Алгебра, 9 класс

Системы линейных уравнений. Основные понятия

Определение

- Уравнение – это равенство, содержащее одну или несколько переменных

$ax=b$ → Линейное уравнение с одной переменной

$ax+by=c$ → Линейное уравнение с двумя переменными

Свойства

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному

Системой уравнений называется некоторое количество уравнений, объединенных фигурной скобкой. Фигурная скобка означает, что все уравнения должны выполняться одновременно

Решением системы уравнений с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство

Система линейных уравнений с двумя неизвестными

Сумма двух чисел равна 12, а разность равна 2. Найдите эти числа

Пусть x – первое число, а y – второе число, тогда:

Сумма чисел равна: x + y = 12

Разность чисел равна: x – y = 2

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Пара значений x = 7 и y = 5 являются решением данной системы.

$$\begin{cases} 7 + 5 = 12 \\ 7 - 5 = 2 \end{cases}$$

<u>Решением системы уравнений</u> с двумя переменными называется пара значений переменных, при которых оба уравнения системы обращается в верное равенство

Решить систему уравнений - значит найти все её решения, либо доказать, что их нет

Проверим

Является ли решением системы уравнений

$$\begin{cases} x+y=4, \\ 2x-y=2 \end{cases}$$

пара чисел: а) $x=3$, $y=1$; б) $x=2$, $y=2$?

Какие из пар $(-3;\ 4)$, $(-2;\ -6)$, $(-4;\ 3)$ являются решениями системы уравнений:

а) $\begin{cases} x=y-7, \\ 3x+4y=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 13x-y=0, \\ 5x-y=-4? \end{cases}$

Способы решений систем линейных уравнений

Системы линейных уравнений

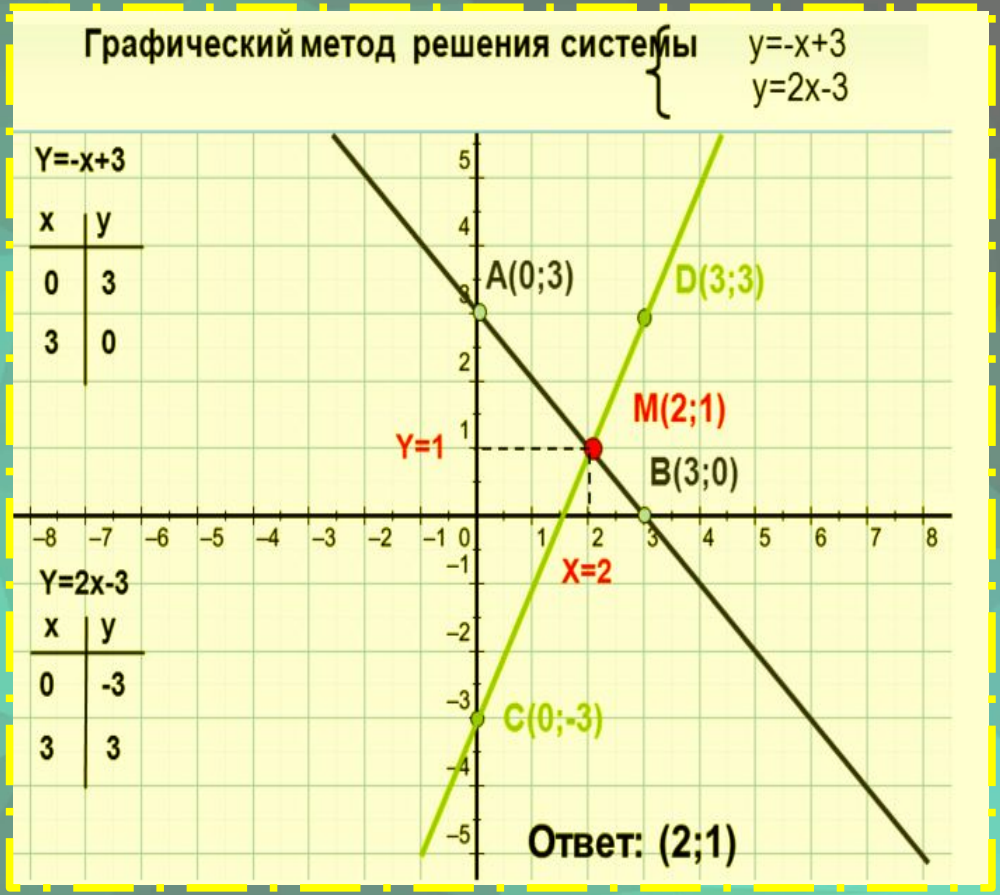
Графический способ

Способ подстановки

Способ сложения

Графический способ

- Выразим переменную y через x в каждом уравнении
- Построим графики всех получившихся линейных функций
- Найдем координаты точек пересечения



Алгоритм

Выразить y через x в каждом уравнении

Построить в одной системе координат график каждого уравнения

Определить координаты точки пересечения

Записать ответ: x=…; y=… , или (x; y)

Сколько решений имеет система?

$$\begin{cases} 2x + y = -3, \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

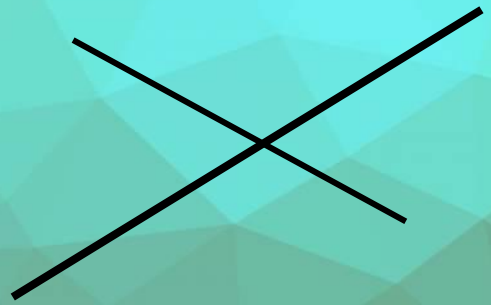
$$\begin{cases} 2y = 4x+8, \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

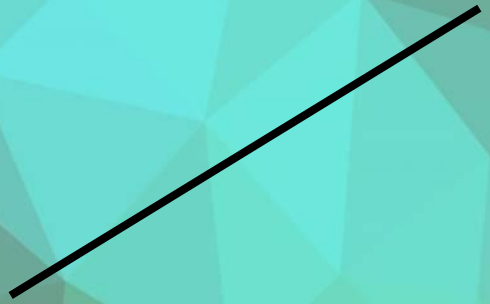
$$\begin{cases} 2x - 2y = 1, \\ 6x - 6y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -2x-3, \\ y = -3x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x+4, \\ y = 2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x - 0.5, \\ y=x - 0.5 \end{cases}$$





Способ сравнения (алгоритм)

Выразить y через x (или x через y) в каждом уравнении

Приравнять выражения, полученные для одноимённых переменных

Решить полученное уравнение и найти значение одной переменной

Подставить значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её изначение

Решение системы способом сравнения

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим y через x

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем выражения для y

$7x - 1 = 2x + 4,$

$7x - 2x = 4 + 1,$

$5x = 5$

,

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)