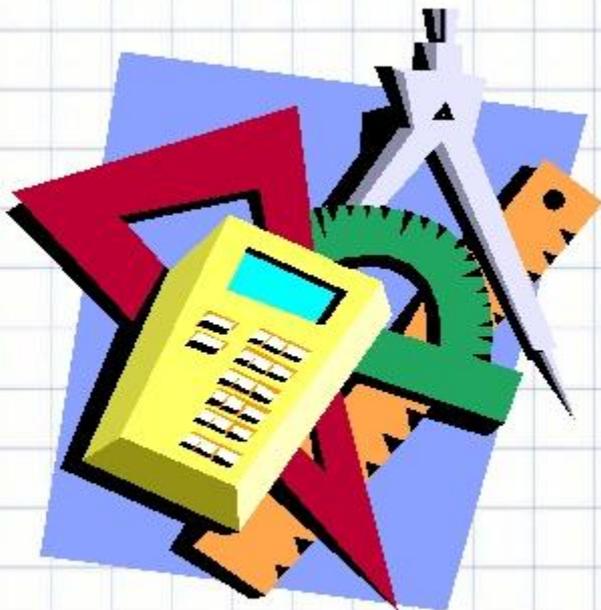




« Решение квадратных уравнений. ».



ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

**Квадратным уравнением
называется**

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где x – переменная,

\neq

a, b и c некоторые числа,

причем $a \neq 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**ПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 8x - 7 = 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 0$$

**НЕПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

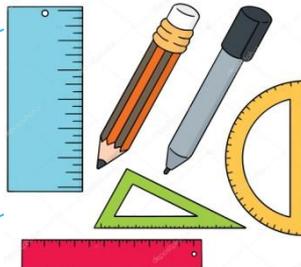
$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$2x + x^2 = 0$$

$$125 + 5x^2 = 0$$

$$49x^2 - 81 = 0$$



РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

$$b,c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \text{ и } x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a < 0$ - нет решений

1. Вынесение x за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$$x=0 \text{ и } ax + b = 0$$

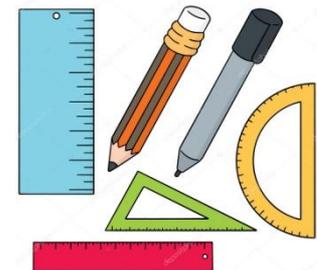
3. Два решения:

$$x=0 \text{ и } x = -b/a$$

1. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение: $x = 0$.



Определение корня

□ Корнем квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

называют такое значение переменной **X**,

при котором квадратный трехчлен

$ax^2 + bx + c$ обращается в нуль;



Типы квадратных уравнений

□ **полные**

$$b \neq 0, c \neq 0$$

□ **неполные**

а) $b = 0$

б) $c = 0$

в) $b = 0; c = 0$



Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.

А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.

Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $-(x/8)^2$ и 12 прыгали по лианам.

Составим уравнение:

$$\square (x/8)^2 + 12 = x,$$

$$x^2/64 + 12 - x = 0, \quad /*64$$

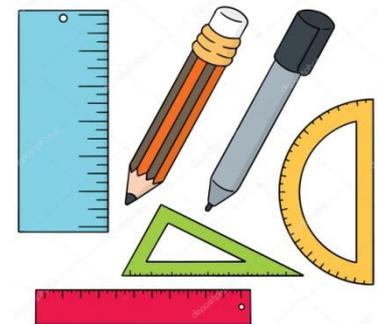
$$x^2 - 64x + 768 = 0,$$

$$D = (-64)^2 - 4*1*768 = 4096 - 3072 = 1024 = 32^2, \quad 2 \text{ корня}$$

$$x = (64 - 32)/2 = 16,$$

$$x = (64 + 32)/2 = 48.$$

Ответ: 16 или 48 обезьянок.



Способы решения неполных квадратных уравнений

$$\mathbf{b=0}$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

если $-\frac{c}{a} \geq 0$, то

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$\mathbf{c=0}$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -\frac{b}{a}$$

$$\mathbf{b=0; c=0}$$

$$ax^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Формулы корней полного квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D < 0$$

**Корней
нет**

$$D = 0$$

**Один
корень**

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$D > 0$$

Два корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Формула четного коэффициента

$$b=2k$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$a=1$$

$$x_{1,2} = -k \pm \sqrt{k^2 - c}$$

Теорема Виета

x_1, x_2 — корни квадратного уравнения

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$a = 1$$

$$x_1 + x_2 = -b; \quad x_1 \cdot x_2 = c$$

1. Найдите корни квадратного уравнения, не используя формулы корней:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0;$ $x_1 = 2; x_2 = 3$

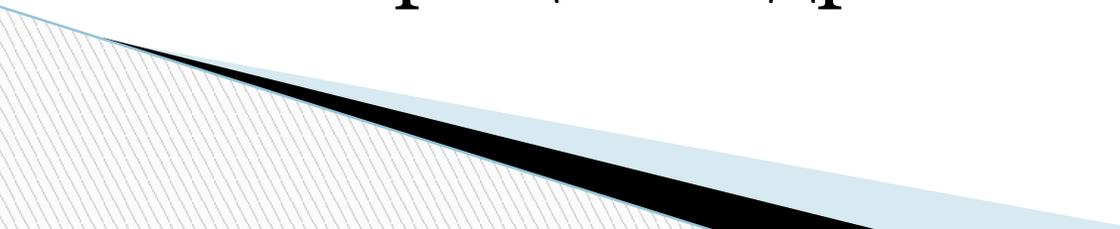
б) $x^2 + 3x - 4 = 0;$ $x_1 = -4; x_2 = 1$

в) $x^2 - 5x + 10 = 0.$ Корней нет

2. Составьте приведенное квадратное уравнение, корнями которого являются числа 3 и -7:

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

Применение квадратных уравнений

- решение рациональных уравнений;
 - решение иррациональных уравнений;
 - решение задач;
 - разложение квадратного трехчлена на множители;
 - сокращение дробей.
- 

Задание:

1. Решите уравнения:

$$a) \frac{3}{x^2 + 2} = \frac{1}{x};$$

$$б) x^2(x^2 - 15) - 16 = 0;$$

$$в) x - \sqrt{2 - x} = 0.$$

2. Сократите дробь:

$$\frac{5x^2 + 3x - 2}{25x^2 - 4}$$

3. При каком значении параметра a уравнение имеет один корень?

$$x^2 - ax + 9 = 0$$

