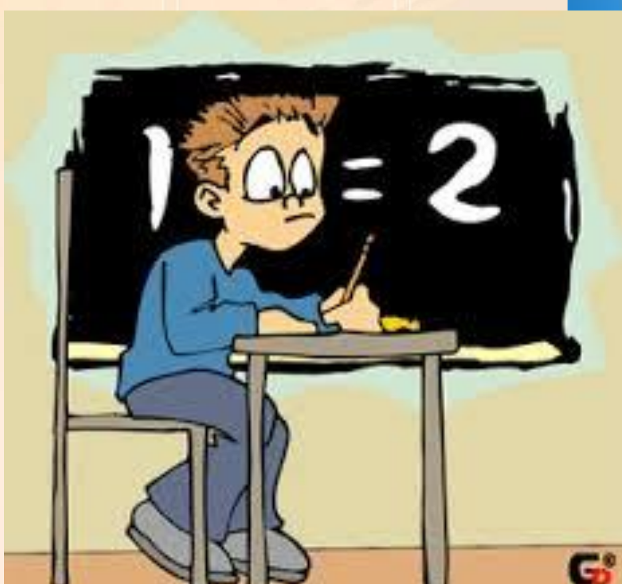
ГУО «Средняя школа №9 г.Слуцка»

Методы решения тригонометрических уравнений

Учитель математики: Тарасова Галина Ивановна

tgα ctgα = 1
2sin²α = 1 − cos 2α
cos 2α = 2cos²α − 1
f′(x) = lim
x→0



1 = 2

«СИЛУ УМУ ПРИДАЮТ

УПРАЖНЕНИЯ,

А НЕ ПОКОЙ»

А . ПОП

- разложение на множители;
-способ замены (сведение к алгебраическим уравнениям);
-сведение к уравнениям, однородным относительно sin x и cos x;
- введение вспомогательного аргумента.
-преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Пример 1

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Пусть $\sin x = t$, *где* $t \in [-1; 1]$, *тогда*

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = 2, \text{– не удовлетворяет условию } t \in [-1; 1] \\ t_2 = \dfrac{1}{2}; \end{array}\right.$$

Вернемся к исходной переменной

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n, \; n \in Z$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \; n \in Z$$

Ответ: $(-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, \; n \in Z.$

Пример 2

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$$

Поскольку $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, *то*

$$\cos^2 x - \left(1 - \cos^2 x\right) - \cos x = 0$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Пусть $\cos x = t$, *где* $t \in [-1; 1]$, *тогда*

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = 1, \\ t_2 = -\frac{1}{2}; \end{array}\right.$$

Вернемся к исходной переменной:

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 1, \\ \cos x = -\frac{1}{2}; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\pi k, k \in Z \\ x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\pi k, k \in Z \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z \end{array}\right.$$

Ответ: $2\pi k, k \in Z; \ \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$

Пример 3

$$2\sin x\boxed{\cos 5x} - \boxed{\cos 5x} = 0$$

$$\boxed{\cos 5x}(2\sin x - 1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 2\sin x - 1 = 0, \\ \cos 5x = 0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{1}{2}, \\ \cos 5x = 0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = (-1)^n \arcsin\dfrac{1}{2} + \pi n, n \in Z \\ 5x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = (-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z \\ x = \dfrac{\pi}{10} + \dfrac{\pi k}{5}, k \in Z \end{array}\right.$$

Ответ : $(-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z;\ \dfrac{\pi}{10} + \dfrac{\pi k}{5}, k \in Z.$

Однородные тригонометрические уравнения

*Уравнение вида $a \sin x + b \cos x = 0$ называют **однородным тригонометрическим уравнением первой степени.***

$$a \sin x + b \cos x = 0 \quad \Big| : \cos x$$

$$\frac{a \sin x}{\cos x} + \frac{b \cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}$$

$$a \operatorname{tg} x + b = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$$

Замечание.

Деление на $\cos x$ допустимо, поскольку решения уравнения $\cos x = 0$ не являются решениями уравнения $a \sin x + b \cos x = 0$.

Однородные тригонометрические уравнения

Уравнение вида $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$ *называют* ***однородным тригонометрическим уравнением второй степени.***

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0 \quad \Big| : \cos^2 x$$

$$\frac{a \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{b \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{c \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{0}{\cos^2 x}$$

$$a\,\mathrm{tg}^2 x + b\,\mathrm{tg}\, x + c = 0$$

Далее, вводим новую переменную $\mathrm{tg}\, x = t$ *и решаем методом замены переменной.*

Замечание. *Если в данном уравнении* $a = 0$ *или* $c = 0$ *то, уравнение решается методом разложения на множители.*

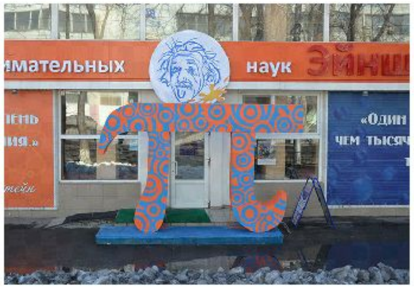
КЛАССИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ

1. Простейшие тригонометрические ур-ия - 7;9; 11
2. Решение с помощью замены переменной - 2
3. Способ разложения на множители - 8; 12
4. Однородные уравнения 1 степени - 3; 6
5. Однородные уравнения 2 степени - 1; 10; 13
6. Использование основн. тр. тождества - 5; 14; 16
7. Метод вспомогательного аргумента - 4
8. Преобразование сумм тр. ф-ций в произведение– 15; 17
9. НЕ ЗНАЮ

14 марта

Международный день числа «Пи»

Пи

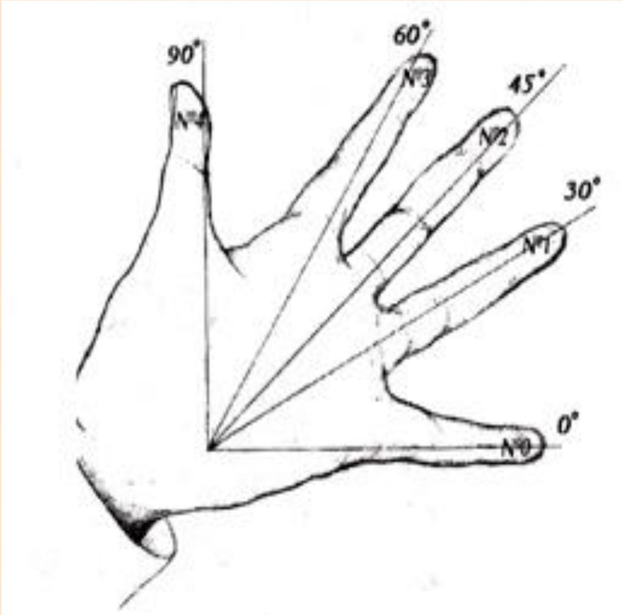


π

- Т


ТРИГОНОМЕТРИЯ
Сферы
применения
Астрономия
Геодезия
Картография
Механика
Оптика
Акустика
Строительство
Архитектура
Дизайн
Навигация
Медицина
Музыка
Спорт

$$\sin 90^0 = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$$



№0 Мизинец 0°
№1 Безымянный 30°
№2 Средний 45°
№3 Указательный 60°
№4 Большой 90°
n - номер пальца

$$\sin = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

$$\sin 0^0 = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$$

$$\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 30^0 = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ТЕСТОВАЯ ПЯТИМИНУТКА

1. $2\sin x + 3\cos x = 10$

2. $|8x^2 + x - 18| + |\cos x - 1| = -2^{2018}$


СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!