



Муниципальное общеобразовательное  
учреждение  
«Средняя общеобразовательная школа №2  
п. Ивня Белгородской области».

Исследовательская работа по теме:  
«Квадратные уравнения».

Выполнили учащиеся 8 класса:  
Парахин Алексей, Афанасьев Андрей,  
Сафонов Виктор.  
Учитель: Сорокина Валентина  
Викторовна.



Цель:

---

Изучить устные  
приёмы эффективного  
решения квадратных уравнений.

Приобретать знания - храбрость

Приумножать их - мудрость

А умело применять великое искусство

- Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится величественное здание алгебры. Квадратные уравнения находят широкое применение при решении тригонометрических,
- показательных, иррациональных уравнений и неравенств.
- В школьном курсе математики изучаются формулы корней квадратных уравнений, с помощью которых можно решать любые квадратные уравнения.
- Однако имеются и другие приёмы решения квадратных уравнений, которые позволяют очень быстро и рационально решать квадратные уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a \neq 0$$

<b>b=0</b> <b>c=0</b>	<b>b=0</b> <b>c≠0</b>	<b>b≠0</b> <b>c=0</b>
$ax^2 = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
1 корень: $x = 0$	2 корня, если: а и с имеют разные знаки  Нет корней, если: а и с имеют одинаковые знаки	2 корня $x(ax + b) = 0,$ $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$



$$a = 1$$
$$b \neq 0, c \neq 0$$
$$x^2 + px + g = 0$$

$$D > 0$$

2 корня

$$D = 0$$

1 корень

$$D < 0$$

Нет корней

Формулы корней:

1

$$x_{1,2} = \frac{-p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - g};$$

2

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

3

при  $b=2k$ ;

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

# Теоремы

## Виета

---

Дано

$x_1, x_2$  — корни

уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

Доказать

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

## Обратная

---

Дано

Для чисел

$x_1, x_2, p, g$

имеем :

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

Доказать

$x_1, x_2$  — корни

уравнения

$$x^2 + px + g = 0$$

# Приёмы устного решения квадратного уравнения

- 1) приём «коэффициентов»
- 2) приём «коэффициентов»
- 3) приём «переброски»

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1) Если  $a+b+c=0$ , то  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$ .  
Приём «Коэффициентов»:

2) Если  $b = a + c$ , то  $x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$ .

$a \neq b + c \neq 0$ , то приём «Переброски»  
3) Если

Используя приёмы 1) -3) можно придумывать уравнения с рациональными корнями.



# Приёмы устного решения квадратных уравнений

Приём №1

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Если  $a + b + c = 0$ , то  $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$

Например:

$$4x^2 - 13x + 9 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{9}{4}$$

$$1999x^2 + 2000x + 1 = 0$$

Приём №2

$$ax^2 + bx + c = 0$$

• Если  $b = a + c$ , то

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-c}{a}$$

приём №2

Например:

$$4x^2 + 11x + 7 = 0$$

$$x_1 = -1, x_2 = \frac{-7}{4}$$

$$a \boxtimes b + c \neq 0$$

Приём №3

$$2x^2 - 11x + 5 = 0$$

Решаем устно  $x^2 - 11x + 10 = 0$

Его корни 10 и 1, и делим на 2.

Ответ: 5;  $\frac{1}{2}$

4)  $ax^2 + (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}, \begin{matrix} x_1 = -6 \\ x_2 = -\frac{1}{6} \end{matrix}$

Например:  $6x^2 + 37x + 6 = 0,$

5)  $ax^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$

Например:

$15x^2 - 226 \cdot x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 15 \\ x_2 = \frac{1}{15} \end{cases}$

6)

$$ax^2 + (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -a \\ x_2 = \frac{1}{a} \end{cases}$$

Например:

$$17x^2 + 288x - 17 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -17 \\ x_2 = \frac{1}{17} \end{cases}$$

• 7)

$$ax^2 - (a^2 - 1) \cdot x - a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ x_2 = -\frac{1}{a} \end{cases}$$

Например:

$$10x^2 - 99 \cdot x - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 10 \\ x_2 = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

# Квадратные уравнения с большими коэффициентами

1.  $313x^2 + 326x + 13 = 0$

$$-1; \frac{-13}{313}$$

2.  $839x^2 - 448x - 391 = 0$

$$1; -\frac{391}{839}$$

3.  $345x^2 - 137x - 208 = 0$

$$1; -\frac{208}{345}$$

4.  $939x^2 + 978x + 39 = 0$

$$-1; \frac{-39}{939}$$

# ЭТО ИНТЕРЕСНО

Когда уравнение  
решаешь дружок,  
Ты должен найти у  
него корешок.  
Значение буквы  
проверить несложно.  
Поставь в уравнение  
его осторожно.  
Коль верное равенство  
выйдет у вас,  
То корнем значенье  
зовите тотчас.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

По праву достойна в  
стихах быть воспета  
свойства корней  
теорема Виета.

Что лучше, скажи,  
постоянства такого:

Умножишь ты корни – и  
дробь уж готова?

В числителе **c**, в  
знаменателе **a**.

А сумма корней тоже  
дроби равна.

Хоть с минусом дробь,  
что за беда.

В числителе **b**, в  
знаменателе **a**.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

# Выводы:

- данные приёмы решения заслуживают внимания, поскольку они не отражены в школьных учебниках математики;
- овладение данными приёмами поможет учащимся экономить время и эффективно решать уравнения;
- потребность в быстром решении обусловлена применением тестовой системы вступительных экзаменов;
- владение алгоритмом извлечения квадратного корня из натурального числа.