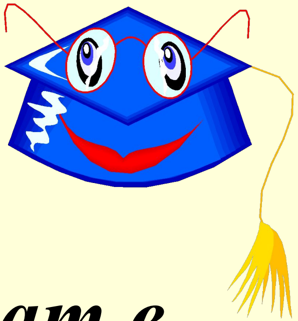
Координаты точки и координаты вектора

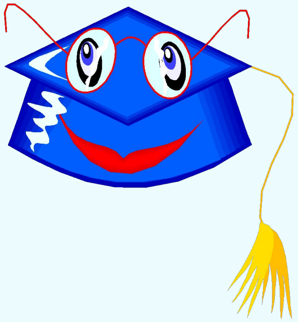
Геометрия – 11 класс

Цели урока:



- ***Ввести понятие системы координат в пространстве.***
- ***Выработать умение строить точку по заданным координатам и находить координаты точки, изображенной в заданной системе координат.***
- ***Выработать умение строить вектор по координатам***

Вопросы:



1. Сколькими координатами может быть задана точка на прямой?

Одной.

2. Сколькими координатами может быть задана точка в координатной плоскости?

Двумя.

Вопрос урока.

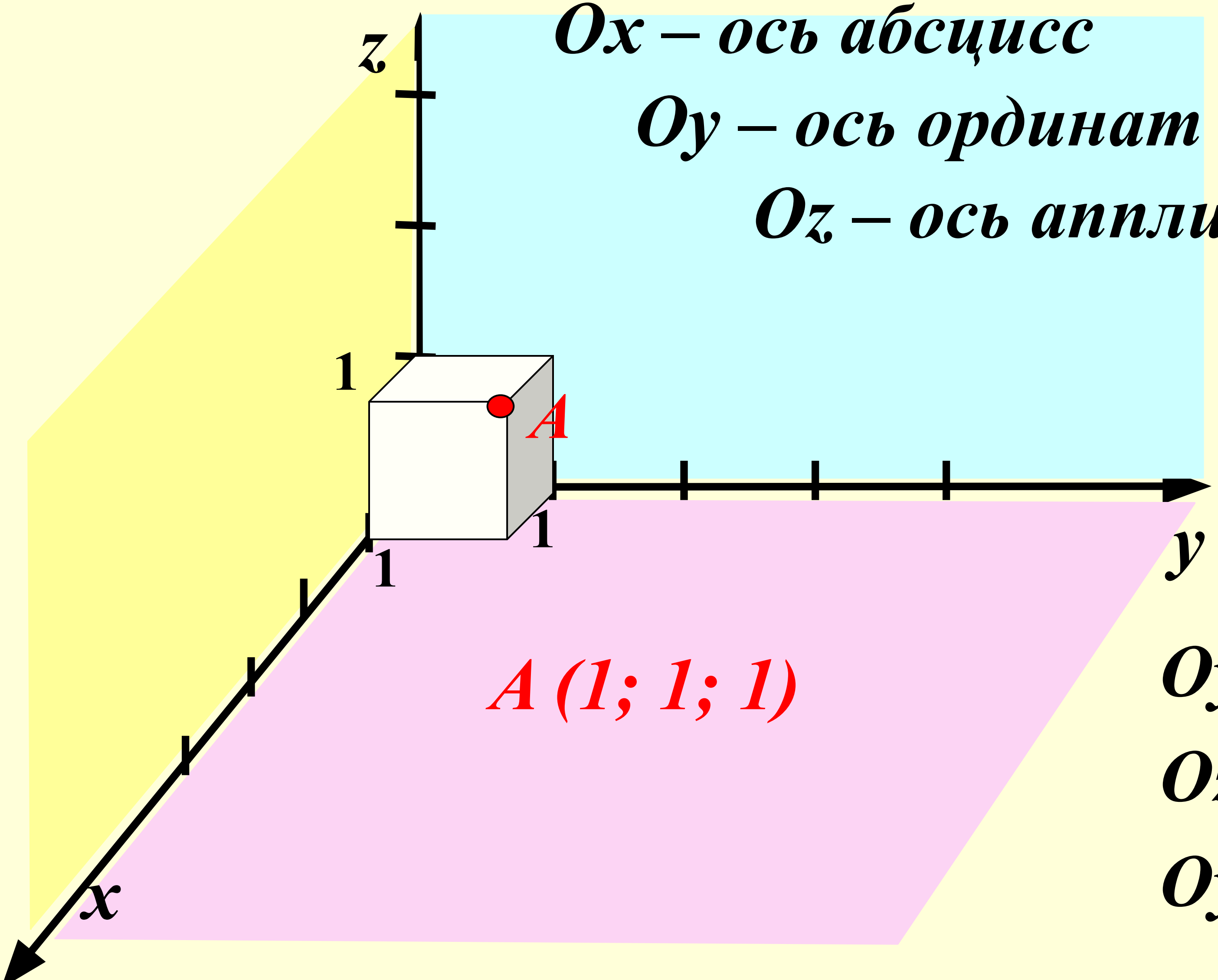
3. Сколькими координатами может быть задана точка в пространстве?

Задание прямоугольной системы координат в пространстве:

Ox – ось абсцисс

Oy – ось ординат

Oz – ось аппликат

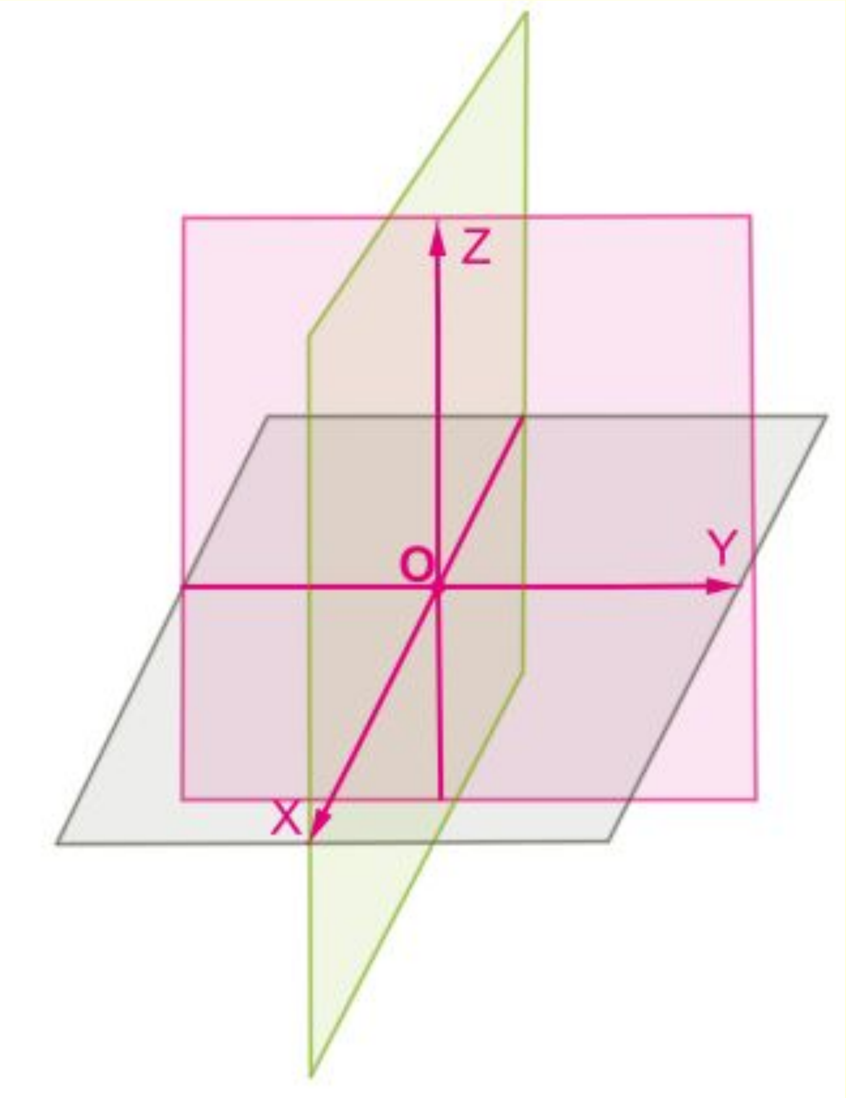


$Oy \perp Oz$

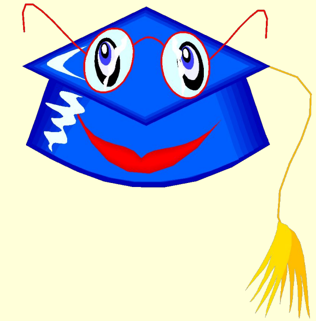
$Oz \perp Ox$

$Oy \perp Ox$

Через две пересекающиеся прямые можно провести плоскость. Получаем три координатные плоскости: (Oxy), (Oyz) и(Oxz).



Нахождение координат точек

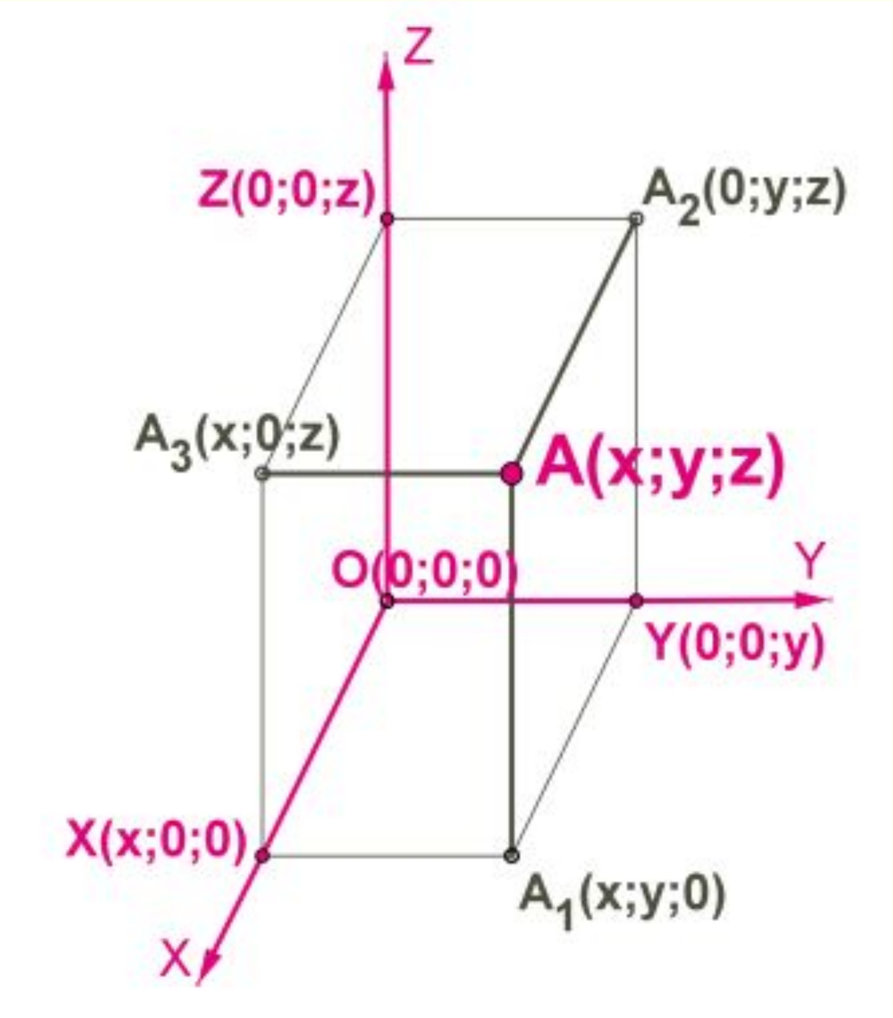


Точка лежит

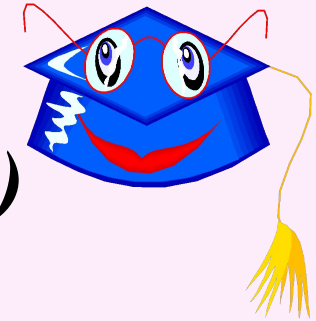
- **на оси**
  - *Ox (x; 0; 0)*
  - *Oy (0; y; 0)*
  - *Oz (0; 0; z)*
- **в координатной плоскости**
  - *Oxy (x; y; 0)*
  - *Oxz (x; 0; z)*
  - *Oyz (0; y; z)*

№ 400 – устно.

Координаты точек в пространстве



Решение задач.



№ 401 (а) Рассмотрим точку А (2; -3; 5)

1) A_1: Oxy

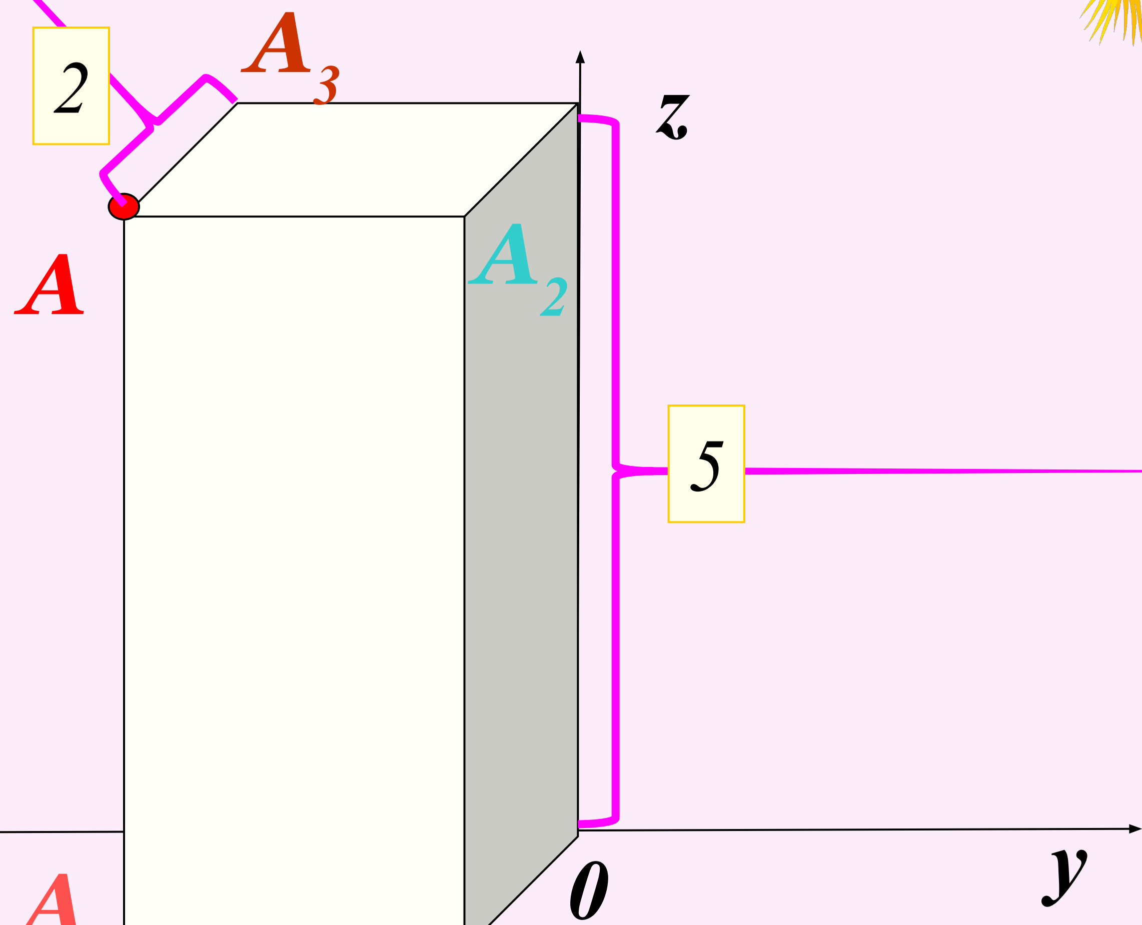
A_1 (2; -3; 0)

2) A_2: Oxz

A_2 (2; 0; 5)

3) A_3: Oyz

A_3 (0; -3; 5)



Точку В рассмотреть самостоятельно.
Проверка – фронтально.

Решение задач.

№ 401 (б) Рассмотрим точку А (2; -3; 5)

1) A_4: Ox

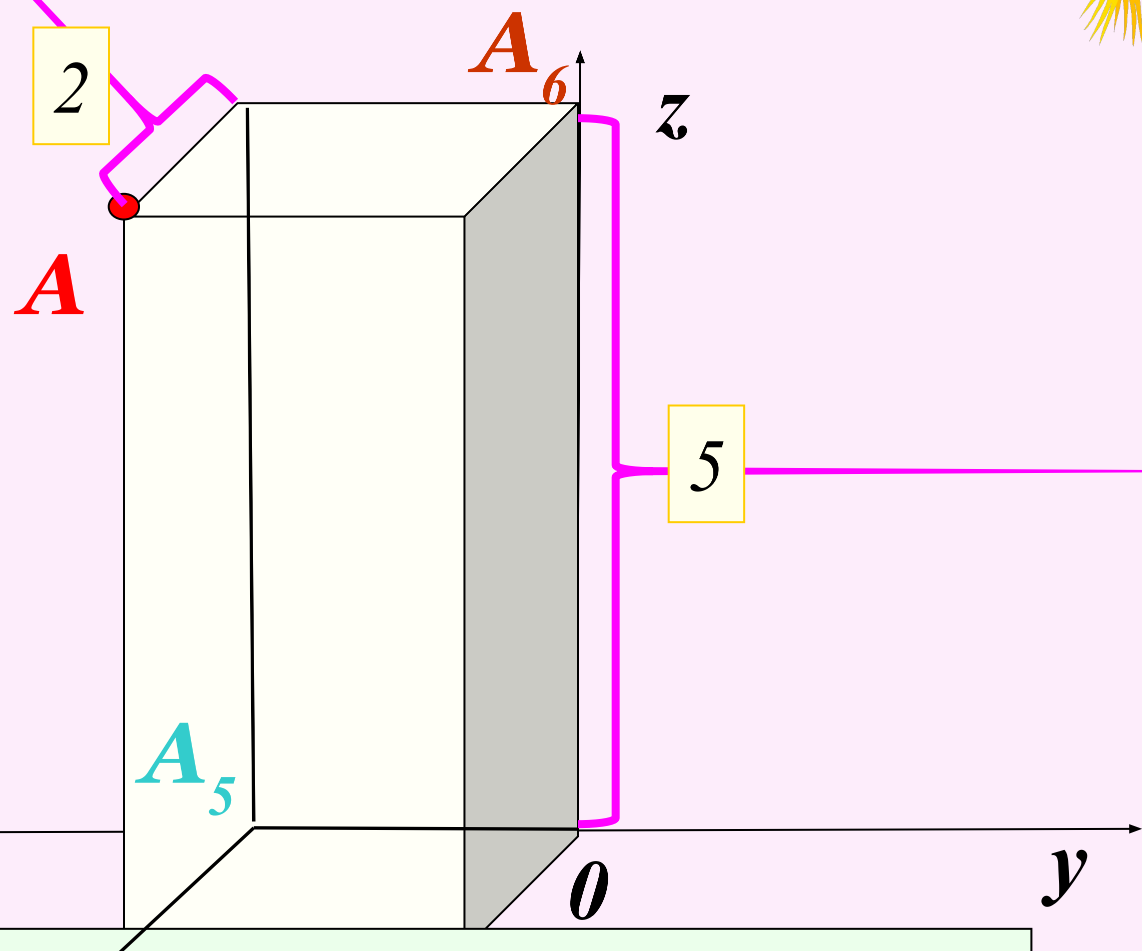
$A_4(2; 0; 0)$

2) A_5: Oy

$A_5(0; -3; 0)$

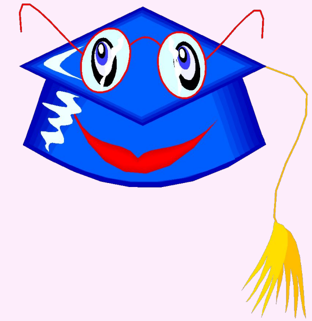
3) A_6: Oz

$A_6(0; 0; 5)$



Точку В рассмотреть самостоятельно.
Проверка – фронтально.

Решение задач.



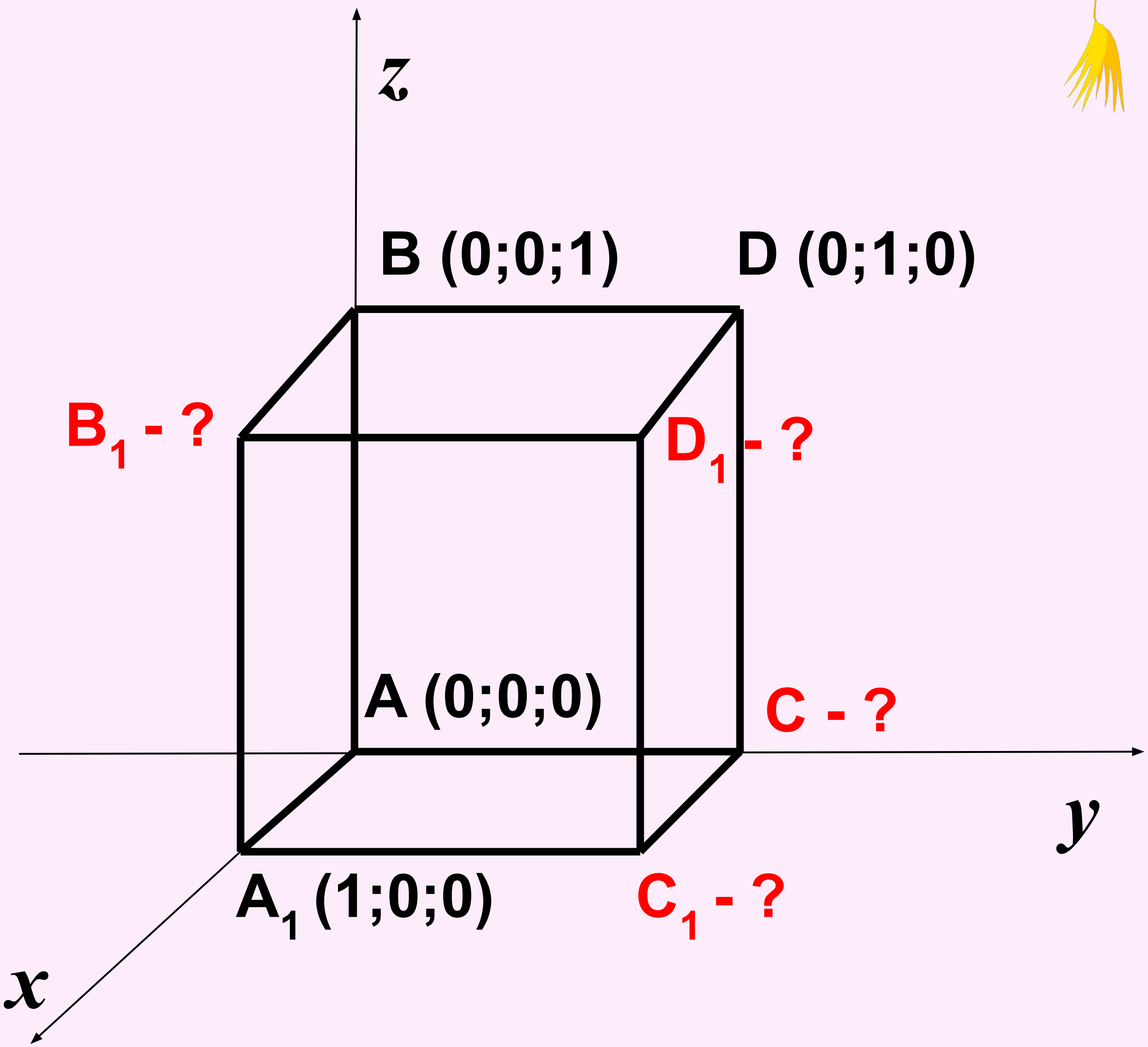
№ 402

B_1 (1; 0; 1)

C (0; 1; 0)

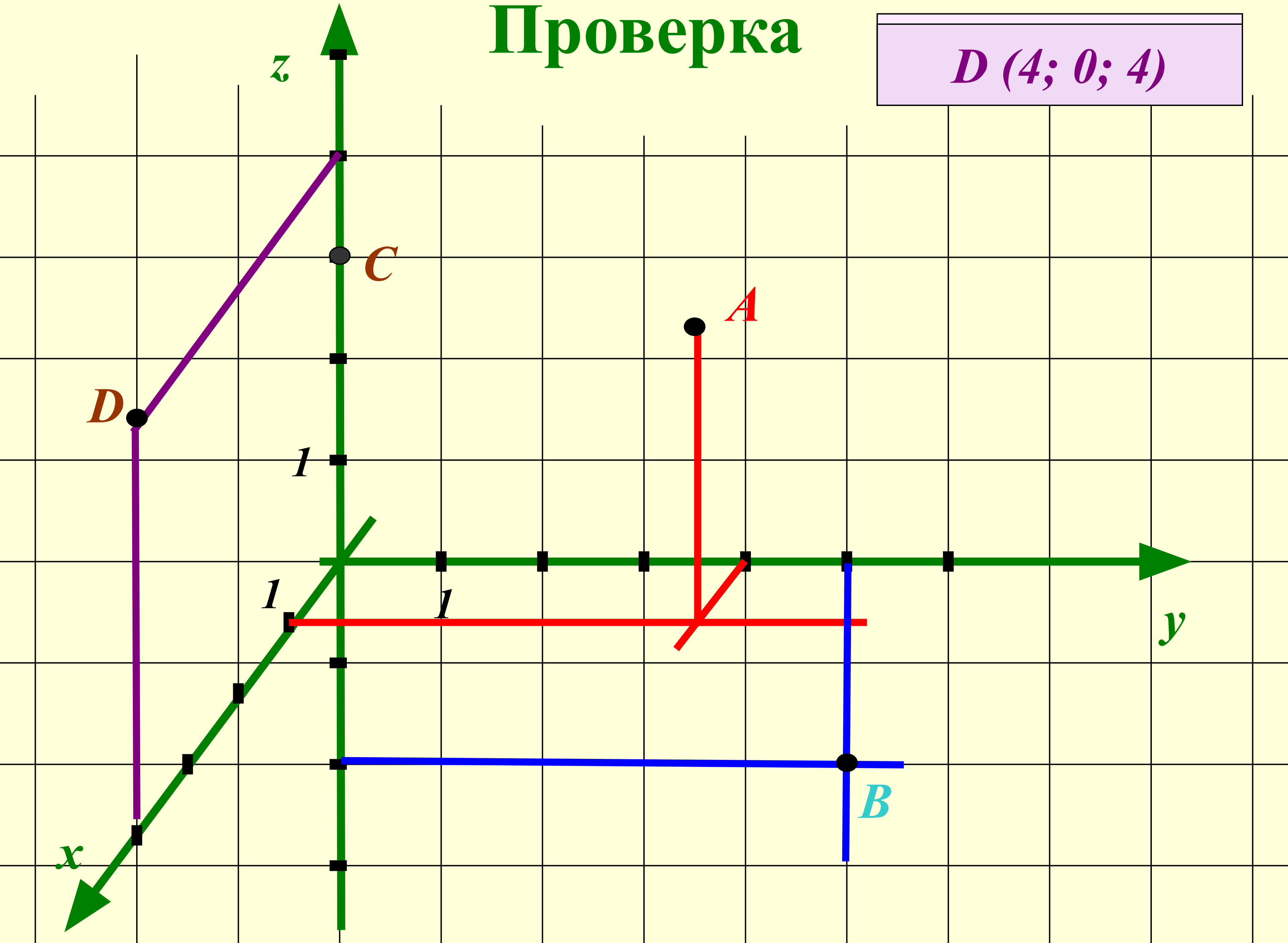
C_1 (1; 1; 0)

D_1 (1; 1; 1)

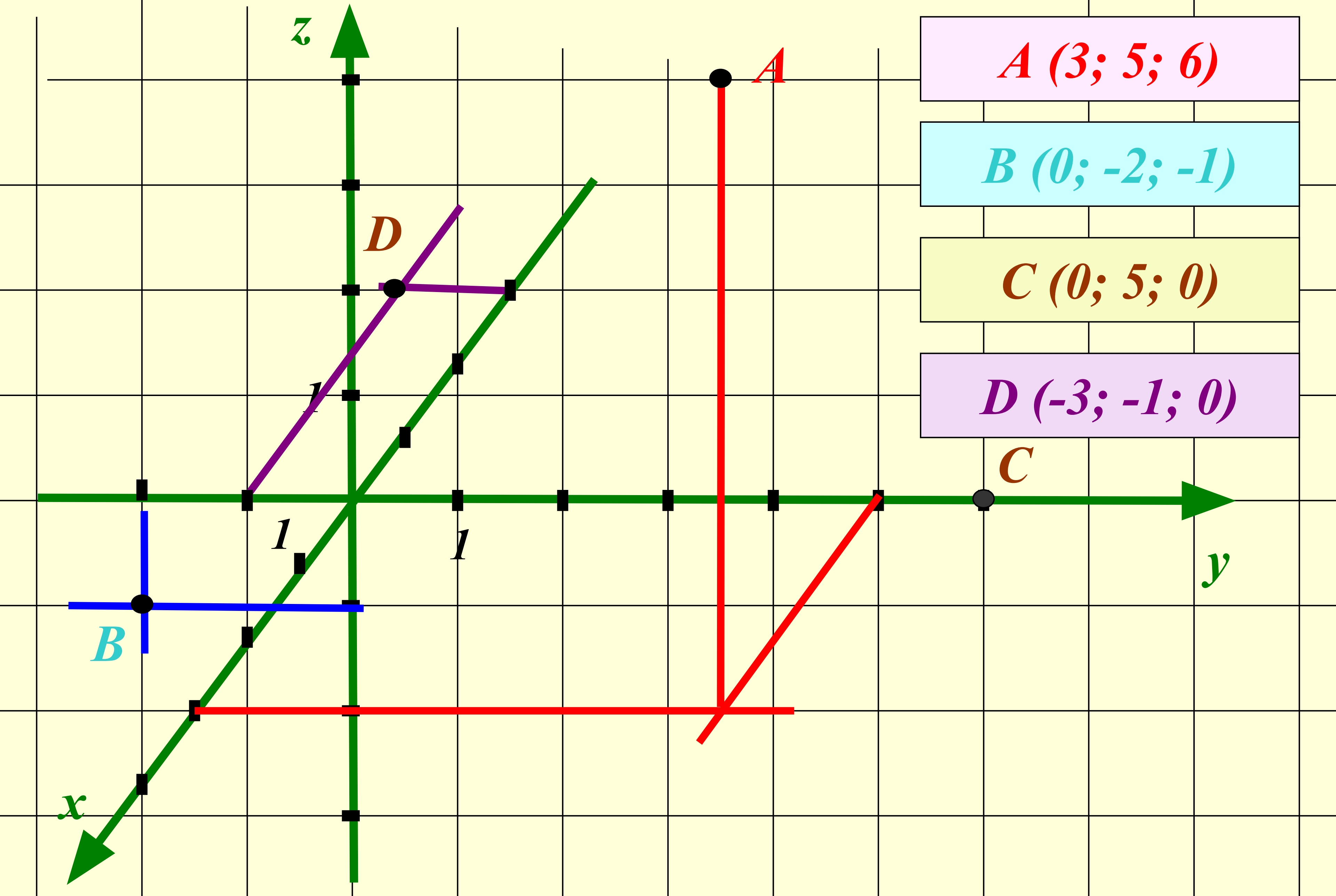


Проверка

D (4; 0; 4)



Определите координаты точек:



A (3; 5; 6)

B (0; -2; -1)

C (0; 5; 0)

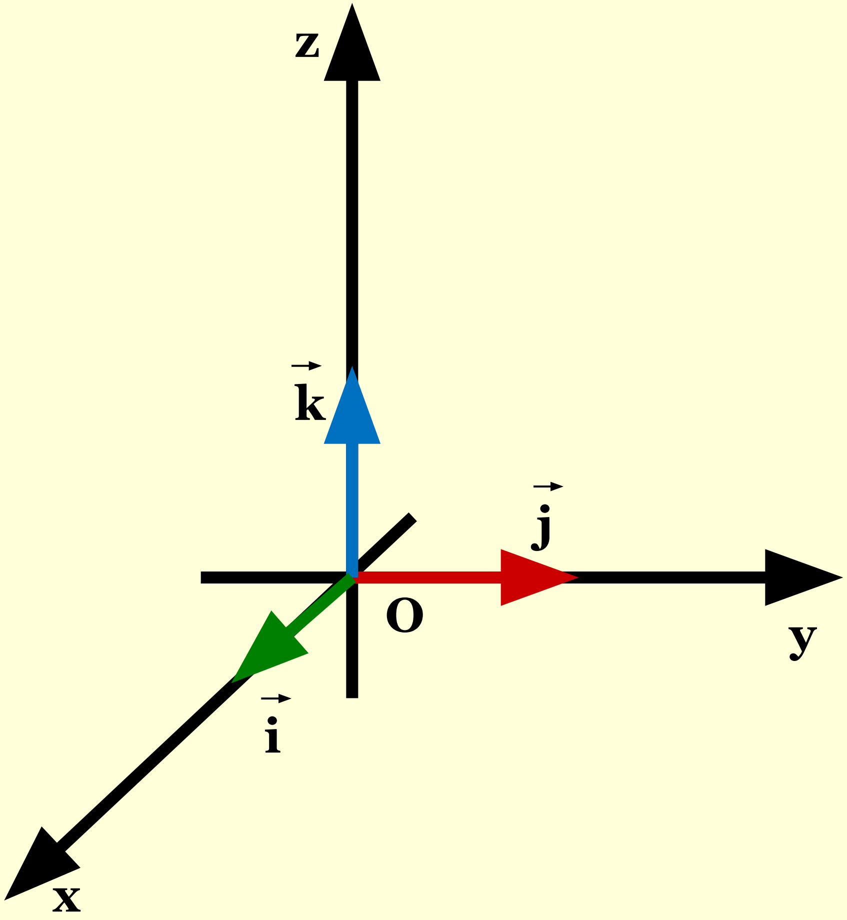
D (-3; -1; 0)

Координаты вектора

На каждой из положительных полуосей отложим от начала координат единичный вектор, т.е. вектор, длина которого равна единицы.

$\vec{i}\ ,\vec{j}\ ,\vec{k}$ -

координатные вектора



Разложение по координатным векторам

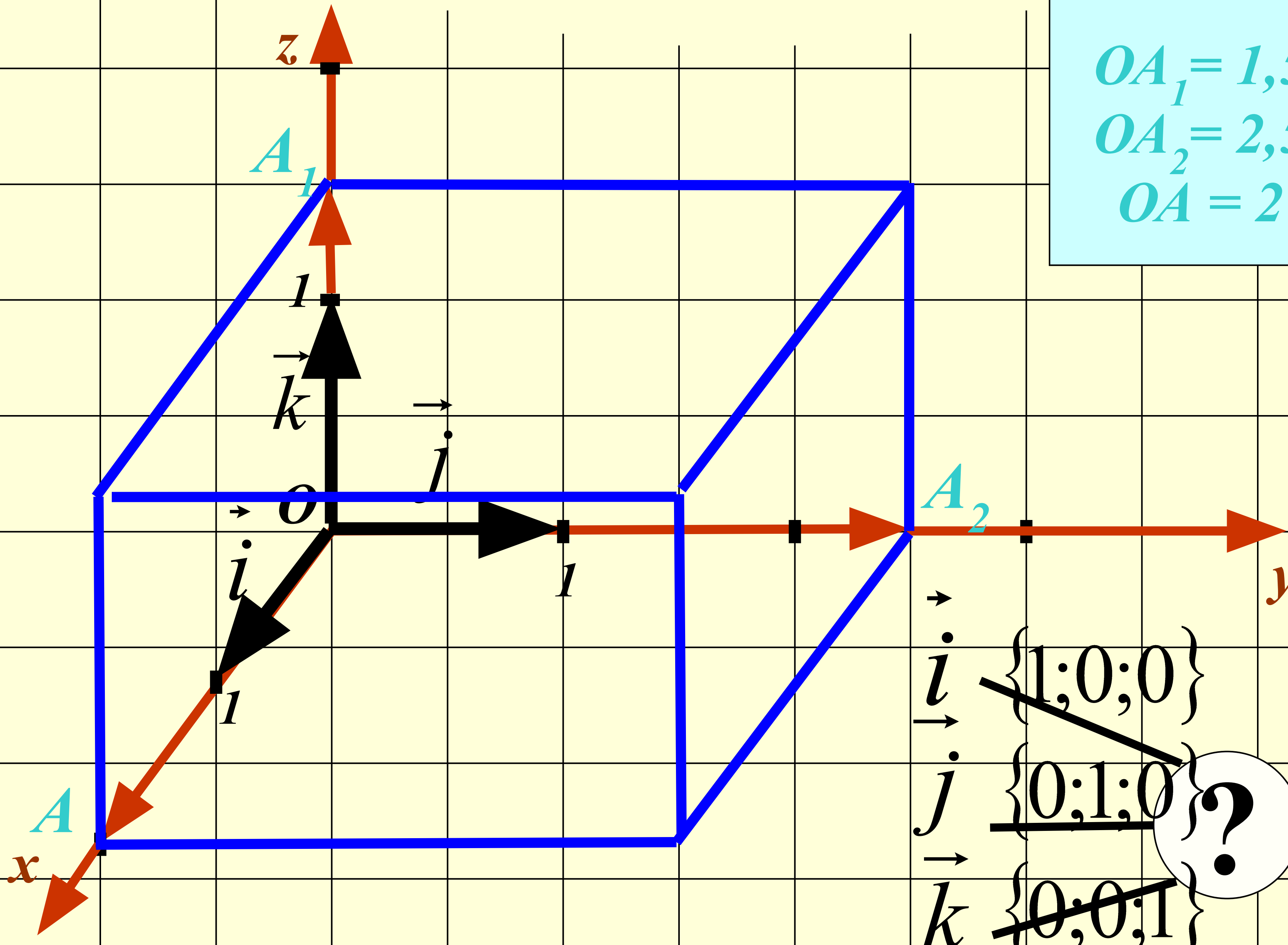
Любой вектор а можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Причем коэффициенты разложения x, y, z определяются единственным образом.

$$\vec{a}\{x; y; z\}$$

Определите координаты векторов:



$OA_1 = 1{,}5$
$OA_2 = 2{,}5$
$OA = 2$

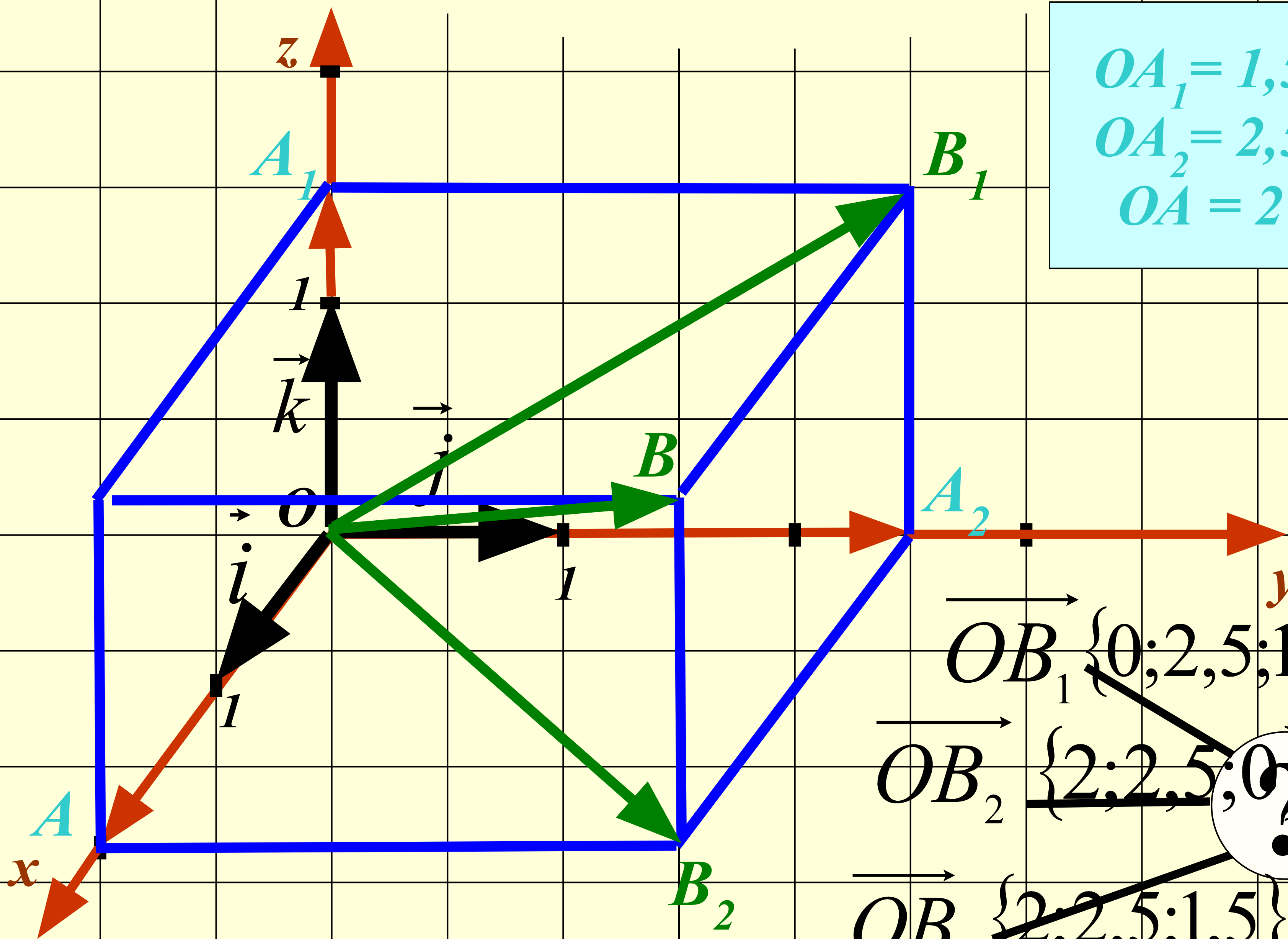
$\vec{i}\,\{1;0;0\}$

$\vec{j}\,\{0;1;0\}$

$\vec{k}\,\{0;0;1\}$

?

Определите координаты векторов:



$OA_1 = 1,5$
$OA_2 = 2,5$
$OA = 2$

$\overrightarrow{OB_1}\{0;2,5;1,5\}$

$\overrightarrow{OB_2}\{2;2,5;0\}$

$\overrightarrow{OB}\{2;2,5;1,5\}$

Разложите все векторы по координатным векторам

Проверяем:

$$\overrightarrow{OA_1} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1{,}5 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA_2} = 0 \cdot \vec{i} + 2{,}5 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OA} = 2 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB_1} = 0 \cdot \vec{i} + 2{,}5 \cdot \vec{j} + 1{,}5 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB_2} = 2 \cdot \vec{i} + 2{,}5 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 2 \cdot \vec{i} + 2{,}5 \cdot \vec{j} + 1{,}5 \cdot \vec{k}$$

Правила действий над векторами с заданными координатами

1. Равные векторы имеют равные координаты.

Пусть $\begin{cases} \vec{a}\{x_1; y_1; z_1\} \\ \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\} \end{cases}$ $\vec{a} = \vec{b}$ ***, тогда***

$$\vec{a}\{x_1\vec{i}; y_1\vec{j}; z_1\vec{k}\} \quad \vec{b}\{x_2\vec{i}; y_2\vec{j}; z_2\vec{k}\} \quad \vec{a} - \vec{b} = \vec{0}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} - \left(x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}\right) =$$
$$= (x_1 - x_2)\cdot\vec{i} + (y_1 - y_2)\cdot\vec{j} + (z_1 - z_2)\cdot\vec{k} = 0\cdot\vec{i} + 0\cdot\vec{j} + 0\cdot\vec{k} = \vec{0}$$

Следовательно $\boxed{x_1 = x_2;\ y_1 = y_2;\ z_1 = z_2}$

Правила действий над векторами с заданными координатами

2. Каждая координата суммы двух (и более) векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.

Дано: $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Доказать: $\vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$

$$\vec{a}\{x_1\vec{i}; y_1\vec{j}; z_1\vec{k}\} \quad \vec{b}\{x_2\vec{i}; y_2\vec{j}; z_2\vec{k}\}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k} + \left(x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}\right) =$$

$$= (x_1 + x_2)\cdot\vec{i} + (y_1 + y_2)\cdot\vec{j} + (z_1 + z_2)\cdot\vec{k} = \vec{c}$$

Следовательно $\boxed{\vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}}$

Правила действий над векторами с заданными координатами

3. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты на это число.

Дано: $\vec{a}\{x; y; z\}$ α *– произв.число* $\alpha \cdot \vec{a} = \vec{c}$

Доказать: $\vec{c}\{\alpha \cdot x; \alpha \cdot y; \alpha \cdot z\}$

4. Каждая координата разности двух векторов равна число равна разности соответствующих координат на этих векторов.

Дано: $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$ $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$ $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

Доказать: $\vec{c}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$

Доказательства выполнить дома.

Домашнее задание:

Доказательства двух правил действий над векторами.

№№ 403, 404, 407

Повторить определение средней линии треугольника и теорему о средней линии треугольника.