«Степень с отрицательным целым показателем» 8класс

Учитель :Анцыбор О.А. г. Самара:

Известный математик К. Вейерштрасс сказал:

«Нельзя быть математиком, не будучи поэтом в душе».

Устная работа

Вычислите

3^2; 5^0; $0{,}1^3$; $(-6)^2$; 1^{23}; 0^6; 0^0

Назовите число, обратное данному: 6; 1/7; 0; x^2; $1/a^2$

Свойства степени с натуральным показателем:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad a \neq 0 \quad \boldsymbol{m \geq n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0 \; n \in N$$

а и b – любые числа

Проблемный вопрос:

Число 10^{-101} положительное или отрицательное?

Рассмотрим выражение:

$$2^3 : 2^7 = \frac{2^3}{2^7} = \frac{2^3 : 2^3}{2^7 : 2^3} = \frac{1}{2^4}$$

$$2^3 : 2^7 = \frac{1}{2^4}$$

$$2^3 : 2^7 = 2^{3-7} = 2^{-4}$$

Определени
е

Если n – натуральное число и , то

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$$

<u>По определению получим:</u>

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 \qquad (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

Если минус нам не нравится,
С этим горем можно справиться:
Знак меняем в показателе,
Степень пишем в знаменателе,
Сверху ставим единичку.
Получается? Отлично!

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$$

Постараемся ввести степень с отрицательным показателем так, чтобы свойства для степени с натуральным показателем остались верными и для степеней с отрицательными показателями.

Сначала введём степень с показателем 0. Для этого в свойстве 2 положим m=n :

$$a^m : a^m = a^{m-m} \qquad a \neq 0$$

$$1 = a^0$$

вывод: $a^0 = 1 \, (a \neq 0)$

Теперь в свойстве 2 положим m=0 :

$$a^0 : a^n = a^{0-n}$$

$$a \neq 0$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

определение степени с отрицательным показателем:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}} = \frac{1}{\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\ \text{раз}}}$$

$$a \neq 0$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-n}=a^{n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

Примеры

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$(-1{,}7)^0 = 1$$

$$(0{,}2)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = (5^{-1})^{-2} = 5^2 = 25$$

$$\left(-1\frac{1}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\left(-\frac{3}{2}\right)^{-1}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

Верная последовательность выполнения шагов:

1. **Заменить степени с отрицательными показателями на степени с натуральными показателями;**
2. **Выполнить возведение в степень;**
3. **Выполнить действия с дробями.**

Исаак Ньютон

- английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики, стал применять степень с отрицательным показателем систематически.

В одном из писем в 1676 г. Ньютон указал: "Как алгебраисты вместо АА, ААА и т.д. пишут A^2, A^3 и т.д., так я ... вместо $1/a$, $1/a^2$, $1/a^3$ пишу a^{-1}, a^{-2}, a^{-3} и т.д."

Записать выражение в виде степени

$$\frac{a^{-3}\cdot(a^4)^5}{a^{17}}=\frac{a^{-3}\cdot a^{20}}{a^{17}}=a^0=1$$

$$\frac{a^3(a^4\cdot b^2)^5}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^3\cdot a^{20}\cdot b^{10}}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^{23}\cdot b^{10}}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^6}{b^6}=\left(\frac{a}{b}\right)^6$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+4^{-3}:4^{-5}+2007$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}+7^{-3}:7^{-4}+\left(\frac{1}{7}\right)^0$$

Есть ли ошибка?

$$\frac{2^{-3}\cdot 4^{-3}}{8^{-8}}=\frac{2^{-3}\cdot 2^{-7}}{2^{-15}}=\frac{2^{-10}}{2^{-15}}=2^{5}$$

$$\frac{2^{-3}\cdot 2^{-6}}{2^{-24}}=\frac{2^{-9}}{2^{-24}}=2^{15}$$

Открывае
м
уче п8