

*Чему бы ты ни учился,
ты учишься для себя.*

Петроний



Вводное повторение

Как появилась алгебра

Алгебра как искусство решать уравнения зародилась очень давно в связи с потребностями практики, в результате поиска общих приемов решения однотипных задач. В процессе развития алгебра из науки об уравнениях превратилась в науку об операциях, более или менее сходных с действиями над числами.

Темы повторения:

Глава I. Выражения, тождества, уравнения.



Глава II. Функции.



Глава III. Степень с натуральным показателем.



Глава IV. Многочлены.



Глава V. Формулы сокращенного умножения.



Глава VI . Системы линейных уравнений.



Глава I. Выражения, тождества, уравнения

Счет и вычисления - основа порядка в голове.

(Песталоцци)

1. Заполните таблицу:

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$3x-1$	-7	-4	-1	2	5	11	14
$-3x+1$	7	4	1	-2	-5	-11	-14

Какими числами являются соответственные значения выражений $3x-1$ и $-3x+1$?

Какое равенство называется тождеством?

2. Какие из данных равенств не являются тождеством?

1) $6(x - y) = 6x - 6y$ 3) $3a - 4 = a + (2a - 4)$

2) $25(a - a) = 25$ 4) $0,3a \cdot 0,5b = 1,5ab$

Глава I. Выражения, тождества, уравнения

Равенство, содержащее переменную называют уравнением с одним неизвестным (переменной).

Корнем уравнения называют значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Решить уравнение – значит найти его корни или доказать, что корней нет.

Уравнение вида $ax=b$, где x – переменная, a и b – некоторые числа, называют линейным уравнением с одной переменной.

Глава I. Выражения, тождества, уравнения

Решите уравнение:

а) $5x + (3x - 3) = 6x + 11$

в) $(x - 7) - (2x + 9) = -13$

б) $15(x + 2) - 30 = 12x$

г) $6(1 + 5x) = 5(1 + 6x)$.

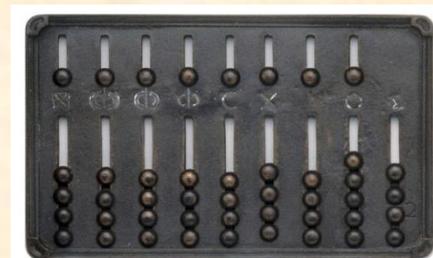
Правила раскрытия скобок:

- 1) если перед скобками стоит знак плюс, то можно опустить скобки, сохранив знаки слагаемых, стоящих в скобках.
- 2) Если перед скобками стоит знак минус, то можно опустить скобки, изменив знаки всех слагаемых, стоящих в скобках на противоположный.
- 3) Число, стоящее за скобками умножается на каждое слагаемое, стоящее в скобках.



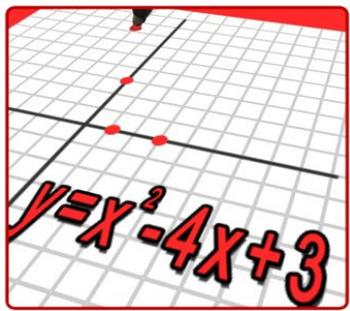
А знаете ли Вы, что первое счётное устройство — абак?

Первыми «вычислительными устройствами», которыми пользовались в древности люди, были пальцы рук и камешки. Позднее появились бирки с зарубками и верёвки с узелками. В Древнем Египте и Древней Греции задолго до нашей эры использовали абак – доску с полосками, по которым продвигались камешки. Это было первое устройство, специально предназначенное для вычислений. Со временем абак совершенствовали – в римском абаке камешки или шарики передвигались по желобкам. Абак просуществовал до 18 века, когда его заменили письменные вычисления.



Русский абак – счёты появились в 16 веке. Ими пользуются и в наши дни. Большое преимущество русских счётов в том, что они основаны на десятичной системе счисления, а не на пятеричной, как все остальные абак.





Глава II. Функции

Зависимость одной переменной от другой называют функциональной зависимостью или функцией, если каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной.

Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют **область определения функции.**

Значения зависимой переменной называют **значениями функции.**

Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

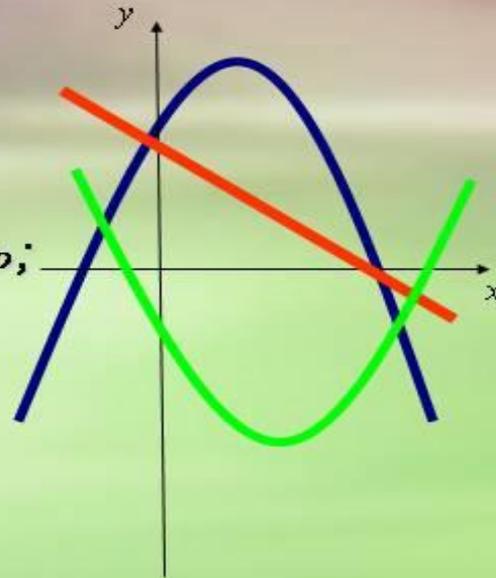
О функциях

В первой половине 17 века в связи с развитием механики в математику идеи изменения и движения. Термин «функция» впервые ввел немецкий математик Г. Лейбниц. У него функция связывалась с геометрическим образом (графиком). В дальнейшем функцию рассматривают как аналитическое выражение.

Виды функций

Существует несколько основных видов функций:

- *линейная функция;*
- *прямая пропорциональность;*
- *обратная пропорциональность;*
- *квадратичная функция;*
- *кубическая функция;*
- *функция корня;*
- *функция модуля.*

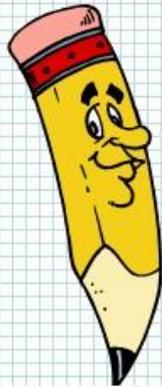
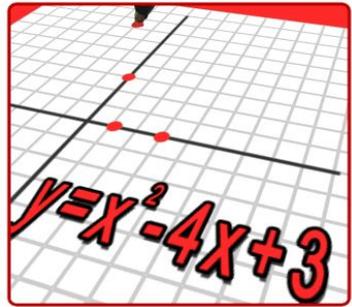


Какие из указанных функций мы изучали?

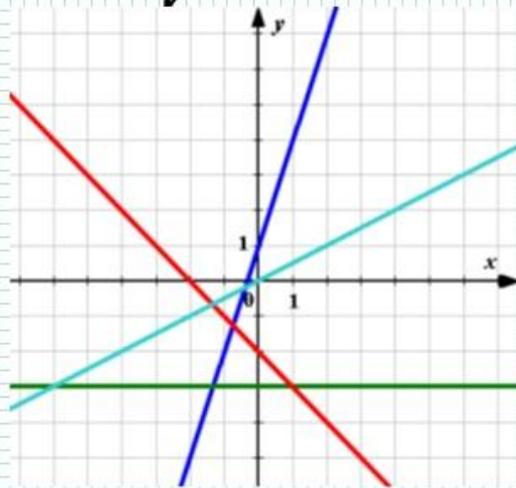
Линейной функцией называют функцию вида $y = kx + b$, где k и b — некоторые числа, x — независимая переменная.

Свойства	Значения переменных
1. Область определения.	x — любое действительное число $x \in R$.
2. Множество значений.	1) При $k \neq 0$; y — любое действительное число, $y \in R$. 2) При $k = 0$; $y = b$.
3. Точки пересечения с осями координат.	1) При $k \neq 0$, $x = -\frac{b}{k}$; $y = 0$ — точка пересечения с осью Ox . 2) $k = 0$, тогда $y = b$ — прямая, параллельная оси Ox , пересекает Oy в точке $(0; b)$ и совпадает с осью Ox при $b = 0$. 3) $y = b$, $x = 0$ — точка пересечения с осью Oy , т.е. $(0; b)$.
4. Возрастание и убывание.	1) При $k > 0$ функция возрастает на всей области определения. 2) При $k < 0$ функция убывает на всей области определения. 3) При $k = 0$ функция постоянная.
5. Графиком линейной функции является прямая. k — угловой коэффициент прямой.	1) При $b = 0$ ($y = kx$) — прямая, проходящая через начало координат. 2) При $b \neq 0$ ($y = kx + b$) — прямая, не проходящая через начало координат (которая получается из прямой $y = kx$ параллельным переносом вдоль оси Oy на b единиц).

Глава II. Функции



*Взаимное расположение
графиков
линейных функций.*



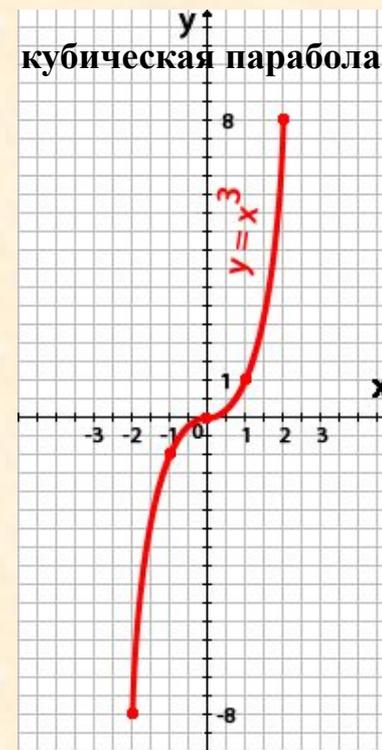
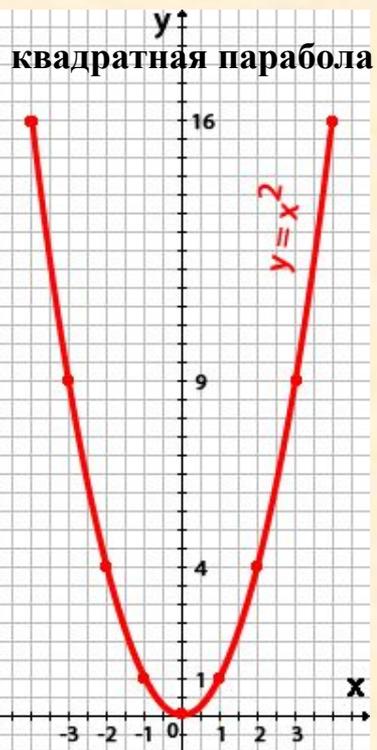
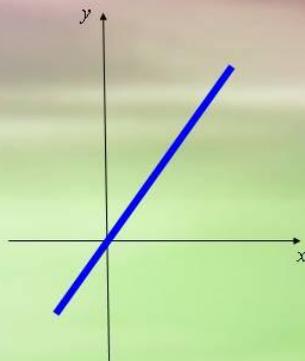
7 класс.



**Частный случай линейной функции
является
прямая пропорциональность.**

функция вида $y = kx$

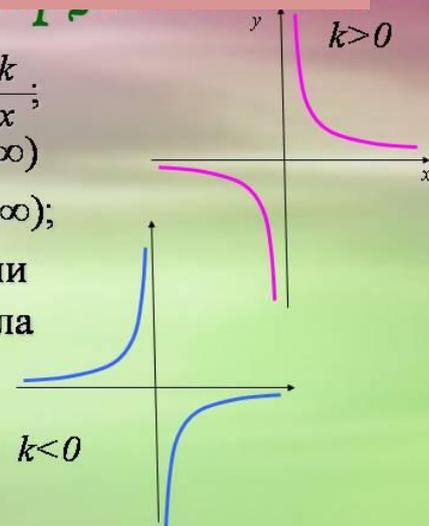
1. $D(f) = R$;
2. $E(f) = R$;
3. графиком функции является прямая, проходящая через начало координат.



Как называются графики, изображенные на рисунках и какими свойствами они обладают?

функция вида $y = \frac{k}{x}$;

1. $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
2. $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$;
3. графиком функции является гипербола



Постройте графики следующих функций:



а) $y = 2x + 3$

б) $y = 7 - 9x$

в) $y = (x + 1)^2$

г) $y = (x - 1)^3$



Глава III. Степень с натуральным показателем

Степенью числа a с натуральным показателем

$n > 1$, называют выражение a^n равное произведению n множителей, каждый из которых равен a .

Свойства степени:

$$(-a)^2 = a^2$$

$$(-a)^3 = -a^3$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$(abc)^n = a^n b^n c^n$$



Глава III. Степень с натуральным показателем

Используя свойства выполните упражнения:

а) $(mn)^5$; $(10xy)^2$; $(-2ax)^3$.

б) $(3x^2)^3$; $3,5 \cdot 3m$; $10x^2y \cdot (-xy^2) \cdot 0,6x^3$.

Запишите одночлен в стандартном виде:

$8x^2 \cdot x$; $1,2abc \cdot 5a$; $6c^2(-0,8)c$; $2m^3n \cdot 0,4mn$.

Принадлежит ли графику функции $y = x^3$ точка:

а) $A(-0,2; -0,008)$; б) $B\left(1\frac{1}{2}; 3\frac{3}{8}\right)$; в) $C\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{27}\right)$.



Глава IV. Многочлены



Многочленом называется сумма одночленов.

Одночлены, входящие в состав многочлена, называют его членами.

Членами многочлена $4x^2y - 3ab$ являются $4x^2y$ и $-3ab$.

Если многочлен состоит из двух членов, то его называют двучленом:

$$15x^5y - 7a^3b^4; \quad y + 20m; \quad 14a^3 + 13a^2.$$

Если из трех – трехчленом: $5x^3y - 7a^3b^4 + 5$; $y + 5b^4 - 3x^3$; $7a^2 + 13a^4 + 5ab^2$.

Чтобы умножить одночлен на многочлен, нужно умножить этот одночлен на каждый член многочлена и полученные произведения сложить.

$$a(b + c) = ab + ac$$

Чтобы умножить многочлен на многочлен, нужно каждый член одного многочлена умножить на каждый член другого многочлена и полученные произведения сложить.

$$(a + d)(b + c) = ab + ac + db + dc$$

Глава IV. Многочлены

Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду и среди них нет подобных, то говорят, что это многочлен стандартного вида.

$$\begin{array}{l} \text{нестандартный вид} \\ 5x^2yx - 7xux^2 + 5axa \end{array} = \begin{array}{l} \text{стандартный вид} \\ 5a^2x - 2x^3y . \end{array}$$

Выполните умножение:

$$\begin{array}{l} 3a^4x(a^2 - 2ax + x^3 - 1) \\ (2x^2 - y)(x^2 + y) \end{array}$$

Разложите на множители многочлен:

$$x^3 + x^2 + x + 1$$

$$b^6 - 3b^4 - 2b^2 + 6$$

Решите уравнение:

$$(3x - 1)(5x + 4) - 15x^2 = 17$$



Глава V. Формулы сокращенного умножения

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Сформулируйте тождества сокращенного умножения и используя их выполните преобразования.

Представьте в виде многочлена:

$$(12a - 1)^2 - 1; \quad (a^2 - 3a)^2; \quad 5(3a + 7)^2;$$

$$(5a - 3c)(5a + 3c) - (7c - a)(7c + a)$$

Решите уравнения:

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$



$$(x + 1)(x + 2) - (x - 3)(x + 4) = 6$$



Глава VI . Системы линейных уравнений

Линейным уравнением с двумя переменными называется

уравнение вида $ax + by = c$, где x и y - переменные,

a, b, c - некоторые числа.

Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в верное равенство.

Глава VI . Системы линейных уравнений

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

Пара значений $(x;y)$, которая одновременно является решением каждого из уравнений системы, называют решением системы.

Методы решения систем линейных уравнений:

- 1) графический метод;**
- 2) метод подстановки;**
- 3) метод алгебраического сложения.**



Глава VI . Системы линейных уравнений

Графический метод решения.

С его помощью можно сделать следующие выводы:

построить в одной системе координат графики уравнений:

графиками обеих уравнений системы являются прямые;

эти прямые могут пересекаться (только в одной точке) – система имеет единственное решение;

эти прямые могут быть параллельны – система несовместима – нет решений;

эти прямые совпадают – система неопределенна – система имеет бесчисленное множество решений.

Метод подстановки.

Выразить из какого – нибудь уравнения системы одну переменную через другую;

подставить полученное выражение в другое уравнение;

решить полученное уравнение;

найди соответствующее значение второй переменной.

Записать ответ в виде пары значений $(x; y)$.

Глава VI . Системы линейных уравнений

Метод алгебраического сложения.

*уравнивают коэффициенты при одной из переменных;
складывают (или вычитают) левые и правые части уравнений системы;*

*решают получившееся уравнение с одной переменной;
находят соответствующее значение второй переменной.
Записывают ответ в виде пары значений $(x; y)$.*



Глава VI . Системы линейных уравнений

Решите системы:

графически:
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 3y = 9. \end{cases}$$

методом подстановки:
$$\begin{cases} 2x + y = 12, \\ 7x - 2y = 31. \end{cases}$$

методом сложения:
$$\begin{cases} 12x - 7y = 2, \\ 4x - 5y = 6. \end{cases}$$



**Наук так много на земле,
У всех – своя тематика.
Но есть одна из них милей,
Зовётся математикой.**

**В ней не бывает скользких мест,
Всё строго в ней доказано,
И с нею движется прогресс,
И этим нам всё сказано.**

О.В. Панишева