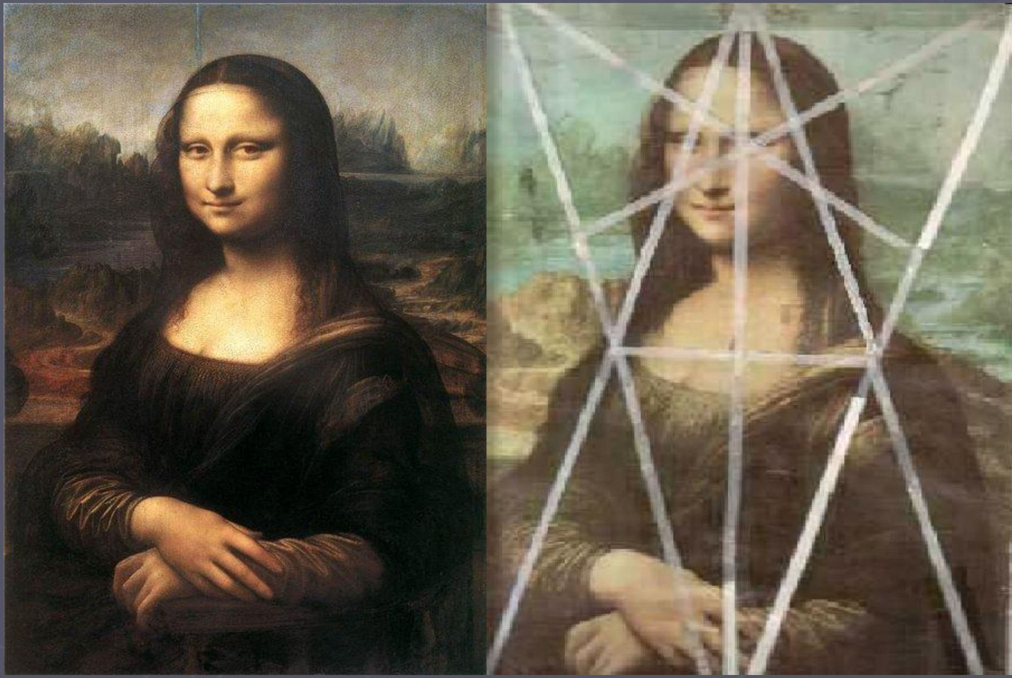
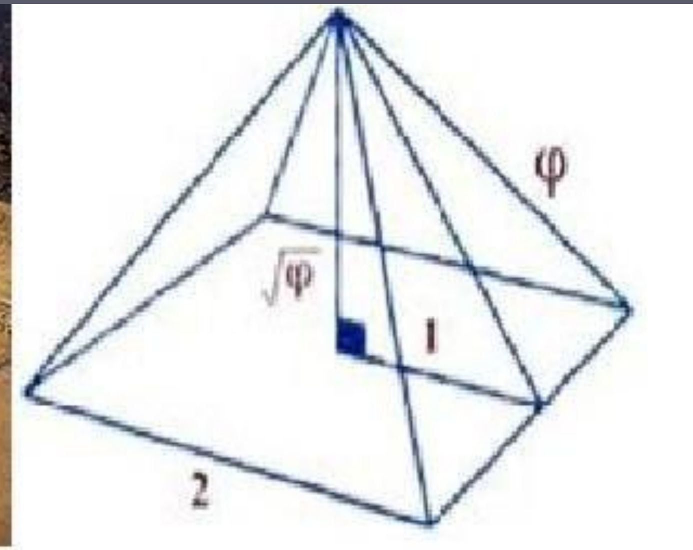
Математическая графика.

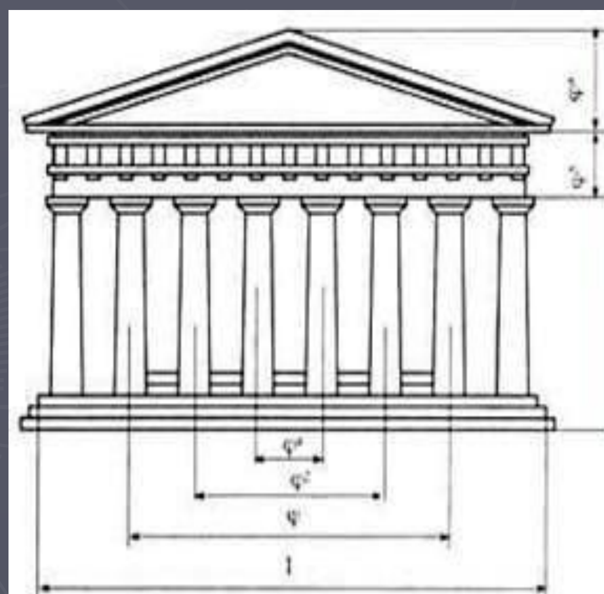
Подготовила: учитель математики
Новичихина Л. Е.

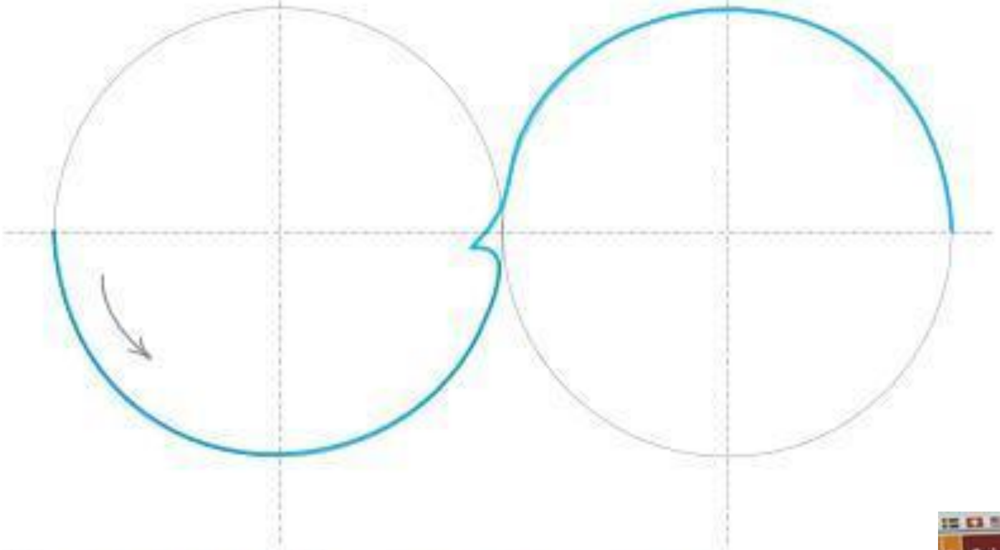
Математика и живопись.

- В искусстве существует математическая теория живописи. Это теория перспективы, по словам Леонардо до Винчи, «тончайшее исследование и изобретение, основанное на изучении математики, которое силою линий заставляло казаться отдаленным то, что близко, и большим то, что невелико».

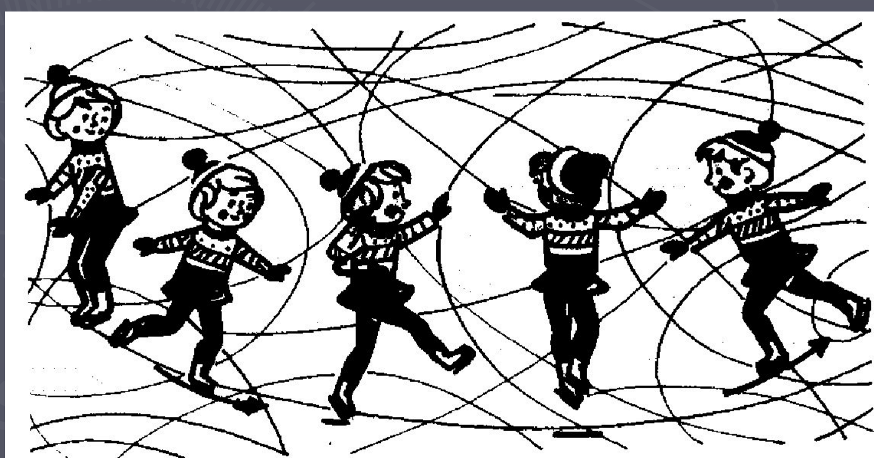


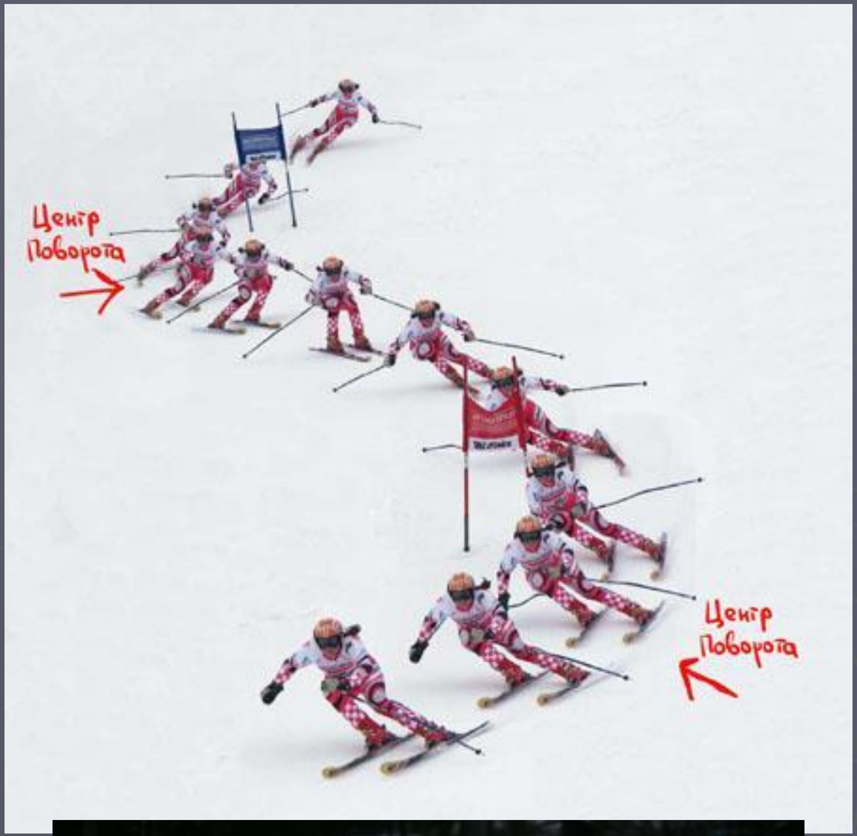

φ
√φ
1
2


φ
1



Схематические изображение следа крюка на льду




Центр Поворота
Центр Поворота

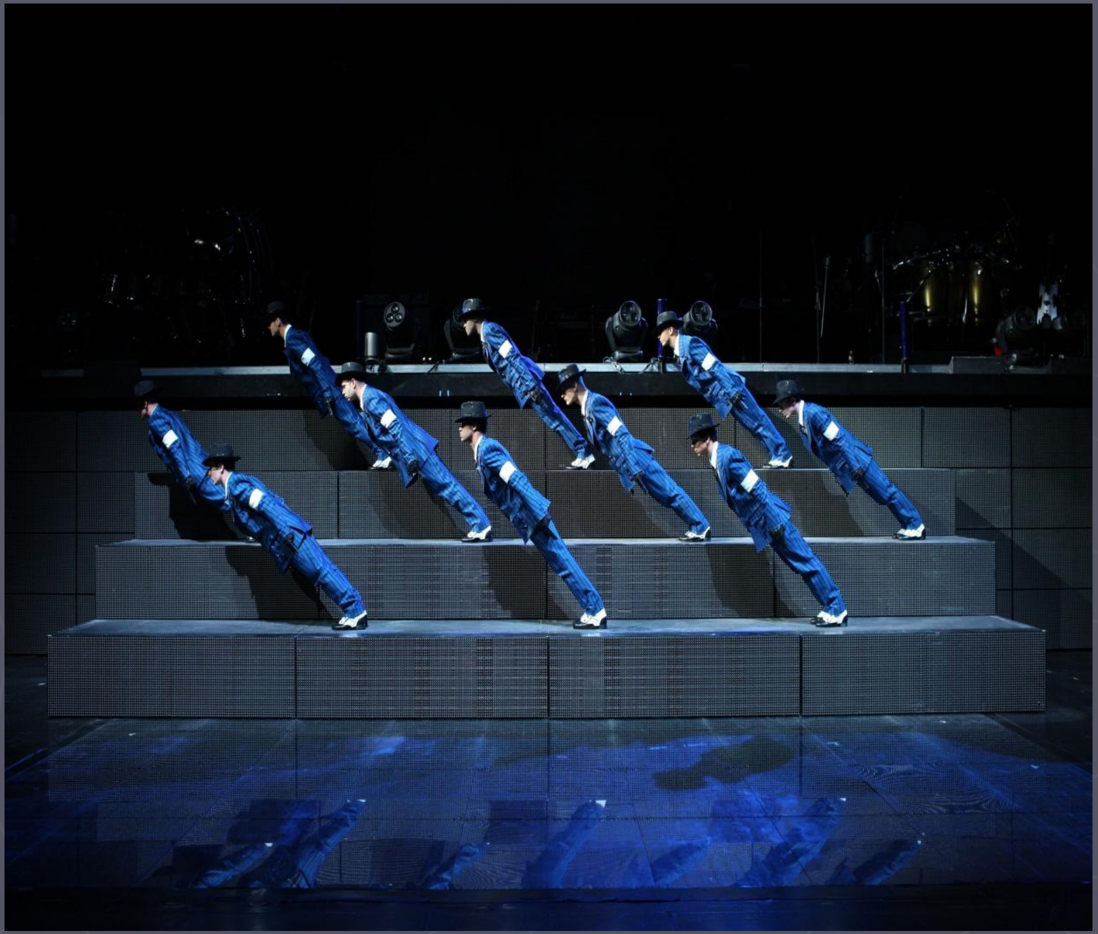

траектория движения лыж
траектория движения ЦТ
вешка
рис. 7


E-D-U.ru

«Там, где красота, там действуют законы математики». (Г.Х.Харди)

► Эстетика геометрической формы, в частности эстетика линии, привлекала к себе внимание не только математиков. При этом красоту линии авторы обычно ставят в зависимость от сложности закона, по которому она строится или который она выражает.

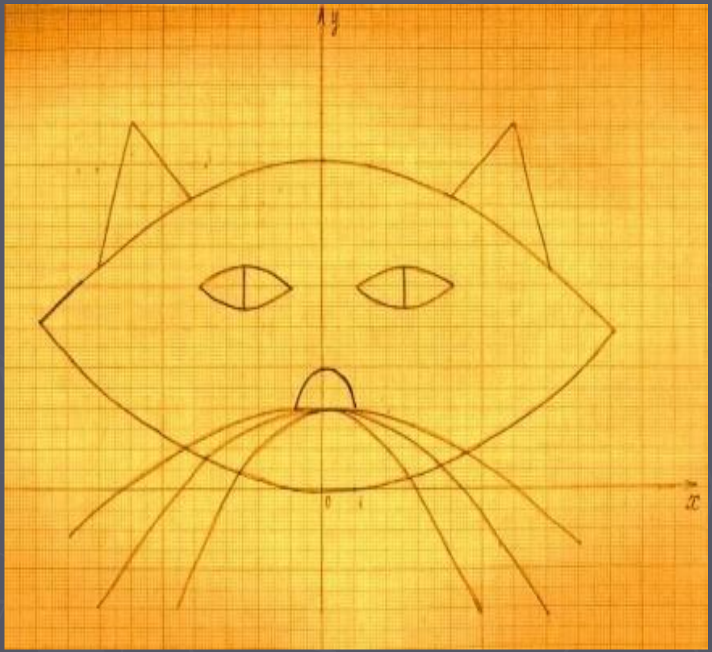
- Даже создать красивый танец невозможно без графиков математических функций. Красивый танец - это красивый график. Все движения танцоров подчиняются строгой гармонической линии.



Математическая графика

Альбом заданий

- Метод «математической графики» использует построение графика функции и его преобразований в комплексе.



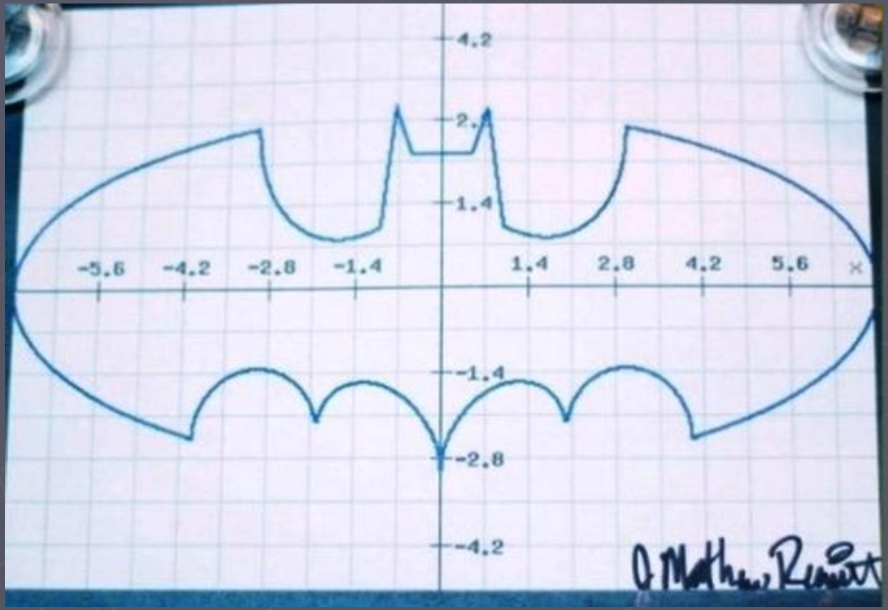
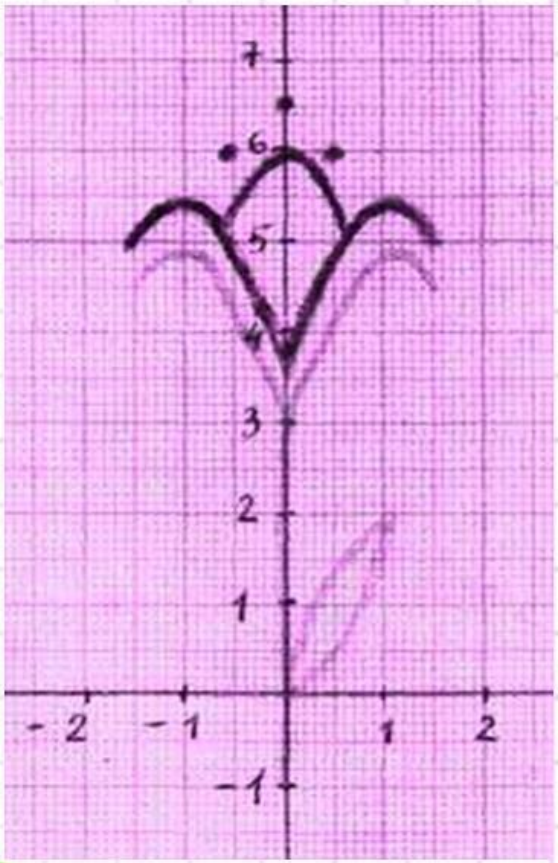


Рисунок 1. Цветок



$$y=-2x^2+6,\ x\in[-0,7;0,7]$$

$$y=-2(x-1)^2+5,\ x\in[0;1]$$

$$y=-2(x-1)^2+5\frac{1}{2},\ x\in\left[0;1\frac{1}{2}\right]$$

$$y=-2(x+1)^2+5,\ x\in[-1;0]$$

$$y=-2(x+1)^2+5\frac{1}{2},\ x\in\left[-1\frac{1}{2};0\right]$$

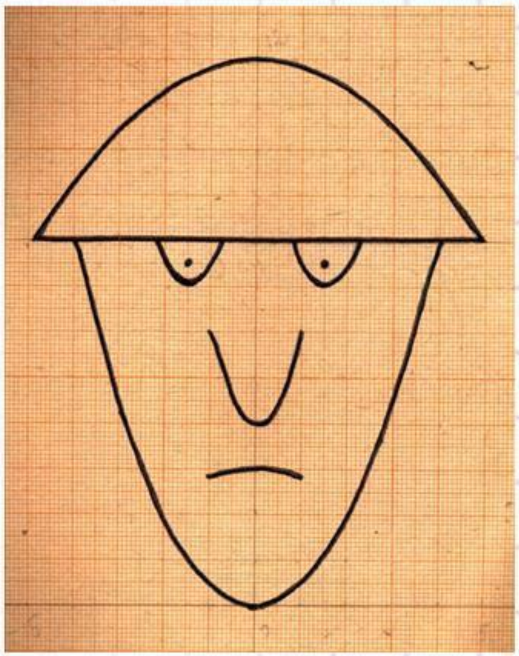
$$x=0,\ y\in[-1;3]$$

$$y=-2(x-1)^2+2,\ x\in[0;1]$$

$$y=2x^2,\ x\in[0;1]$$

$$\left(0;6\frac{1}{2}\right);\left(-\frac{1}{2};6\right);\left(\frac{1}{2};6\right)$$

Рисунок 2. Колонизатор



$$y = \frac{1}{2}x^2, x \in [-4;4]$$

$$y - 2x^2, x \in [-1;1]$$

$$y = -\frac{1}{6}x^2 + 3, x \in [-1;1]$$

$$y = -\frac{1}{6}x^2 + 12, x \in [-4{,}9;4{,}9]$$

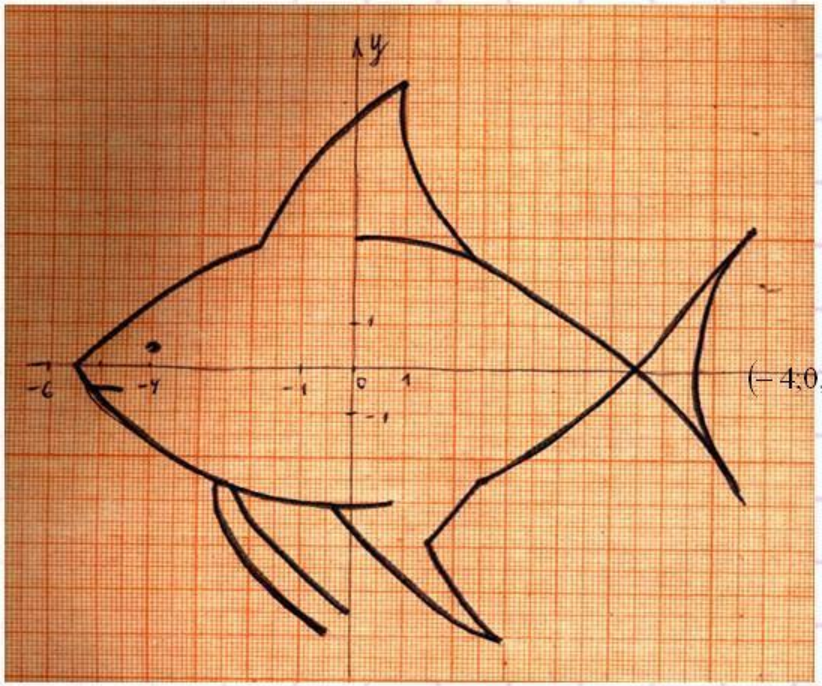
$$y = 8, x \in [-4{,}9;4{,}9]$$

$$y = 2(x - 1{,}5)^2 + 7, x \in [0{,}8;2{,}2]$$

$$y = 2(x + 1{,}5)^2 + 7, x \in [-2{,}2;-0{,}8]$$

$$(1{,}5;7{,}5)$$

Рисунок 3. Скалярия



$(-4;0,5)$

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 3,\ x \in [-5,5;8]$$

$$y = \frac{1}{10}x^2 - 3,\ x \in [-5,5;8]$$

$$x = \frac{1}{10}(y + 1,5)^2 - 2,\ y \in [-5,5;7]$$

$$x = \frac{1}{10}y^2 + 6,7;\ y \in [-2;2]$$

$$x = -\frac{1}{10}y^2 - 3,\ y \in [-2;2]$$

$$y = -0,5;\ x \in [-5;-4,5]$$

$$x = \frac{1}{10}y^2 - 3,\ y \in [-5,5;-2,5]$$

$$x = \frac{1}{10}(y - 1)^2 - 3,\ y \in [-6;-2,3]$$

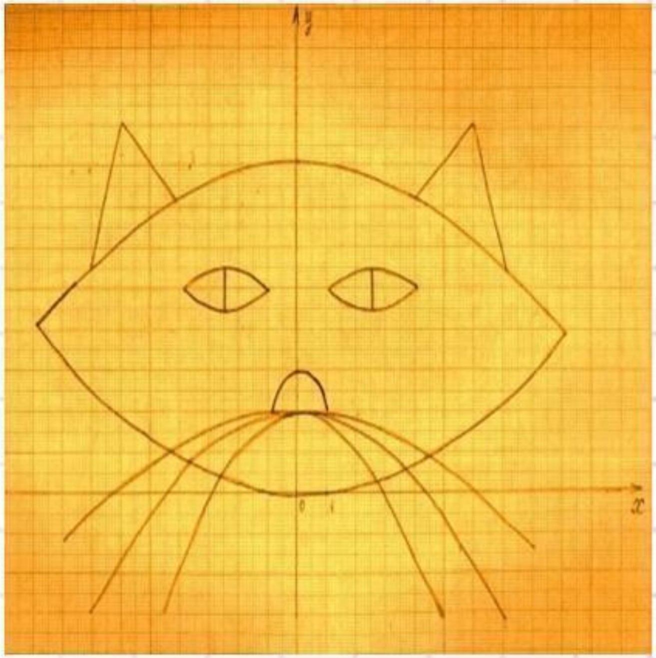
$$x = \frac{1}{10}(y + 6)^2 + 1,\ y \in [7;2,5]$$

$$x = \frac{1}{10}(y - 1,5)^2 + 1,\ y \in [-5,-4]$$

$$y = \frac{13}{8}x - 6,5;\ x \in [1,5;2,5]$$

$$(-4;0,5)$$

Рисунок 4. Кот



$$y = \frac{1}{20}x^2,\ x \in [-9;9]$$

$$y = -\frac{1}{20}x^2 + 8,\ x \in [-9;9]$$

$$y = -\frac{1}{20}x^2 + 2,\ x \in [-8;9]$$

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 2,\ x \in [-7;7]$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2,\ x \in [-4{,}5;4{,}5]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x - 2{,}5)^2 + 5{,}5,\ x \in [1;4]$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2{,}5)^2 + 4{,}5,\ x \in [1;4]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2{,}5)^2 + 5{,}5,\ x \in [-4;1]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2{,}5)^2 + 4{,}5,\ x \in [-4;1]$$

$$x = 2{,}5,\ y \in [4{,}5;5{,}5]$$

$$x = -2{,}5,\ y \in [4{,}5;5{,}5]$$

$$(y + 2)^2 + x^2 = 1,\ y \in [2;3]$$

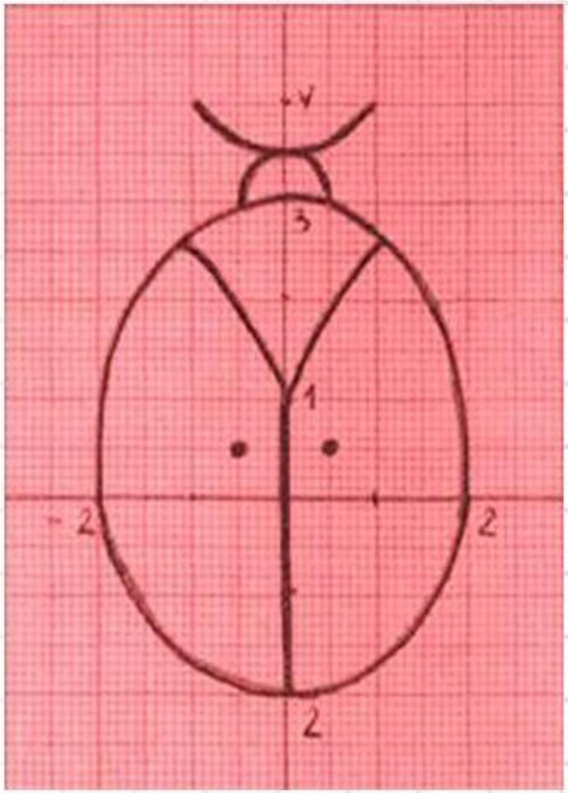
$$y = x + 3,\ x \in [4;6]$$

$$y = -x + 3,\ x \in [-6;-4]$$

$$y = -3{,}5x + 3,\ x \in [6;7]$$

$$y = -3{,}5x - 12,\ x \in [-7;6]$$

Рисунок 5. Жучок



$x^2 + y^2 = 4,\ y \in [-2;0]$

$x^2 + (y-1)^2 = 4,\ y \in [1;3]$

$x = 0,\ y \in [-2;1]$

$y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3,\ x \in [0;1,2]$

$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3,\ x \in [-1,2;0]$

$x^2 + (y-3)^2 = \frac{1}{4},\ y \in [3;3,5]$

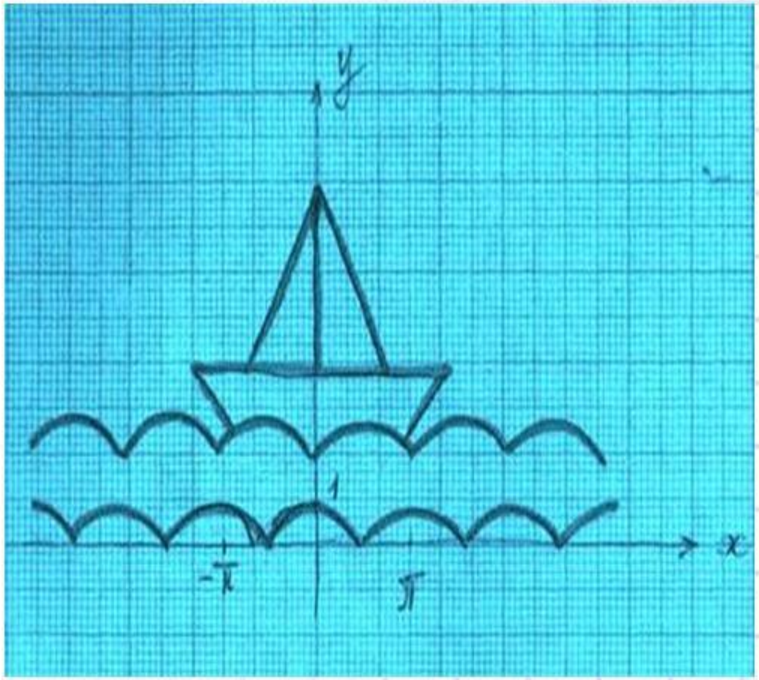
$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3,5,\ x \in [-1;1]$

$(0,5;0,5), (-0,5;0,5)$ – *точки*

$x = 2,\ y \in [0;1]$

$x = -2,\ y \in [0;1]$

Рисунок 6. Кораблик на волнах



$$y=|\cos x|, x\in[-3\pi,3\pi]$$

$$y=|\sin x|+2, x\in[-3\pi;3\pi]$$

$$y=|x|, x\in[-4;-2{,}5] u [2{,}5;4]$$

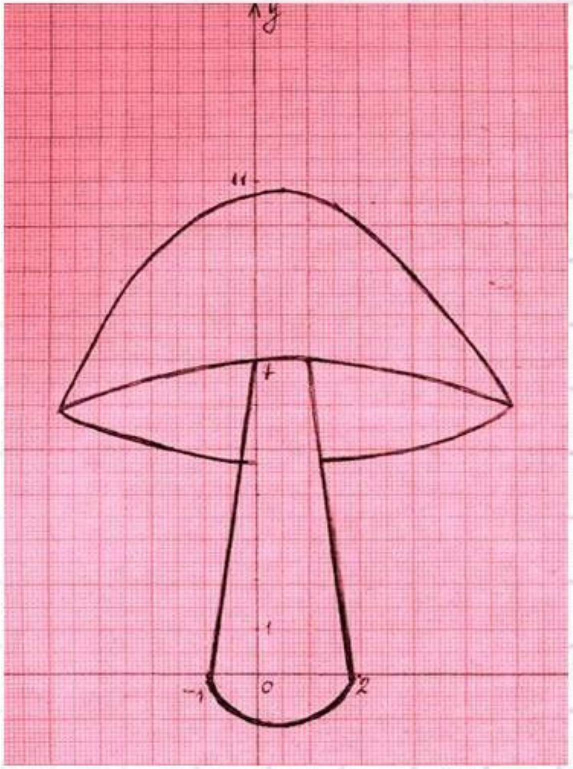
$$x=0, y\in[4;8]$$

$$y=2x+8, x\in[-2;0]$$

$$y=-2x+8, x\in[0;2]$$

$$y=4, x\in[-4;4]$$

Рисунок 7. Гриб



$$y=-\frac{1}{4}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+10,\ x\in[-4{,}2;5{,}2]$$

$$y=-\frac{1}{20}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+6,\ x\in[-4{,}2;5{,}2]$$

$$y=\frac{1}{20}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+3{,}8,\ x\in[-4{,}2;-0{,}3]\,и\,[1{,}3;5{,}2]$$

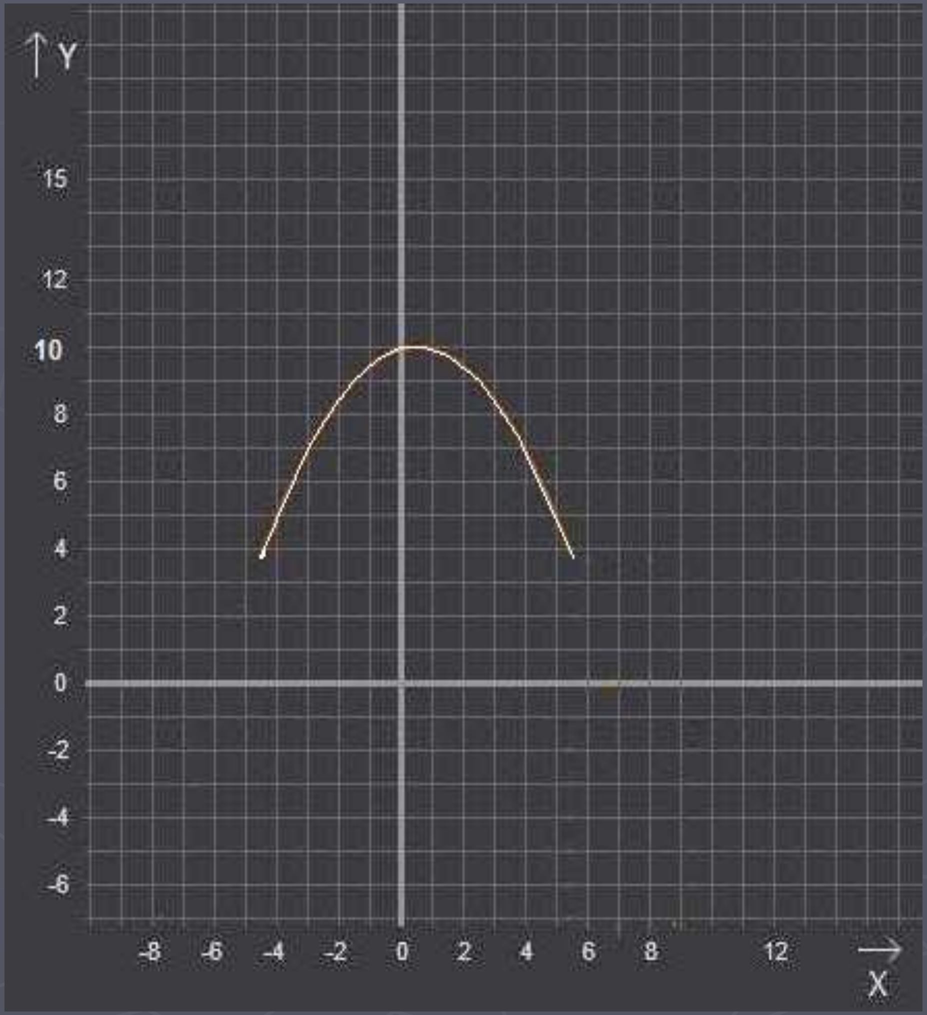
$$y=\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-2,\ x\in[-1;2]$$

$$y=-7x+13,\ x\in[1;2]$$

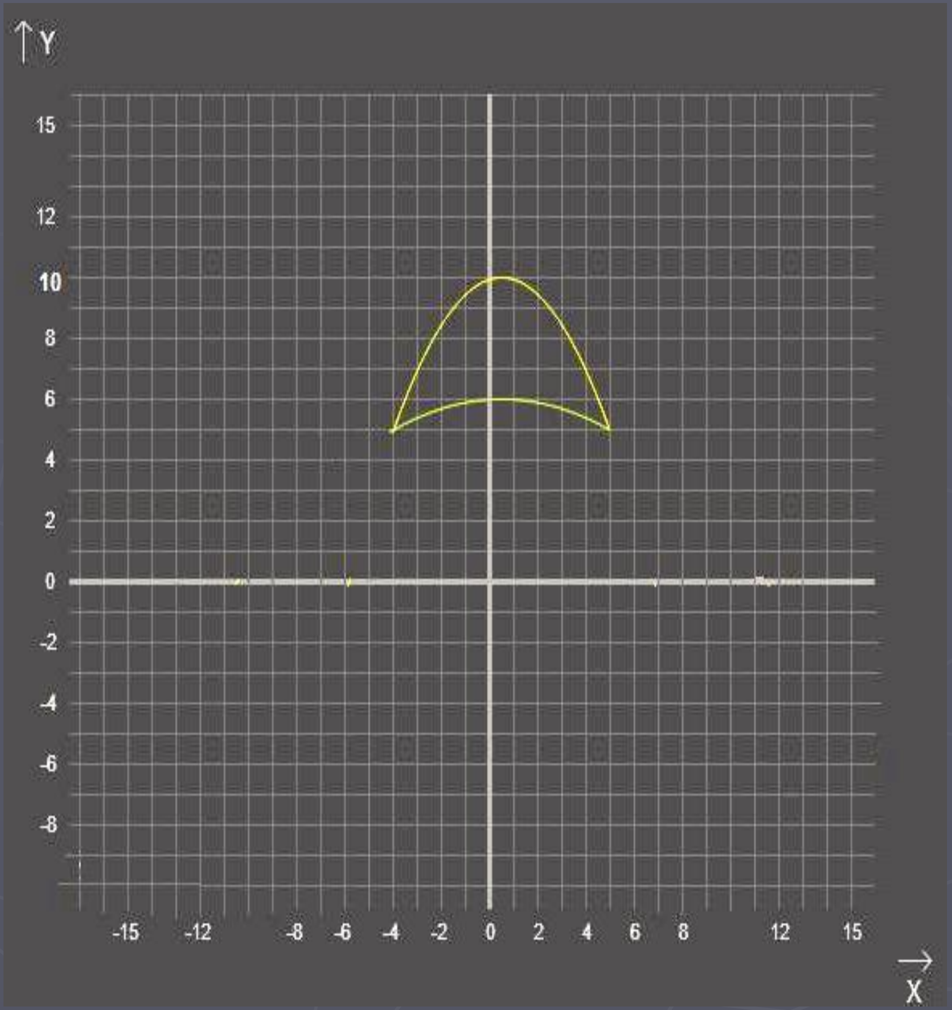
$$y=7x+6,\ x\in[-1;0]$$

Построим пошагово рисунок 7 (гриб).

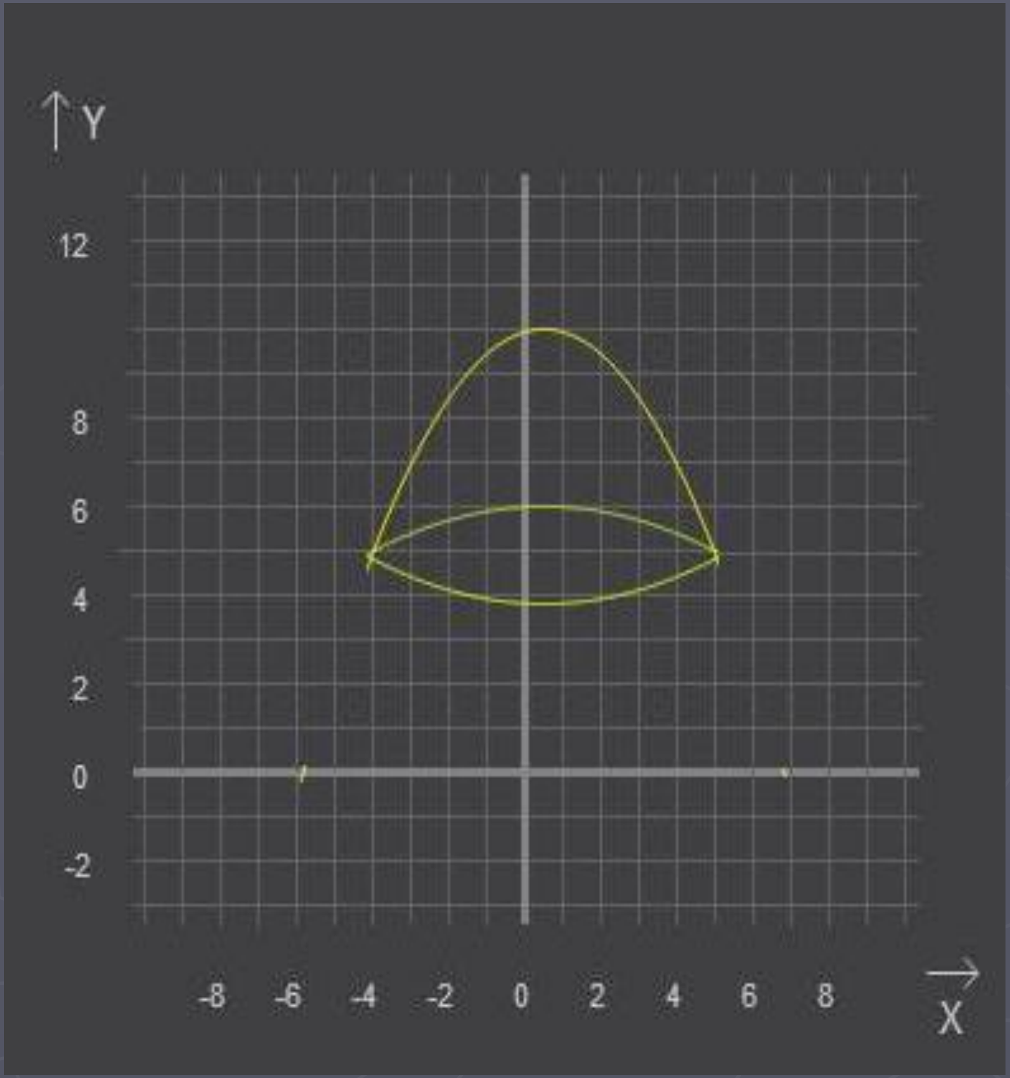
Построим график функции
$y= - ¼ (x- ½)^2 +10$, где x
Принадлежит промежутку [4,2 ; 5,2] .
Данная функция получена из функции
$y=x^2$ (парабола) с помощью
преобразований.
$x= ½$ и $y=10$ - вспомогательные оси,
$k= - ¼$, т.к. $k<0$, то зеркальное
отражение графика относительно оси
ОХ (ветви параболы будут направлены
вниз) и растяжение графика $y =x^2$
вдоль оси ОУ в $|a|$ раз
(при $|a|< 1$– это сжатие в 1/а раз), в
нашем случае сжатие в ¼ раз.
Выполнив все преобразования, имеем:



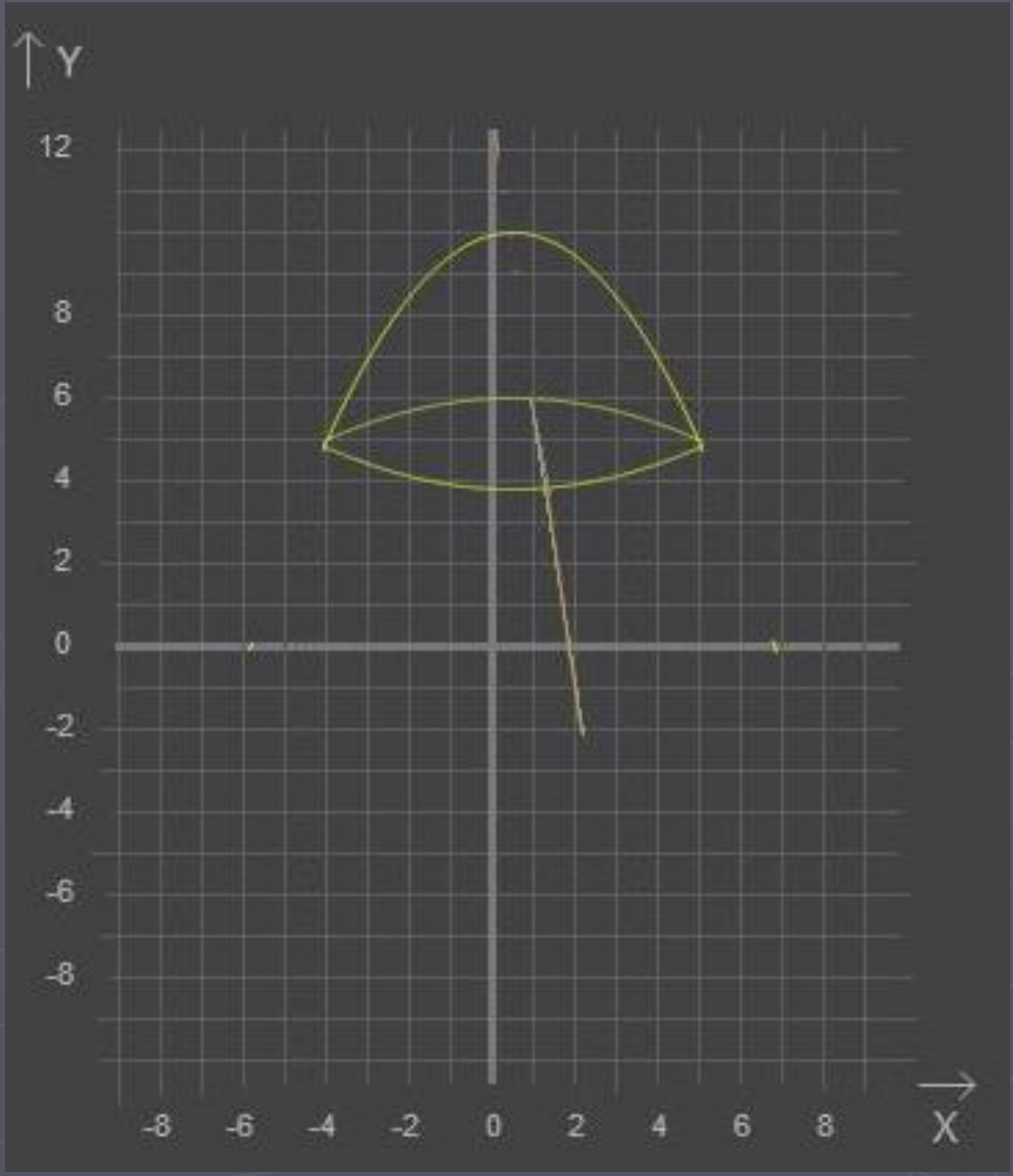
В этой же системе координат построим аналогично график функции для $y = -1/20(x - ½)^2 + 6$, где x так же принадлежит промежутку $[-4{,}2;\ 5{,}2]$. $x=1/2$ и $y=6$ – вспомогательные оси, а сжатие в 1/20 раз. Выполнив преобразования, получим:



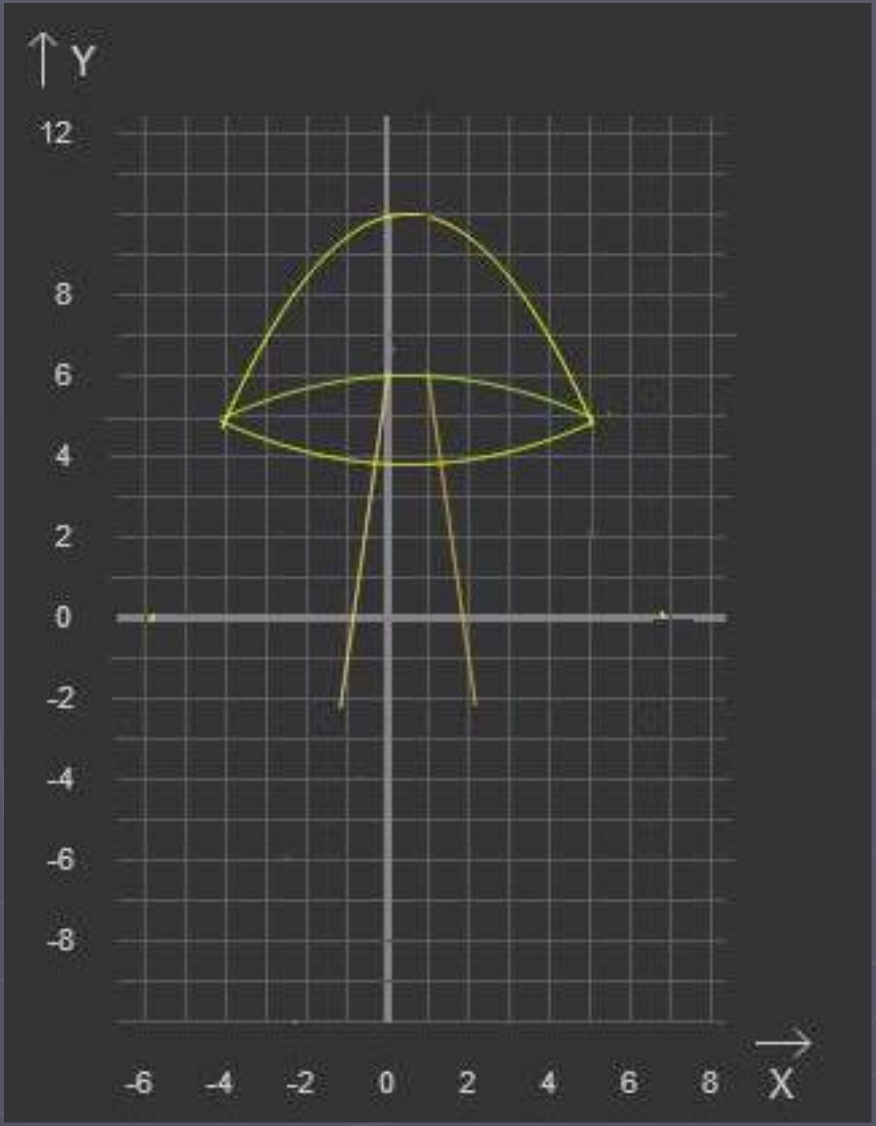
Продолжим наше построение.
$y = 1/20(x - \frac{1}{2})^2 + 3{,}8$. Где x уже принадлежит промежутку [-4,2;-0,3] и [-1,3; 5,2]. Здесь вспомогательные оси: $x = \frac{1}{2}$ и $y=3{,}8$, сжатие в 1/20 раз. Причем $k>0$, значит ветви параболы направлены вверх! Получим:



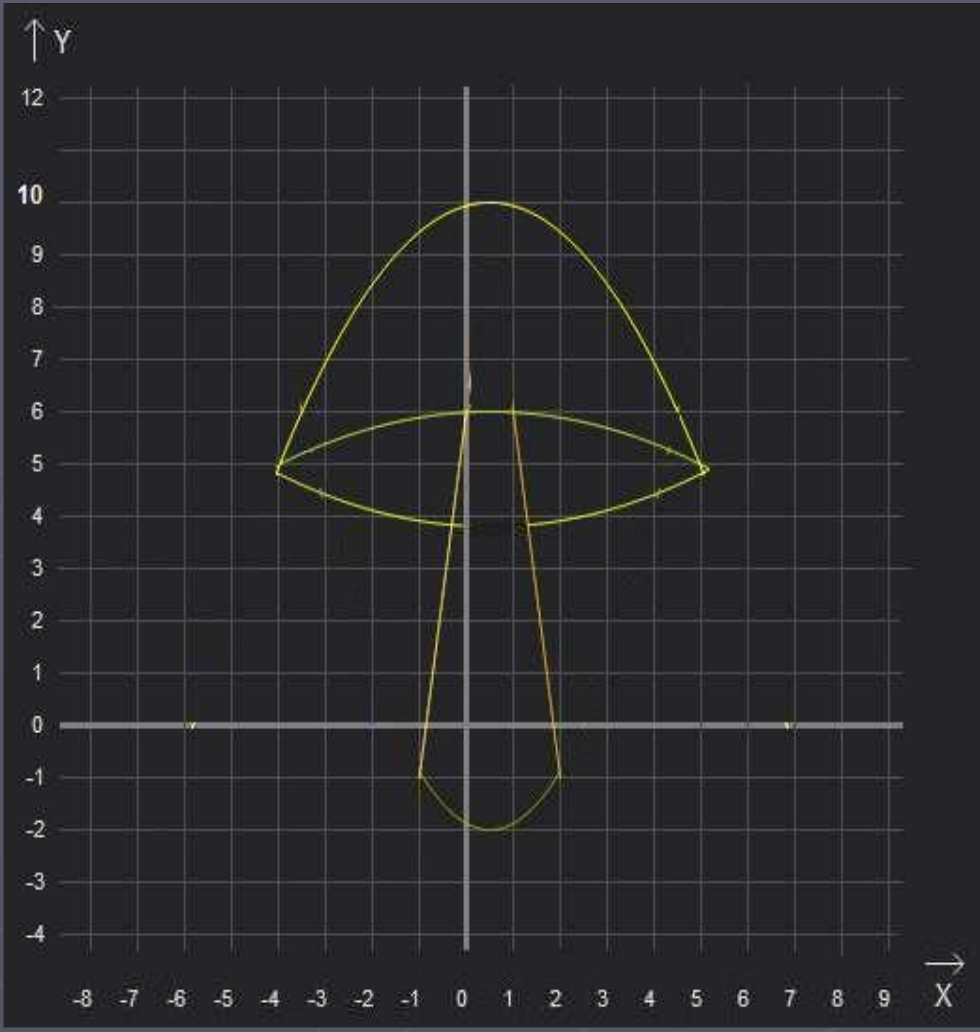
Шляпка гриба уже готова. Приступим к построению ножки. y= -7x+13 – прямая, где x принадлежит [1;2].



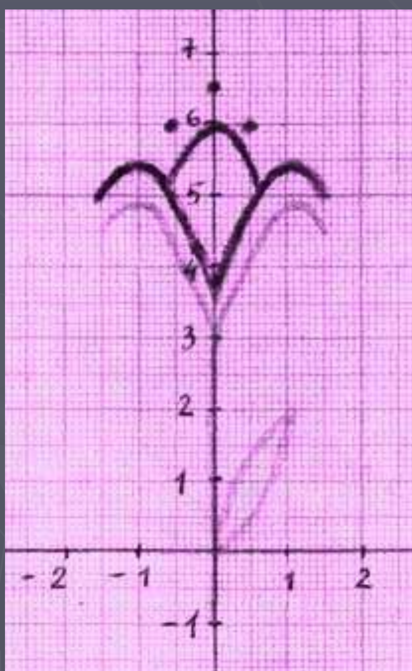
Аналогично построим прямую y=7x+6 , где x Принадлежит промежутку [-1; 0].



Остался последний шаг – основание гриба (это парабола). Построим график функции $y = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2})^2 - 2$, где $x = \frac{1}{2}$, $y = -2$ – вспомогательные оси, а сжатие в ½ раз. x принадлежит промежутку [-1;2]. Выполнив все преобразования,получим



- Нестандартный подход к изучению темы «Графики функции», использование разнообразных технологий повышает мотивационную деятельность учащихся, формирует эстетическое восприятие окружающего мира.



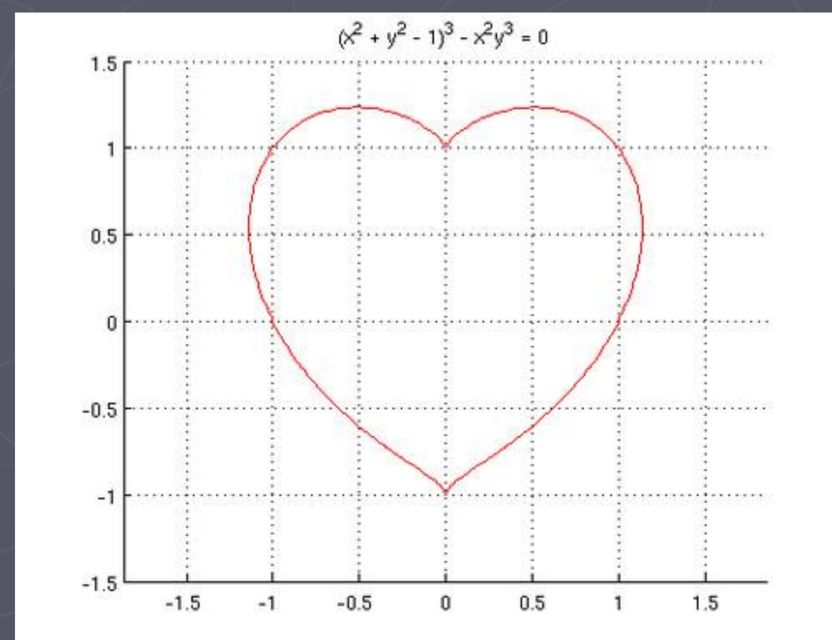
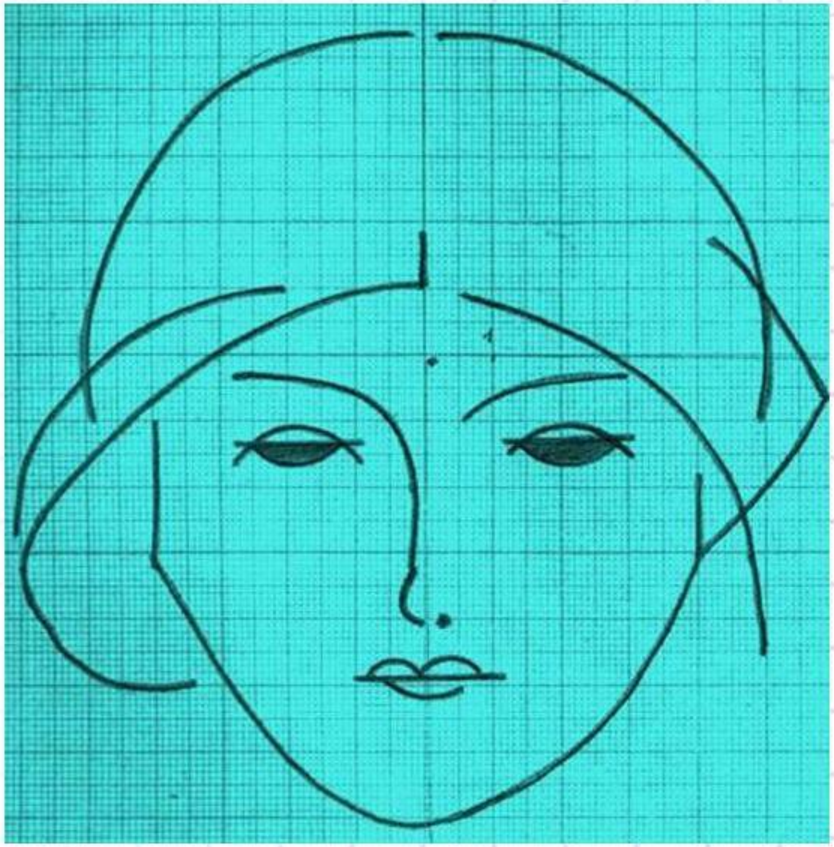


Рисунок 8. Портрет девушки



$y = \frac{1}{4}x^2 - 7,\ x \in [-4;4]$

$x = -4,\ y \in [-3;-1]$

$x = 4,\ y \in [-3;-2]$

$y = \frac{1}{2x},\ x \in \left[-3;-\frac{1}{6}\right]$

$y = -\frac{1}{2x},\ x \in \left[\frac{1}{2};3\right]$

$y = -\frac{5}{4},\ x \in [-3;-1],[1;3]$

$x = 0,\ y \in [1;2]$

$x = -2,5,\ y \in [-8,5;-6]$

$x = 2,5,\ y \in [-8,5;-5,5]$

$y = -\frac{1}{10}x^2 + 1,\ x \in [-6;0]$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25,\ x \in [4;5,8],\ y \in \left[-\frac{1}{2};2\right]$

$x^2 + (y+4)^2 = 25,\ x \in \left[\frac{1}{2};5\right],\ y \in [-4;1]$

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25,\ x \in [4;5,8],\ y \in \left[-3;-\frac{1}{2}\right]$

$x^2 + y^2 = 25,\ x \in \left[-5;-\frac{1}{2}\right] \cup [0;5],\ y \in [-1;5]$

$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16,\ x \in [-6;-2],\ y \in [-3,5;1]$

$(x+4)^2 + (y+3)^2 = 4,\ x \in [-6;-2,5],\ y \in [-5;-2,5]$

$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1,\ y \in \left[-\frac{3}{2};-1\right],\ x \in [1,1;2,9]$

$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1,\ y \in \left[-\frac{3}{2};-1\right],\ x \in [-2,9;-1,1]$

$(x-2)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 \le 1,\ y \in \left[-\frac{3}{2};-1\right],\ x \in [1,3;2,7]$

$(x+2)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 \le 1,\ x \in \left[-\frac{3}{2};1\right],\ y \in [-2,7;-1,3]$

$(0,2;-4)$ – *точка*

$x^2 + (y+3,5)^2 = 0,25,\ y \in [-4;-3],\ x \in [-0,5;-0,2]$

$(x+0,5)^2 + (y+5)^2 = 0,25,\ y \in [-4,8;4,5],\ x \in [-0,9;-0,1]$

$(x-0,3)^2 + (y+5)^2 = 0,25,\ y \in [-4,8;4,5],\ x \in [-0,1;0,7]$

$y = -4,8,\ x \in [-1;1]$

$x^2 + (y+4)^2 = 1,\ x \in [-0,6;0,6],\ y \in [-5,-4,8]$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !