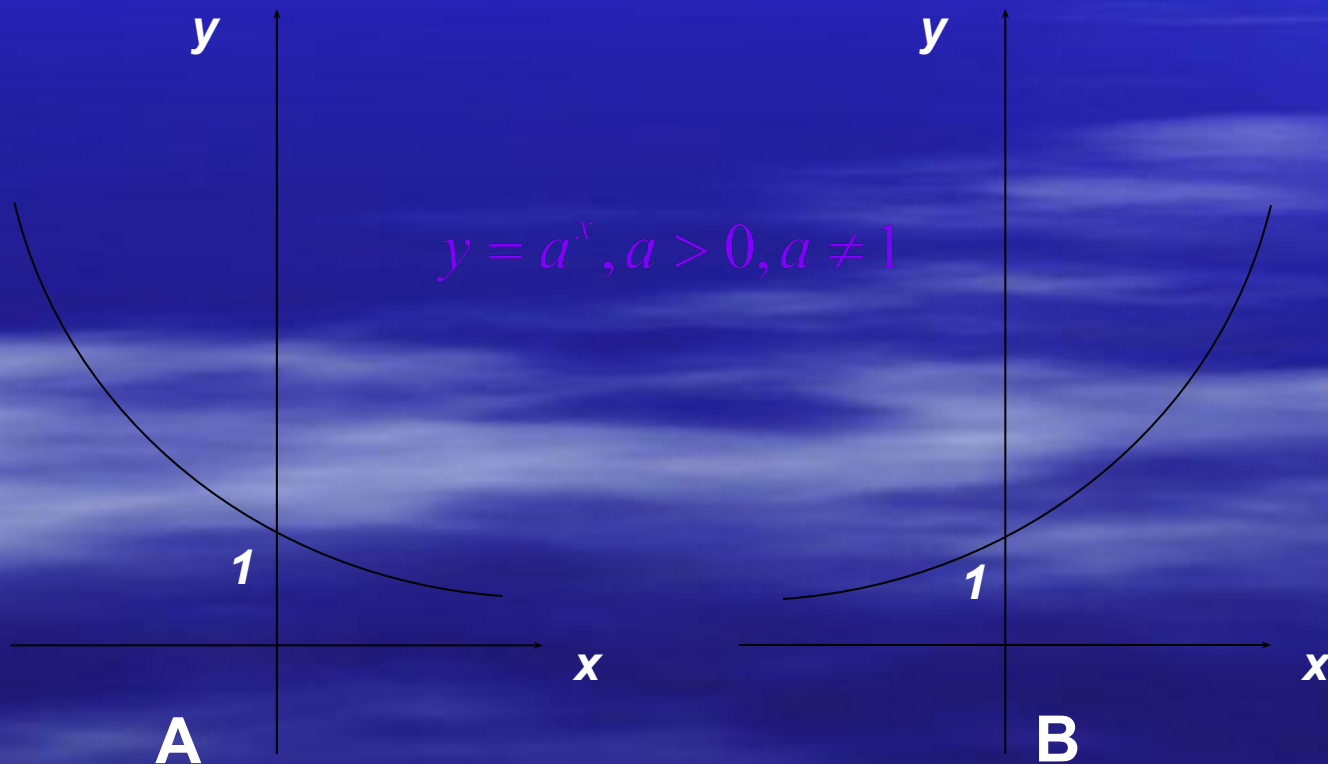


# Задание А2

Укажите вид графика для функции

1.  $y = \pi^x$

2.  $y = 0,48^x$





# Задание А3

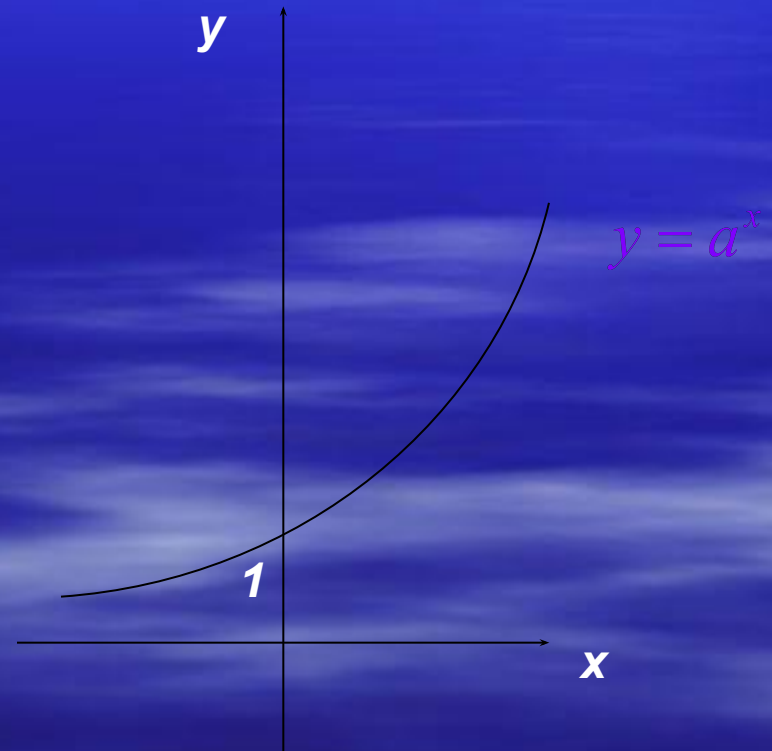
Из предложенных функций выберите ту, график которой изображён на рисунке.

1.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  ;

2.  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  ;

3.  $y = 2^x$  ;

4.  $y = 2^{-x}$ .

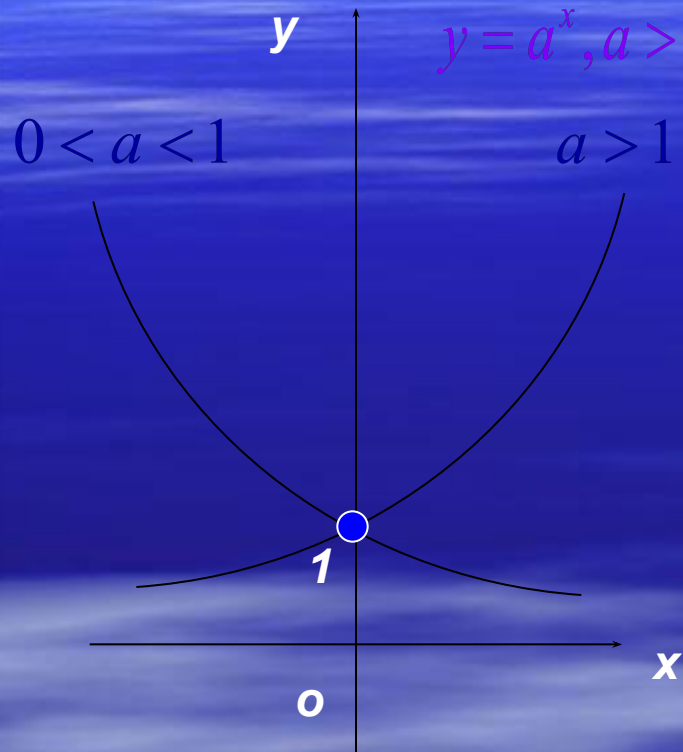


# Свойства функции

Проанализируем по *схеме*:

- 1. область определения функции
- 2. множество значений функции
- 3. нули функции
- 4. промежутки знакопостоянства функции
- 5. четность или нечётность функции
- 6. монотонность функции
- 7. наибольшее и наименьшее значения
- 8. периодичность функции
- 9. ограниченность функции

# Показательная функция, её график и свойства



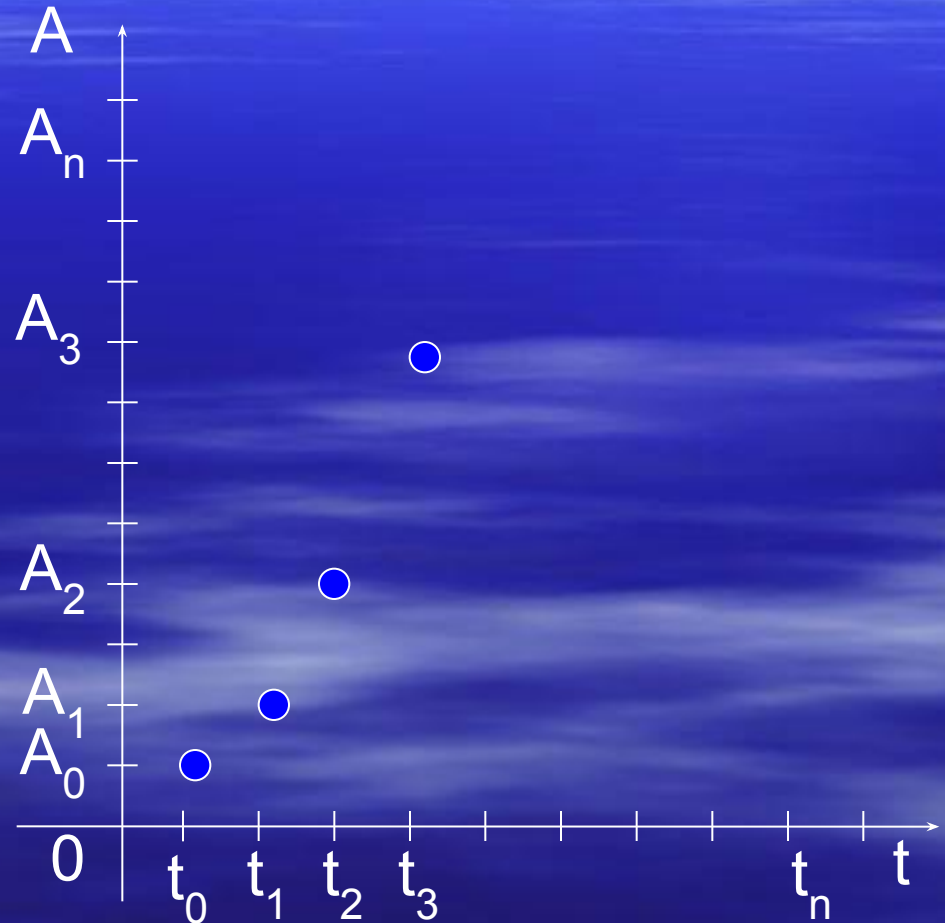
- 1) Область определения — множество всех действительных чисел ( $D(y)=\mathbb{R}$ ).
- 2) Множество значений — множество всех положительных чисел ( $E(y)=\mathbb{R}_+$ ).
- 3) Нулей нет.
- 4)  $y > 0$  при  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5) Функция ни чётная, ни нечётная.
- 6) Функция монотонна: возрастает на  $\mathbb{R}$  при  $a > 1$  и убывает на  $\mathbb{R}$  при  $0 < a < 1$ .
- 7) Наибольшего и наименьшего значений у функции нет.
- 8) Функция неперiodична.
- 9) Ограничена снизу, не ограничена сверху.

*Применения  
показательной функции*





**Рост древесины** происходит по закону  $A = A_0 a^{k \cdot t}$ , где:  
**A**- изменение количества древесины во времени;  
**A<sub>0</sub>**- начальное количество древесины;  
**t**-время, **к, а**- некоторые постоянные.





**Давление воздуха** убывает с высотой по закону:  $P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$ , где:

$P$  - давление на высоте  $h$ ,

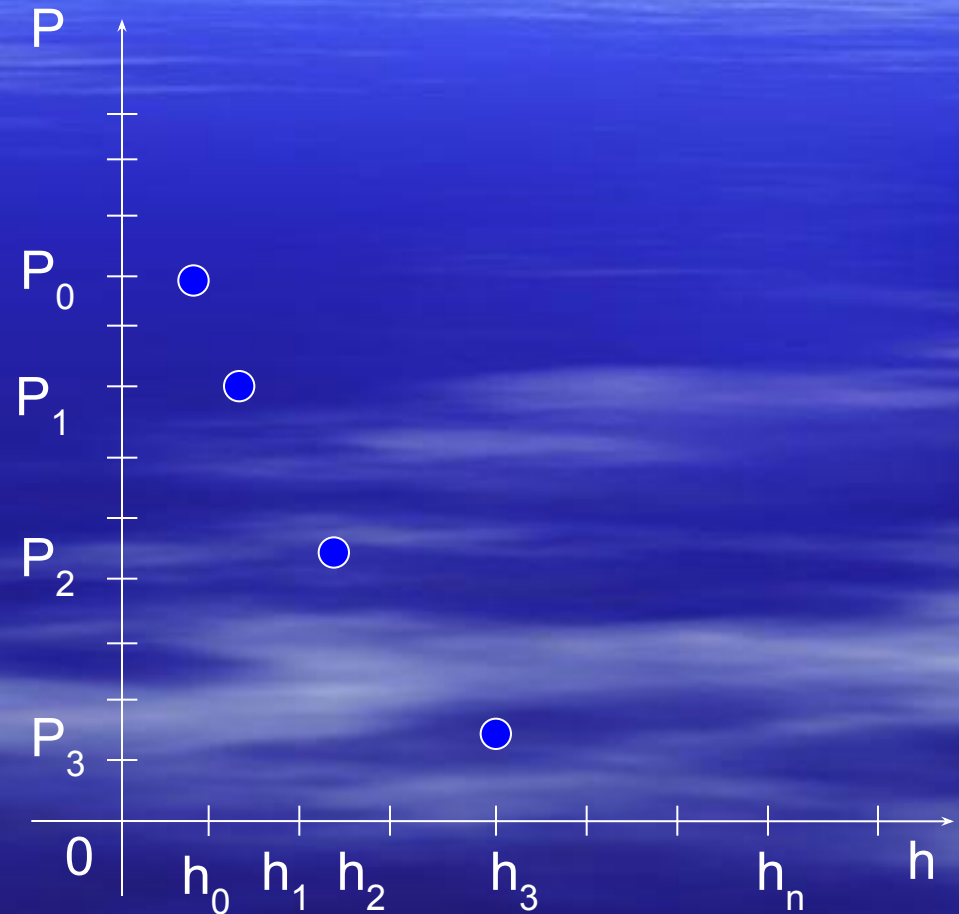
$P_0$  - давление на уровне моря,

$h$  - высота,

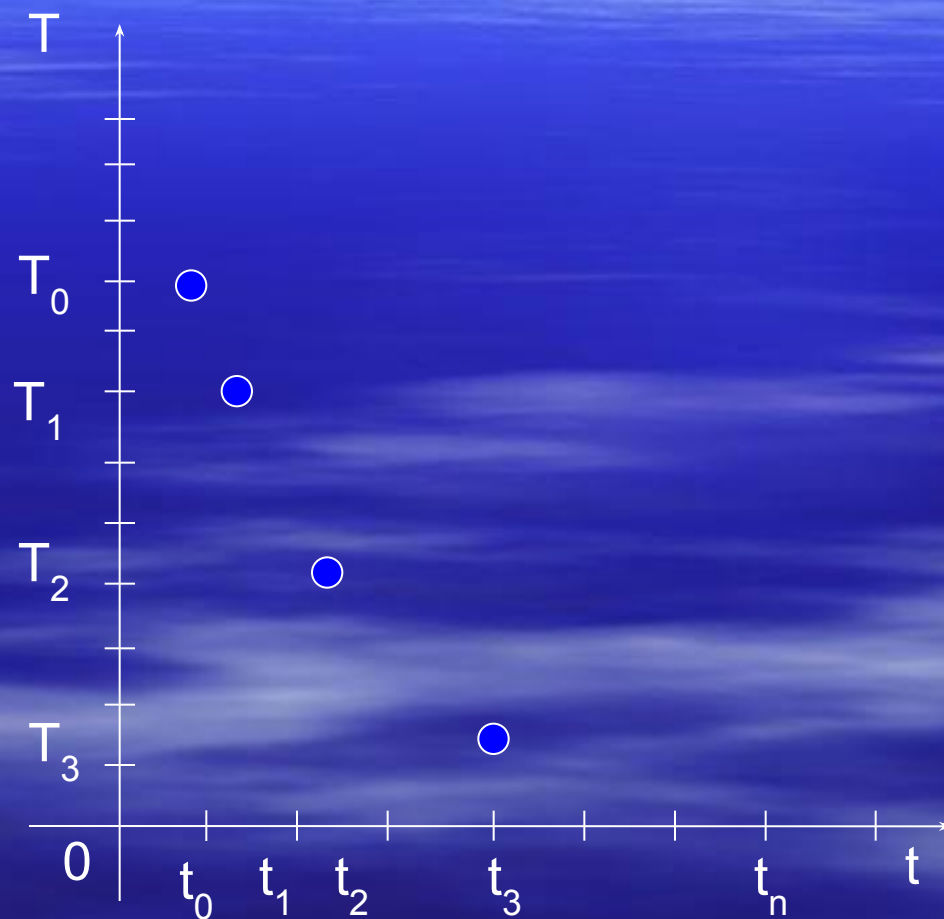
$a, k$  - некоторые постоянные.



$T = \text{const}$



**Температура чайника** изменяется по закону  $T = T_0 a^{-k \cdot t}$ , где:  
T- изменение температуры чайника со временем;  
 $T_0$ - температура кипения воды;  
t- время,  
k, a- некоторые постоянные.



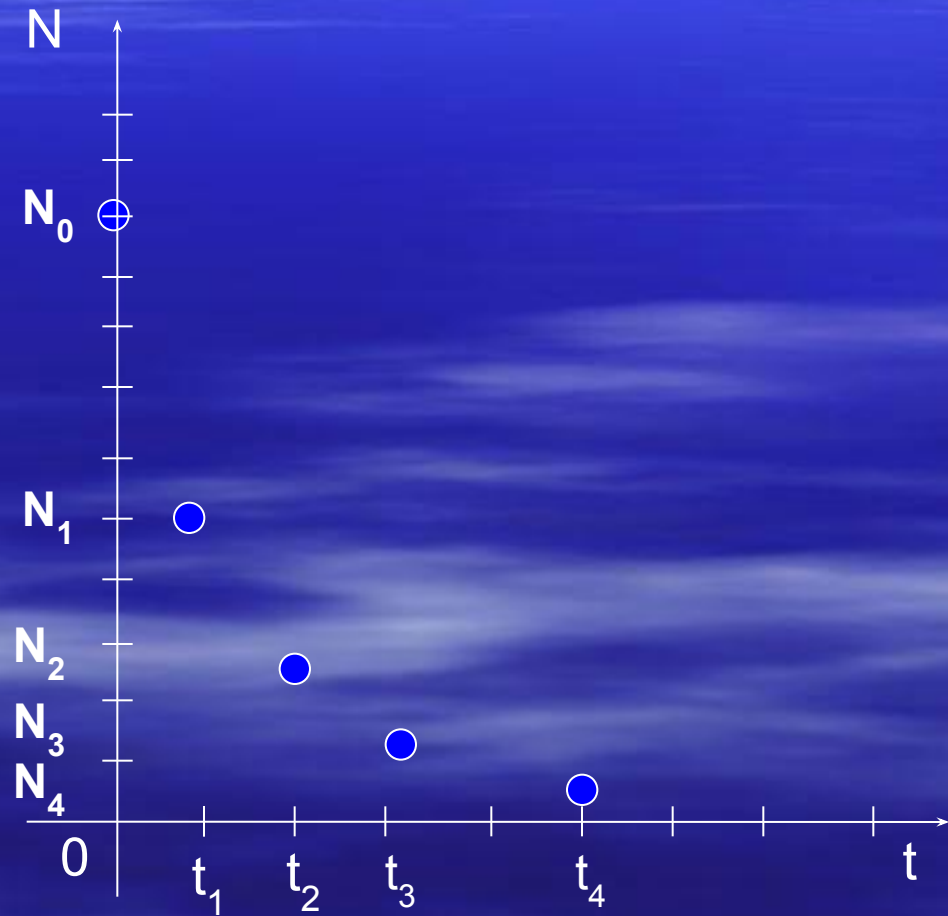
**Радиоактивный распад** происходит по закону  $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ , где:

$N$ - число нераспавшихся атомов в любой момент времени  $t$ ;

$N_0$ - начальное число атомов (в момент времени  $t=0$ );

$t$ -время;

$T$ - период полураспада.



- **Существенное свойство процессов органического**

**изменения величин состоит в том, что**

за равные промежутки времени значение величины изменяется  
**в одном и том же отношении**

К процессам органического изменения величин относятся:

Рост древесины

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$

Изменение температуры чайника

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$

Изменение давления воздуха

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$

Радиоактивный распад

$$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$y = C \cdot a^{k \cdot x}$$



$$C = 1, k = 1$$

$$y = a^x$$

# Пример 1. Сравните числа $1,3^{34}$ и $1,3^{40}$ .

## Общий метод решения.

1. Представить числа в виде степени с одинаковым основанием (если это необходимо)

$$1,3^{34} \text{ и } 1,3^{40}.$$

2. Выяснить, возрастающей или убывающей является показательная функция

$a=1,3$ ;  $a>1$ , след-но показательная функция возрастает.

3. Сравнить показатели степеней (или аргументы функций)

$$34 < 40.$$

4. Используя свойство возрастания (убывания) функции, сравнить степени с одинаковым основанием (или значения функций)

$$1,3^{34} < 1,3^{40}.$$

5. Сравнить исходные числа.



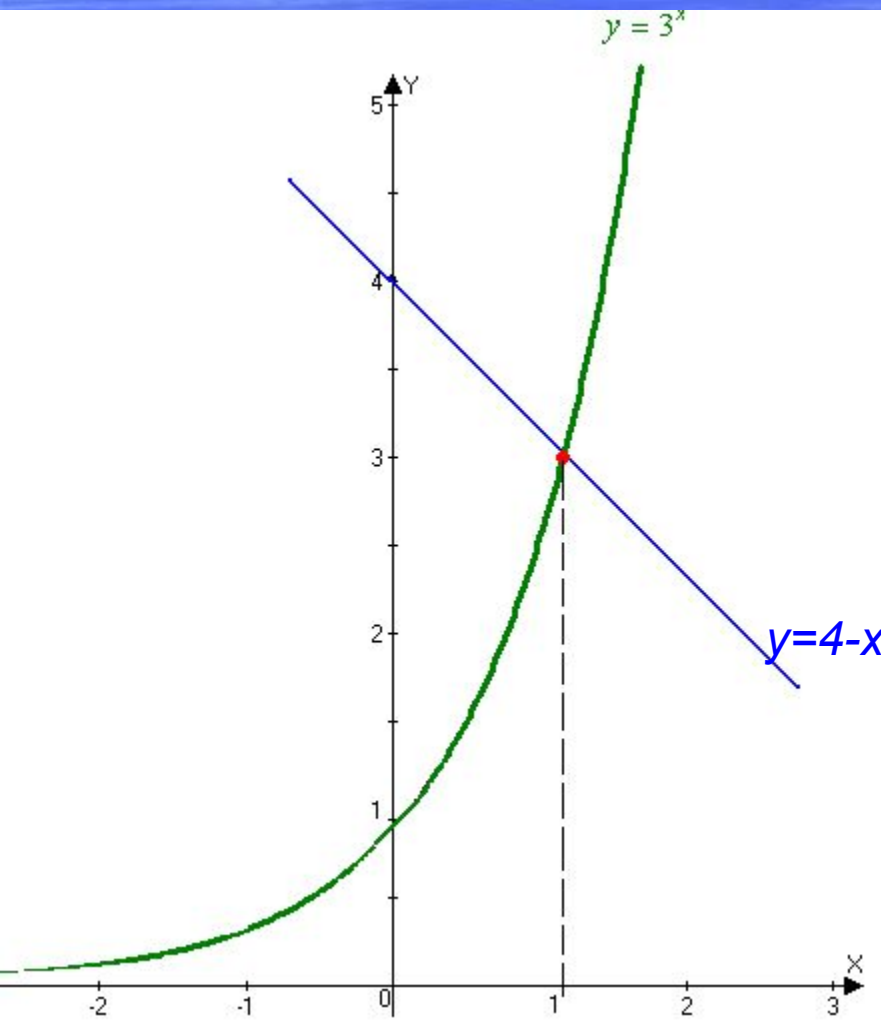
## Пример 2. Решите графически уравнение $3^x=4-x$ .

Решение.

Используем функционально-графический метод решения уравнений:

построим в одной системе координат графики функций  $y=3^x$  и  $y=4-x$ . Замечаем, что они имеют одну общую точку  $(1;3)$ . Значит, уравнение имеет единственный корень  $x=1$ .

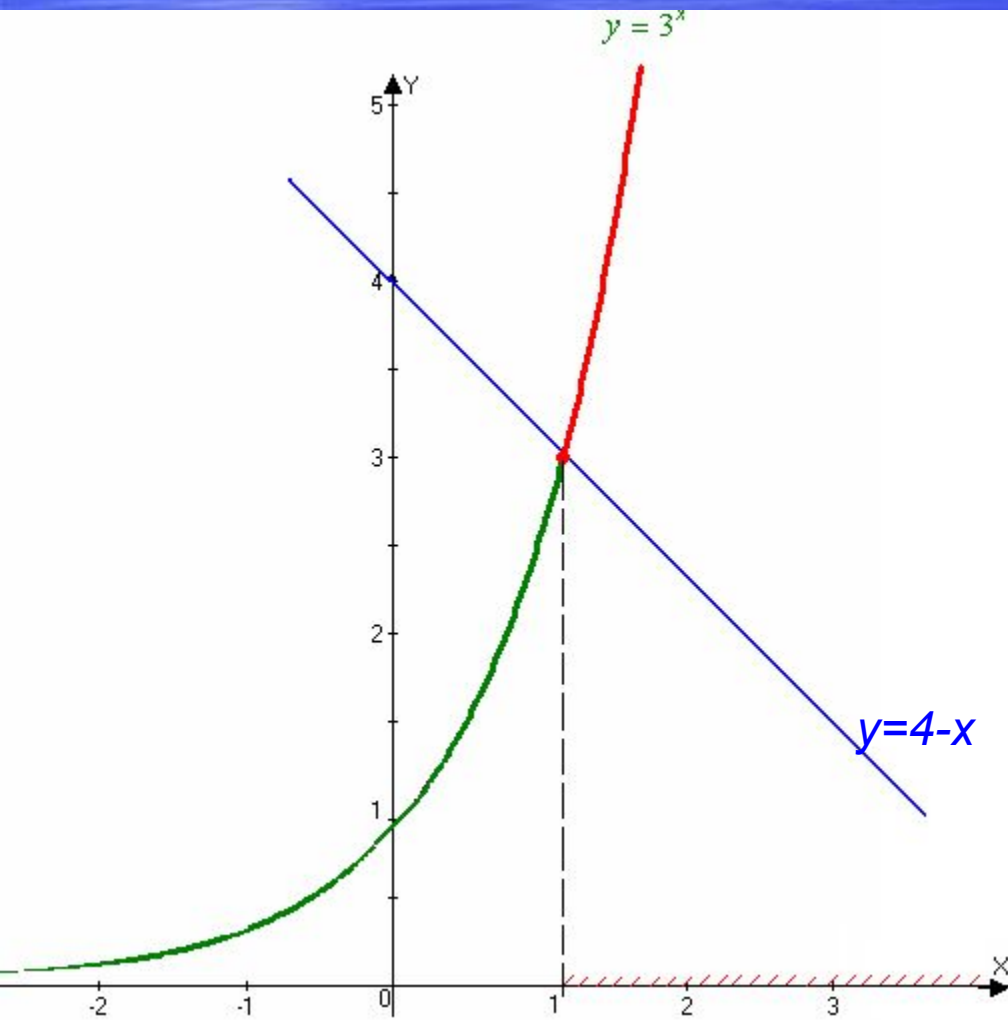
Ответ: 1



### Пример 3. Решите графически неравенство $3^x > 4-x$ .

Решение.

Используем функционально-графический метод решения неравенств:



1. Построим в одной системе координат графики функций  $y = 3^x$  и  $y = 4 - x$ .
2. Выделим часть графика функции  $y = 3^x$ , расположенную выше (т. к. знак  $>$ ) графика функции  $y = 4 - x$ .
3. Отметим на оси  $x$  ту часть, которая соответствует выделенной части графика (иначе: спроецируем выделенную часть графика на ось  $x$ ).
4. Запишем ответ в виде интервала:  
Ответ:  $(1; +\infty)$ .

# Задание А4

Выберите функцию возрастающую на  $\mathbb{R}$  :

1.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2.  $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

3.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

4.  $y = 10^{-x}$

# Задание А5

Выберите функцию убывающую на  $\mathbb{R}$  :

1.  $y = 5^x$ ;

2.  $y = 10^x + 1$ ;

3.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$  ;

4.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$ .

# Задание В1

Укажите область значений функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1:$$

1.  $(0; +\infty)$ ;

2.  $(-1; +\infty)$ ;

3.  $[0; +\infty)$ ;

4.  $(-\infty; -1)$ .

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$



# Задание В2

Какое из указанных чисел входит в область значений функции

$$y = 2^x + 4?$$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

Решение:

Для любого  $x \in \mathbb{R}$  :  $2^x > 0$ ;

$$2^x + 4 > 4;$$

$$y > 4.$$

$$E(y) = (4; +\infty)$$



$$5 \in E(y)$$

Ответ: 5.

## Сравните числа:

$$\grave{a}) (0,65)^{-\sqrt{2}} \grave{e} (0,65)^{\frac{1}{2}};$$

$$\acute{a}) \left(\frac{7}{9}\right)^{16,2} \grave{e} \left(\frac{9}{7}\right)^{-3};$$

$$\hat{a}) \left(\frac{4}{7}\right)^{-\frac{\sqrt{5}}{2}} \grave{e} 1; \quad \tilde{a}) \left(\frac{1}{16}\right)^{-3} \grave{e} 64^{\sqrt{3}}.$$

## Решите графически уравнения:

- 1)  $2^x=1$ ; 1) (0)
- 2)  $(1/2)^x=x+3$ ; 2) (-1)
- 3)  $4^x+1=6-x$ ; 3) (1)
- 4)  $3^{1-x}=2x-1$ ; 4) (1)
- 5)  $3^{-x}=-3/x$ ; 5) (-1)
- 6)  $2^x-1=\sqrt{x}$  . 6) (1)

## *Решите графически неравенства:*

1)  $2^x > 1;$

2)  $2^x < 4 ;$

3)  $(1/3)^x < 3;$

4)  $(1/2)^x \leq x+3;$

5)  $5^x \geq 6-x ;$

6)  $(1/3)^x \geq x+1.$

# Задание А6

Решите  
уравнения

$$1. 3^x = 9,$$

$$2. 5^x = 1,$$

$$3. \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16,$$

$$4. 2^x = 0,$$

$$5. \left(\frac{1}{5}\right)^x = -1.$$



# Проверочная работа

1. Укажите показательную функцию:

1)  $y=x^3$ ; 2)  $y=x^{5/3}$ ; 3)  $y=3x+1$ ; 4)  $y=3x+1$ .

2. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения:

1)  $y=(2/3)-x$ ; 2)  $y=2-x$ ; 3)  $y=(4/5)x$ ; 4)  $y=0,9x$ .

3. Укажите функцию, убывающую на всей области определения:

1)  $y=(3/11)-x$ ; 2)  $y=0,4x$ ; 3)  $y=(10/7)x$ ; 4)  $y=1,5x$ .

4. Укажите множество значений функции  $y=3-2x-8$ :

5. Укажите наименьшее из данных чисел:

1)  $3-1/3$ ; 2)  $27-1/3$ ; 3)  $(1/3)-1/3$ ; 4)  $1-1/3$ .

6. Выясните графически, сколько корней имеет уравнение  $2x=x-1/3$

1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.

# Проверочная работа

$$y = 0,75^x; \quad y = \left(\frac{13}{7}\right)^x; \quad y = -5^x; \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^x;$$

$$y = x^2; \quad y = x^{\frac{1}{2}}; \quad y = -0,9^x; \quad y = 0,5^x;$$

$$y = 1,3^x; \quad y = 2^x$$

- Выберите показательные функции, которые:
- I вариант – убывают на области определения;
- II вариант – возрастают на области определения.

# Самостоятельная работа

## 1. Укажите показательную функцию:

1)  $y=x^3$ ; 2)  $y=x^{5/3}$ ; 3)  $y=3^{x+1}$ ; 4)  $y=3x+1$ .

1)  $y=x^2$ ; 2)  $y=x^{-1}$ ; 3)  $y=-4+2x$ ; 4)  $y=0,32^x$ .

## 2. Укажите функцию, возрастающую на всей области определения:

1)  $y=(2/3)^{-x}$ ; 2)  $y=2^{-x}$ ; 3)  $y=(4/5)^x$ ; 4)  $y=0,9^x$ .

1)  $y=(2/3)^x$ ; 2)  $y=7,5^x$ ; 3)  $y=(3/5)^x$ ; 4)  $y=0,1^x$ .

## 3. Укажите функцию, убывающую на всей области определения:

1)  $y=(3/11)^{-x}$ ; 2)  $y=0,4^x$ ; 3)  $y=(10/7)^x$ ;  
4)  $y=1,5^x$ .

1)  $y=(2/17)^{-x}$ ; 2)  $y=5,4^x$ ; 3)  $y=0,7^x$ ;  
4)  $y=3^x$ .

## 4. Укажите множество значений функции $y=3^{-2x}-8$ :

## 4. Укажите множество значений функции $y=2^{x+1}+16$ :

5. Укажите наименьшее из данных чисел: 1)  $(-\infty; -8)$ ; 2)  $[-8; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; -8]$ ; 4)  $(-8; +\infty)$   
1)  $3^{-1/3}$ ; 2)  $27^{-1/3}$ ; 3)  $(1/3)^{-1/3}$ ; 4)  $1^{-1/3}$ .

5. Укажите наибольшее из данных чисел: 1)  $(-\infty; 16)$ ; 2)  $[16; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; 16]$ ; 4)  $(16; +\infty)$   
1)  $5^{-1/2}$ ; 2)  $25^{-1/2}$ ; 3)  $(1/5)^{-1/2}$ ; 4)  $1^{-1/2}$ .

## 6. Выясните графически, сколько корней имеет уравнение $2^x = x^{-1/3}$

$$(1/3)^x = x^{1/2}$$

1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.

1) 1 корень; 2) 2 корня; 3) 3 корня; 4) 4 корня.

I В А Р И Н Т	№ задания	1	2	3	4	5	6
	№ ответа	3	1	2	4	2	1
II В А Р И Н Т	№ задания	1	2	3	4	5	6
	№ ответа	4	2	3	4	3	1



# Подведём итог

Показательная функция

Определение

График

Свойства

Применения

Показательная функция





У меня всё  
получилось!!!

Надо решить  
ещё пару  
примеров.

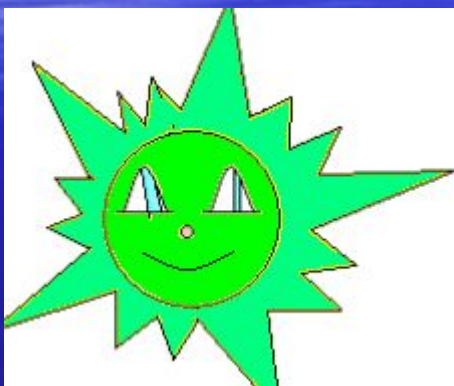
Ну кто  
придумал эту  
математику!



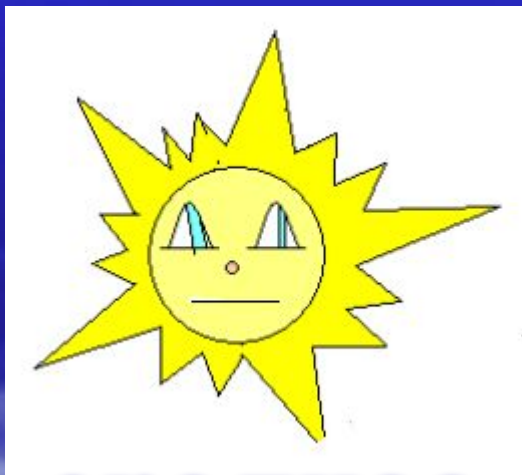
# Уходя с урока



С каким настроением я ухожу с урока?



**хорошее**



**среднее**



**плохое**

# Домашнее задание

1) Решить уравнение:

$$1998^{4-x^2} = 2008^{4-x^2}$$

$$3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$$

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 4$$

2) Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-\frac{1}{x}-\frac{1}{x}} \leq \frac{1}{\sqrt{27}}$$

3) Найти область определения функции

$$y = \sqrt[4]{1-2^{3x+9}}$$

4) Среди всех целых чисел, которые не входят в область определения функции

$$y = \sqrt{\frac{5x-31}{9^x-27}}$$

, укажите число, наиболее удаленное от этой области.

5) Найдите наименьшее значение  $3^y$ , если известно,

$$\begin{cases} 2^x + 3^x = 2,3 \\ 0,5^x - 3^x = 0,2 \end{cases}$$

что





*Спасибо за работу!*