



# *« Решение квадратных уравнений. ».*



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

**Квадратным уравнением  
называется**

**уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,**

**где  $x$  – переменная,**

**$\neq$**

**$a, b$  и  $c$  некоторые числа,**

**причем  $a \neq 0$ .**

# КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**ПОЛНЫЕ  
КВАДРАТНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ**

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 8x - 7 = 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 0$$

**НЕПОЛНЫЕ  
КВАДРАТНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ**

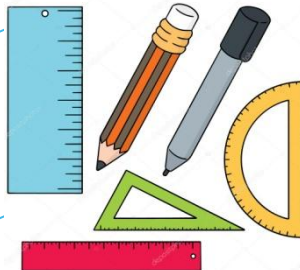
$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$2x + x^2 = 0$$

$$125 + 5x^2 = 0$$

$$49x^2 - 81 = 0$$



# РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

$$b,c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Перенос  $c$  в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на  $a$ .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если  $-c/a > 0$  - два решения:

$$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}} \text{ и } x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Если  $-c/a < 0$  - нет решений

1. Вынесение  $x$  за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$$x=0 \text{ и } ax + b = 0$$

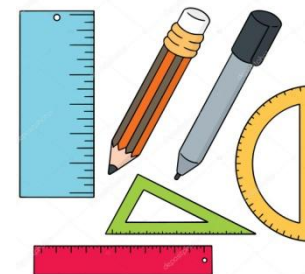
3. Два решения:

$$x=0 \text{ и } x = -b/a$$

1. Деление обеих частей уравнения на  $a$ .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение:  $x = 0$ .



# Определение корня

□ Корнем квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

называют такое значение переменной **X**,

при котором квадратный трехчлен

$ax^2 + bx + c$  обращается в нуль;



# Типы квадратных уравнений

□ **полные**

$$b \neq 0, c \neq 0$$

□ **неполные**

а)  $b = 0$

б)  $c = 0$

в)  $b = 0; c = 0$



## ***Исторические сведения:***

***Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.***

***Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.***

***В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.***

---

### ***Вот задача Бхаскары:***

***Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.***

***Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.***

***А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.***

***Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?***

## Решение задачи Бхаскары:

Пусть было  $x$  обезьянок,  
тогда на поляне забавлялось  $-(x/8)^2$  и 12 прыгали по лианам.

**Составим уравнение:**

$$\square (x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 + 12 - x = 0, \quad /*64$$

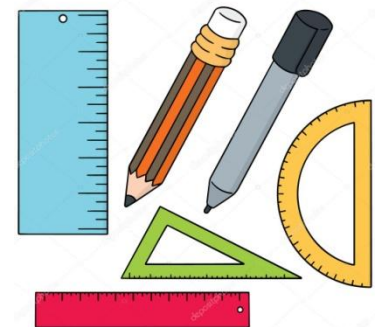
$$x^2 - 64x + 768 = 0,$$

$$D = (-64)^2 - 4*1*768 = 4096 - 3072 = 1024 = 32^2, \quad 2 \text{ корня}$$

$$x = (64 - 32)/2 = 16,$$

$$x = (64 + 32)/2 = 48.$$

**Ответ: 16 или 48 обезьянок.**





# Способы решения неполных квадратных уравнений

$$\mathbf{b=0}$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

если  $-\frac{c}{a} \geq 0$ , то

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$\mathbf{c=0}$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -\frac{b}{a}$$

$$\mathbf{b=0; c=0}$$

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

# Формулы корней полного квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D < 0$$

**Корней  
нет**

$$D = 0$$

**Один  
корень**

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$D > 0$$

**Два корня**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

# Формула четного коэффициента

$$b=2k$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$a=1$$

$$x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c}$$

# Теорема Виета

$x_1, x_2$  — корни квадратного уравнения

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$a = 1$$

$$x_1 + x_2 = -b; \quad x_1 \cdot x_2 = c$$

**1. Найдите корни квадратного уравнения, не используя формулы корней:**

а)  $x^2 - 5x + 6 = 0;$   $x_1 = 2; x_2 = 3$

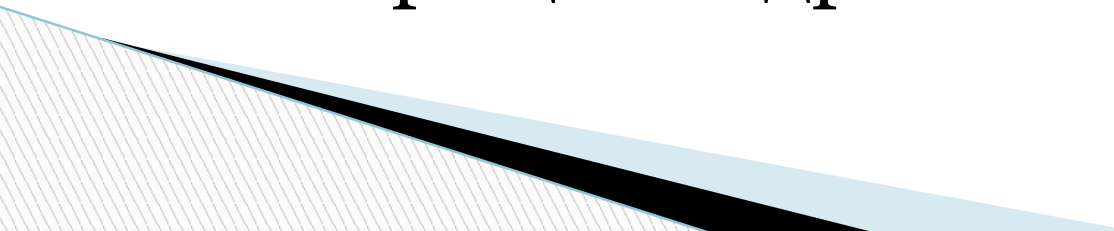
б)  $x^2 + 3x - 4 = 0;$   $x_1 = -4; x_2 = 1$

в)  $x^2 - 5x + 10 = 0.$  Корней нет

**2. Составьте приведенное квадратное уравнение, корнями которого являются числа 3 и -7:**

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

# Применение квадратных уравнений

- решение рациональных уравнений;
  - решение иррациональных уравнений;
  - решение задач;
  - разложение квадратного трехчлена на множители;
  - сокращение дробей.
- 

# Задание:

**1. Решите уравнения:**

$$a) \frac{3}{x^2 + 2} = \frac{1}{x};$$

$$б) x^2(x^2 - 15) - 16 = 0;$$

$$в) x - \sqrt{2 - x} = 0.$$

**2. Сократите дробь:**

$$\frac{5x^2 + 3x - 2}{25x^2 - 4}$$

**3. При каком значении параметра  $a$  уравнение имеет один корень?**

$$x^2 - ax + 9 = 0$$

