Муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная школа №2
п. Ивня Белгородской области».

Исследовательская работа по теме: «Квадратные уравнения».

Выполнили учащиеся 8 класса:
Парахин Алексей, Афанасьев Андрей, Сафонов Виктор.
Учитель: Сорокина Валентина Викторовна.

Цель:

Изучить устные
приёмы эффективного
решения квадратных уравнений.

Приобретать знания - храбрость
Приумножать их - мудрость
А умело применять великое искусство

- Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических,
- показательных , иррациональных уравнений и неравенств.
- В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.
- Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

$ax^2 + bx + c = 0$ $\quad a \neq 0$

b=o c=0	b=0 c≠0	b≠0 c=0
$ax^2 = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
1 корень: $x = 0$	2корня, если: а и с имеют разные знаки Нет корней, если: а и с имеют одинаковые знаки	2корня $x(ax+b) = 0,$ $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

$a = 1$

$b \neq 0, c \neq 0$

$x^2 + px + g = 0$

D >0	2корня
D =0	1корень
D<0	Нет корней

Формулы корней:

1

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

3

при b=2k;

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Теоремы

Виета	Обратная
------------------------------	------------------------------
Дано	Дано
$x_1, x_2 - корни$	Для чисел
$уравнения$	x_1, x_2, p, g
$x^2 + px + g = 0$	$имеем:$
	$x_1 + x_2 = -p$
	$x_1 \cdot x_2 = g$
$Доказать$	$Доказать$
$x_1 + x_2 = -p$	$x_1, x_2 - корни$
$x_1 \cdot x_2 = g$	$уравнения$
	$x^2 + px + g = 0$

Приёмы устного решения квадратного уравнения

1) 2) приём «коэффициентов»
3) приём «переброски»

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Приём «Коэффициентов»:

1) Если а+в+с=0, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}.$

2) Если в = а + с, то $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}.$

3) Если $a \square b + c \neq 0$, то приём «Переброски»

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать уравнения с рациональными корнями.

Приёмы устного решения решения квадратных уравнений

Приём №1

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если $a + b + c = 0$, то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Например:

$$4x^2 - 13x + 9 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{9}{4}$$

$$1999x^2 + 2000x + 1 = 0$$

Приём №2

приём №2

- $$ax^2 + bx + c = 0$$
  Если b = a + c, то
  $$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

Например:

$$4x^2 + 11x + 7 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-7}{4}$$

$$a \boxtimes b + c \neq 0$$

Приём №3

$$2x^2 - 11x + 5 = 0$$

Решаем устно $x^2 - 11x + 10 = 0$

Его корни 10 и 1, и делим на 2.

Ответ: 5; $\frac{1}{2}$

4) $ax^2+(a^2+1)\cdot x+a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-a \\ x_2=-\dfrac{1}{a} \end{array}\right.$

Например: $6x^2+37x+6=0, \begin{array}{l} x_1=-6 \\ x_2=-\dfrac{1}{6} \end{array}$

5)

$$ax^2-(a^2+1)\cdot x+a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=a \\ x_2=\dfrac{1}{a} \end{array}\right.$$

Например:

$$15x^2-226\cdot x+15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=15 \\ x_2=\dfrac{1}{15} \end{array}\right.$$

6)

$$ax^2+(a^2-1)\cdot x-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-a \\ x_2=\dfrac{1}{a} \end{array}\right.$$

Например:

$$17x^2+288x-17=0, \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-17 \\ x_2=\dfrac{1}{17} \end{array}\right.$$

- **7)**

$$ax^2-(a^2-1)\cdot x-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=a \\ x_2=-\dfrac{1}{a} \end{array}\right.$$

Например:

$$10x^2-99\cdot x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=10 \\ x_2=-\dfrac{1}{10} \end{array}\right.$$

Квадратные уравнения с большими коэффициентами

1. $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$-1; \frac{-13}{313}$

2. $839x^2 - 448x - 391 = 0$

$1; -\frac{391}{839}$

3. $345x^2 - 137x - 208 = 0$

$1; -\frac{208}{345}$

4. $939x^2 + 978x + 39 = 0$

$-1; \frac{-39}{939}$

Это интересно

Когда уравненье решаешь дружок, Ты должен найти у него корешок. Значение буквы проверить несложно. Поставь в уравненье его осторожно. Коль верное равенство выйдет у вас, То корнем значенье зовите тотчас.	$ax^2 + bx + c = 0$ По праву достойна в стихах быть воспета свойствах корней теорема Виета. Что лучше, скажи, постоянства такого: Умножишь ты корни – и дробь уж готова? В числителе с , в знаменателе а. А сумма корней тоже дроби равна. Хоть с минусом дробь, что за беда. В числителе в, в знаменателе а.	$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов;
- владение алгоритмом извлечения квадратного корня из натурального числа.