

*ГУО «Средняя школа №9 г.Слуцка»*

# Методы решения тригонометрических уравнений

*Учитель математики: Тарасова Галина Ивановна*



**«СИЛУ УМУ ПРИДАЮТ  
УПРАЖНЕНИЯ,  
А НЕ ПОКОЙ»**

**А . ПОП**



- разложение на множители;
- способ замены (сведение к алгебраическим уравнениям);
- сведение к уравнениям, однородным относительно  $\sin x$  и  $\cos x$ ;
- введение вспомогательного аргумента.
- преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

# Пример 1

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Пусть  $\sin x = t$ , где  $t \in [-1; 1]$ , тогда

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} t_1 = 2, \text{ не удовлетворяет условию } t \in [-1; 1] \\ t_2 = \frac{1}{2}; \end{array} \right.$$

Вернемся к исходной переменной

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in Z$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$$

$$\text{Ответ : } (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$$

## Пример 2

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$$

Поскольку  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ , то

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$$

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Пусть  $\cos x = t$ , где  $t \in [-1; 1]$ , тогда

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$\begin{cases} t_1 = 1, \\ t_2 = -\frac{1}{2}; \end{cases}$$

Вернемся к исходной переменной:

$$\begin{cases} \cos x = 1, \\ \cos x = -\frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Ответ :  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$

### Пример 3

$$2\sin x \cos 5x - \cos 5x = 0$$

$$\cos 5x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\left[ \begin{array}{l} 2\sin x - 1 = 0, \\ \cos 5x = 0; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2}, \\ \cos 5x = 0; \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in Z \\ 5x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z \end{array} \right.$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z \\ x = \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}, k \in Z \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ : } (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}, k \in Z.$$

# Однородные тригонометрические уравнения

Уравнение вида  $a \sin x + b \cos x = 0$  называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.

$$a \sin x + b \cos x = 0 \quad | : \cos x$$
$$\frac{a \sin x}{\cos x} + \frac{b \cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}$$
$$a \operatorname{tg} x + b = 0$$
$$\operatorname{tg} x = -\frac{b}{a}$$

Замечание.

Деление на  $\cos x$  допустимо, поскольку решения уравнения  $\cos x = 0$  не являются решениями уравнения  $a \sin x + b \cos x = 0$ .

# Однородные тригонометрические уравнения

Уравнение вида  $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$  называют *однородным тригонометрическим уравнением второй степени*.

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x$$
$$\frac{a \sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{b \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{c \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{0}{\cos^2 x}$$
$$a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0$$

Далее, вводим новую переменную  $\operatorname{tg} x = t$  и решаем методом замены переменной.

Замечание. Если в данном уравнении  $a = 0$  или  $c = 0$  то, уравнение решается методом разложения на множители.

# КЛАССИФИКАЦИЯ УРАВНЕНИЙ

1. Простейшие тригонометрические уравнения - 7; 9; 11
2. Решение с помощью замены переменной - 2
3. Способ разложения на множители - 8; 12
4. Однородные уравнения 1 степени - 3; 6
5. Однородные уравнения 2 степени - 1; 10; 13
6. Использование основн. тр. тождества - 5; 14; 16
7. Метод вспомогательного аргумента - 4
8. Преобразование сумм тр. ф-ций в произведение - 15; 17
9. НЕ ЗНАЮ



**14 марта**

Международный день  
числа «Пи»



$\pi$



# ТРИГОНОМЕТРИЯ

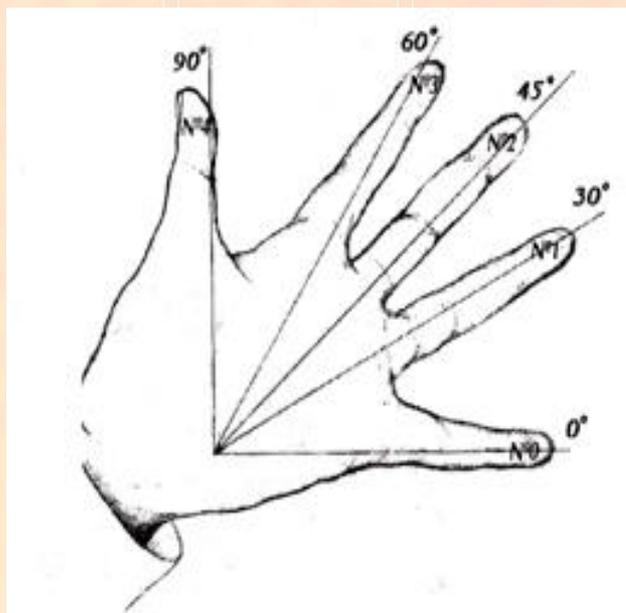
## Сферы

- Астрономия
- Геодезия
- Картография
- Механика
- Оптика
- Акустика
- .....
- .....
- .....



## применения

- Строительство
- Архитектура
- Дизайн
- Навигация
- Медицина
- Музыка
- Спорт
- .....
- .....



$$\sin 90^{\circ} = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$$

№0 Мизинец  $0^{\circ}$

№1 Безымянный  $30^{\circ}$

№2 Средний  $45^{\circ}$

№3 Указательный  $60^{\circ}$

№4 Большой  $90^{\circ}$

*n* - номер пальца

$$\sin 0^{\circ} = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$$

$$\sin = \frac{\sqrt{n}}{2}$$

$$\sin 30^{\circ} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



# ТЕСТОВАЯ ПЯТИМИНУТКА

1.  $2\sin x + 3\cos x = 10$

2.  $|8x^2 + x - 18| + |\cos x - 1| = -2^{2018}$



**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**