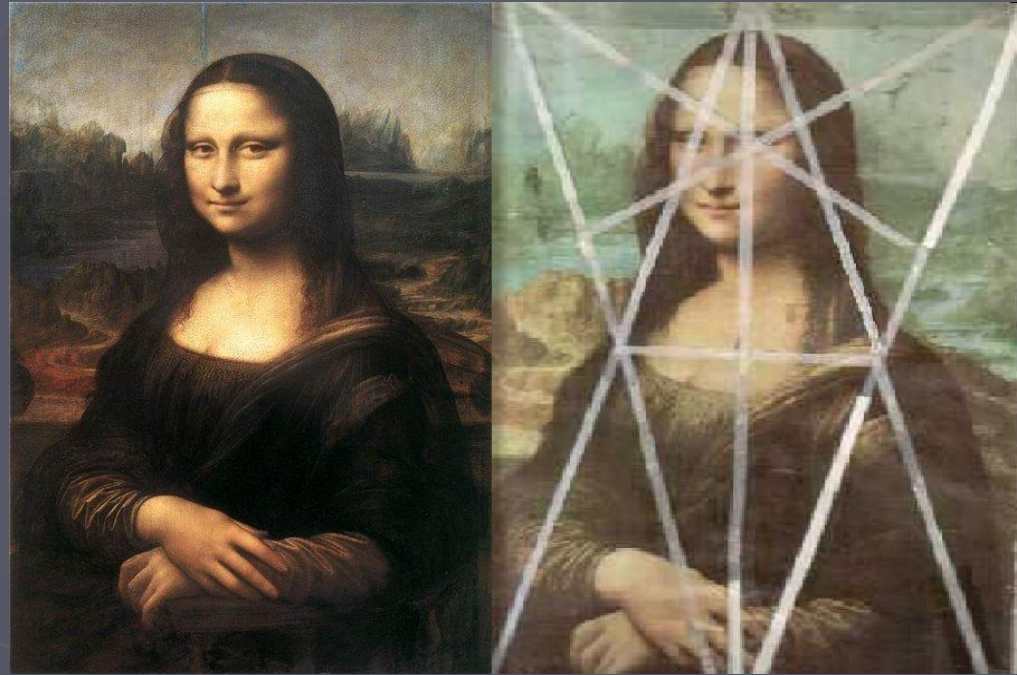


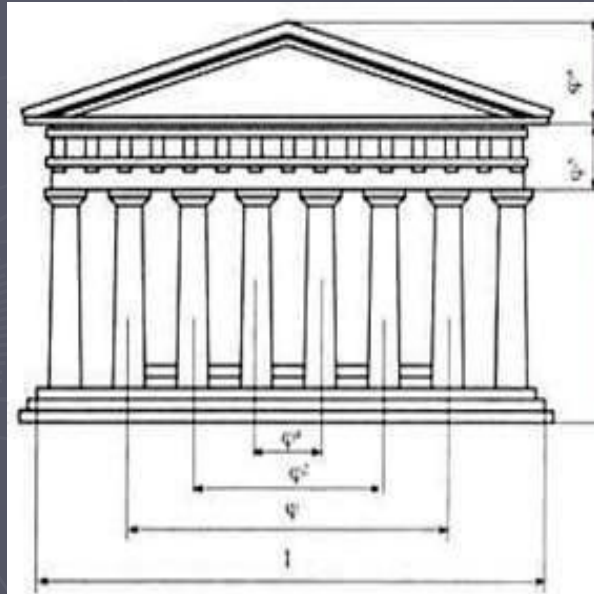
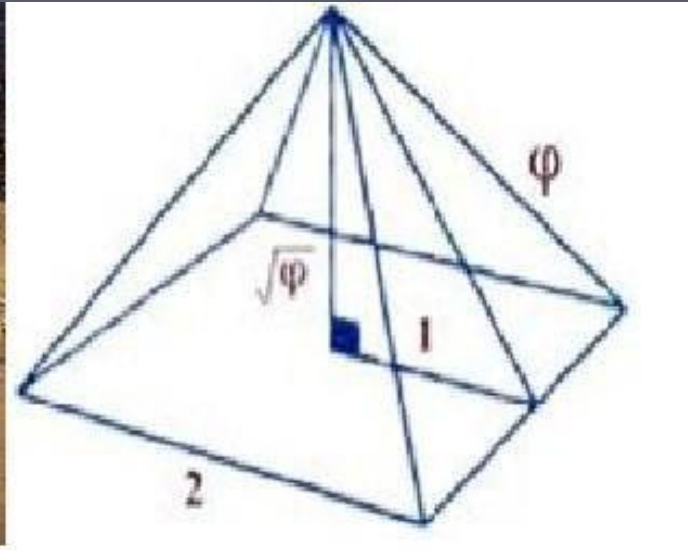
# Математическая графика.

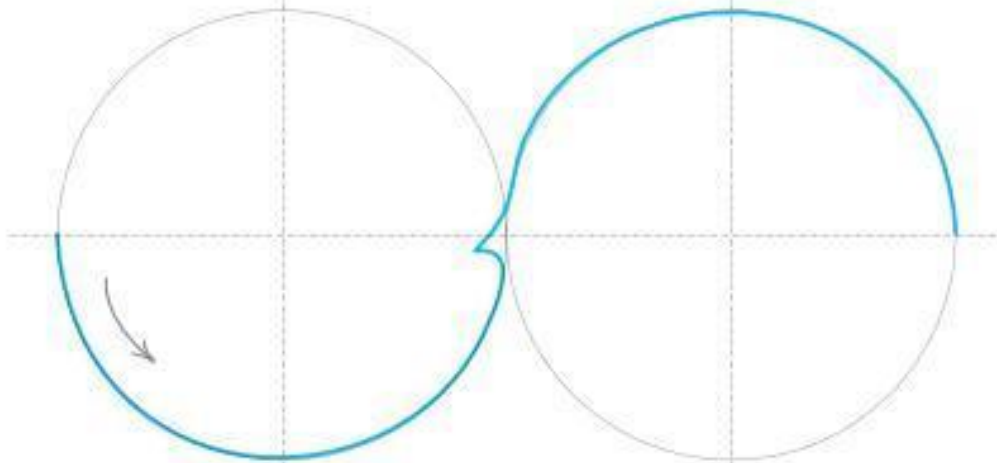
Подготовила: учитель математики  
Новичихина Л. Е.

# Математика и живопись.

- ▶ В искусстве существует математическая теория живописи. Это теория перспективы, по словам Леонардо да Винчи, «тончайшее исследование и изобретение, основанное на изучении математики, которое силою линий заставляло казаться отдаленным то, что близко, и большим то, что невелико».







Схематическое изображение следа крюка на льду





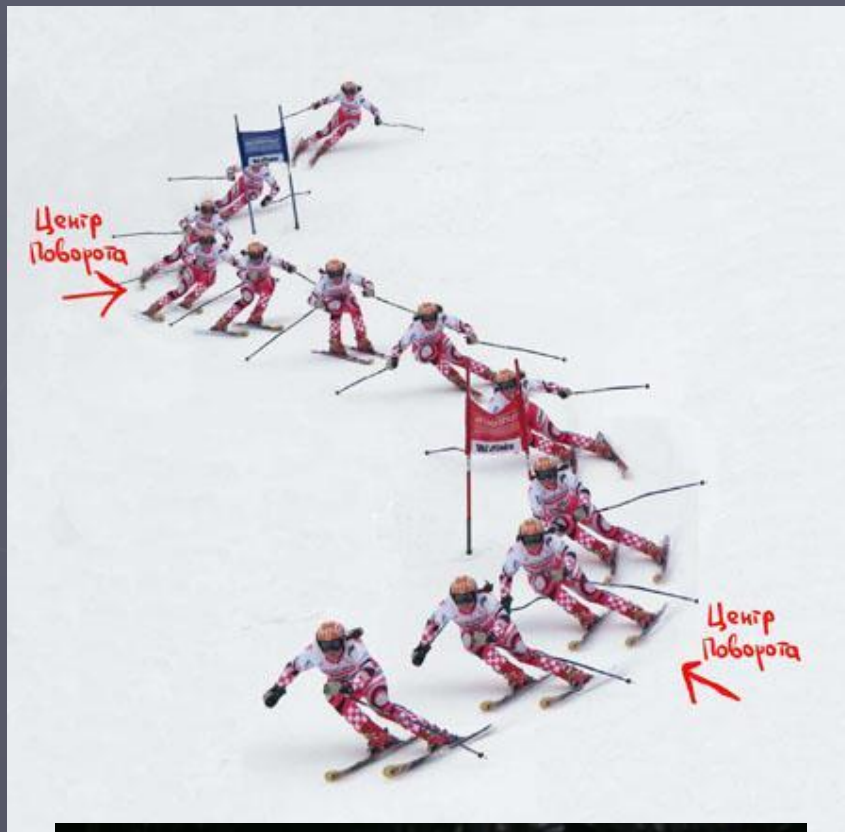
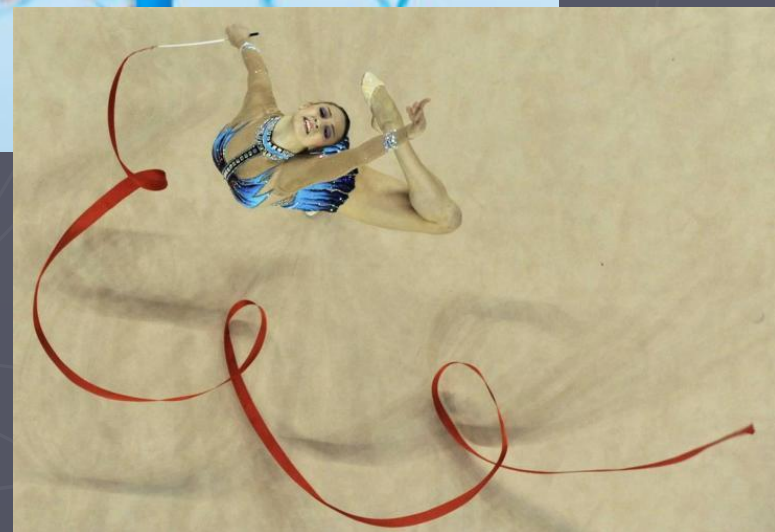


рис. 7

«Там, где красота, там действуют законы математики». (Г.Х.Харди)

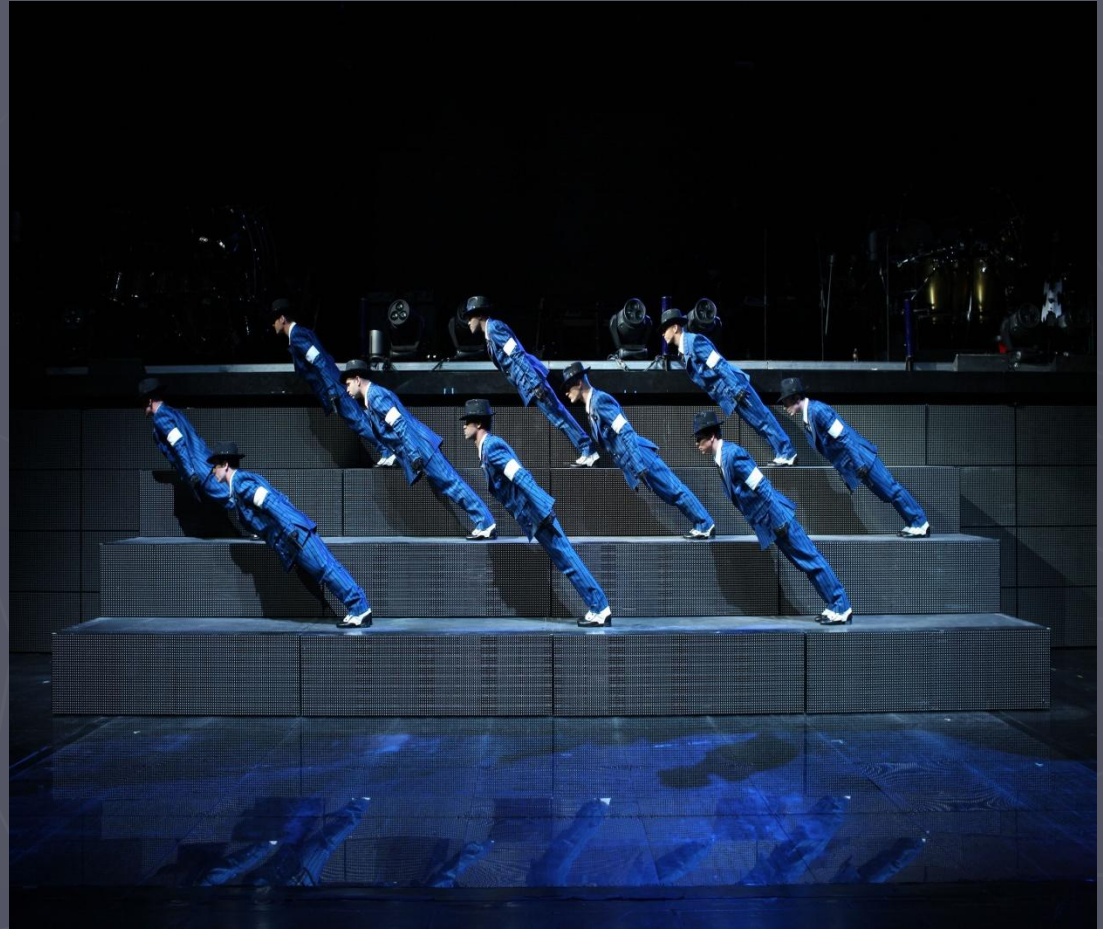


- ▶ Эстетика геометрической формы, в частности эстетика линии, привлекала к себе внимание не только математиков. При этом красоту линии авторы обычно ставят в зависимость от сложности закона, по которому она строится или который она выражает.



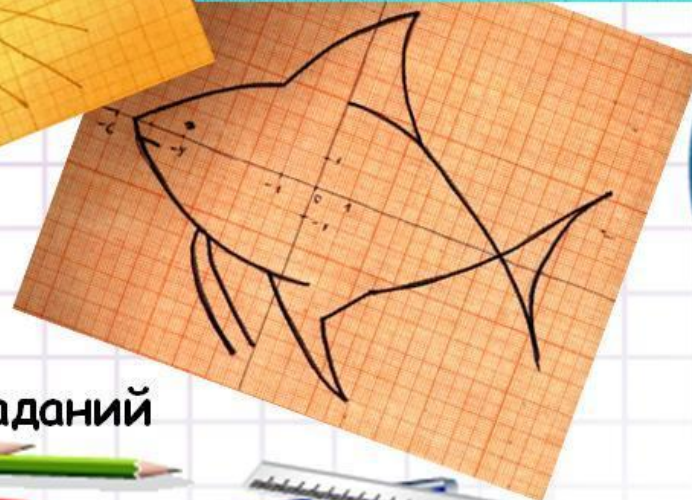
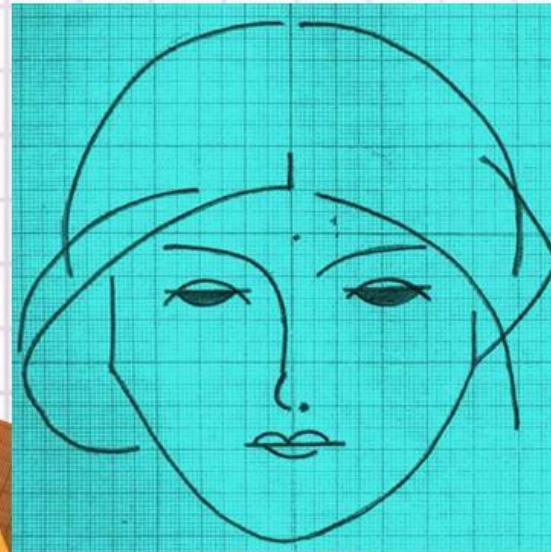
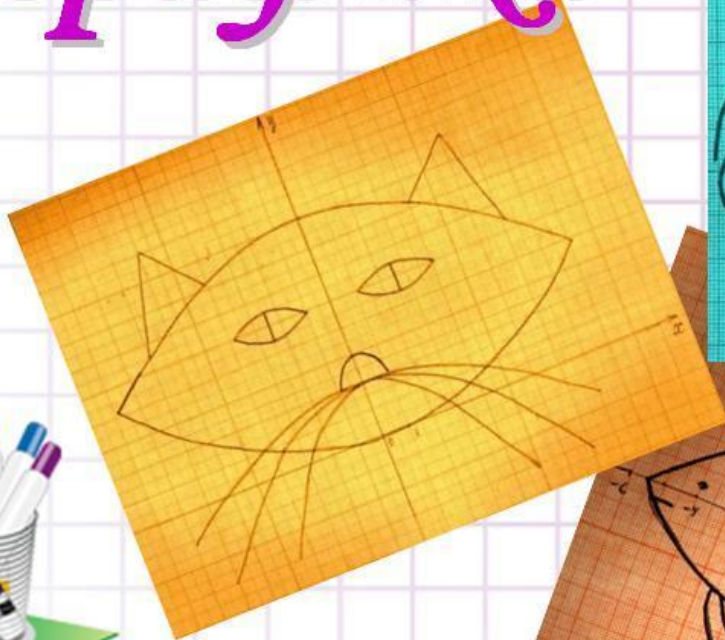


- ▶ Даже создать красивый танец невозможно без графиков математических функций. Красивый танец - это красивый график. Все движения танцоров подчиняются строгой гармонической линии.





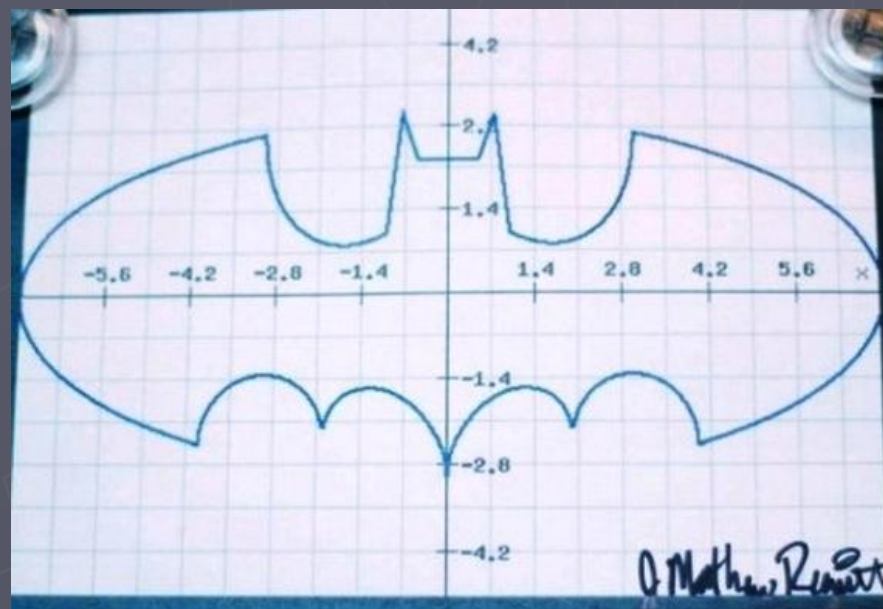
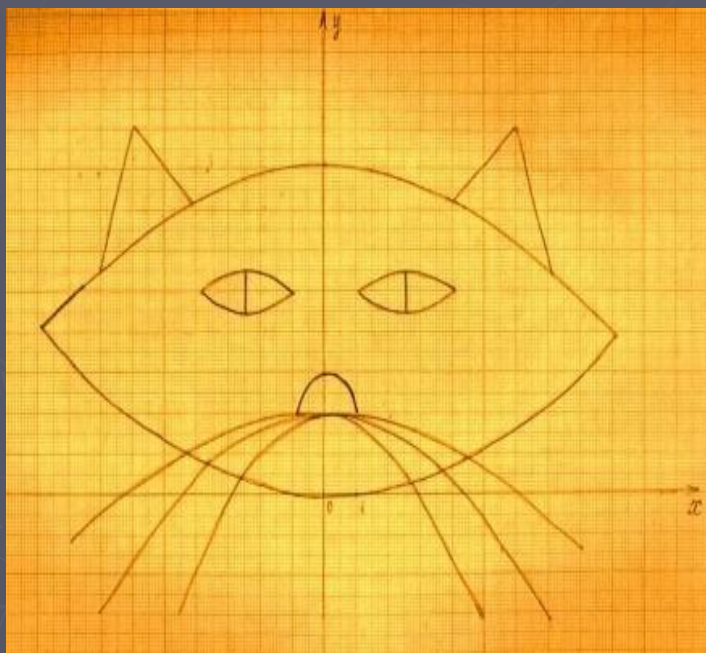
# Математическая графика



Альбом заданий

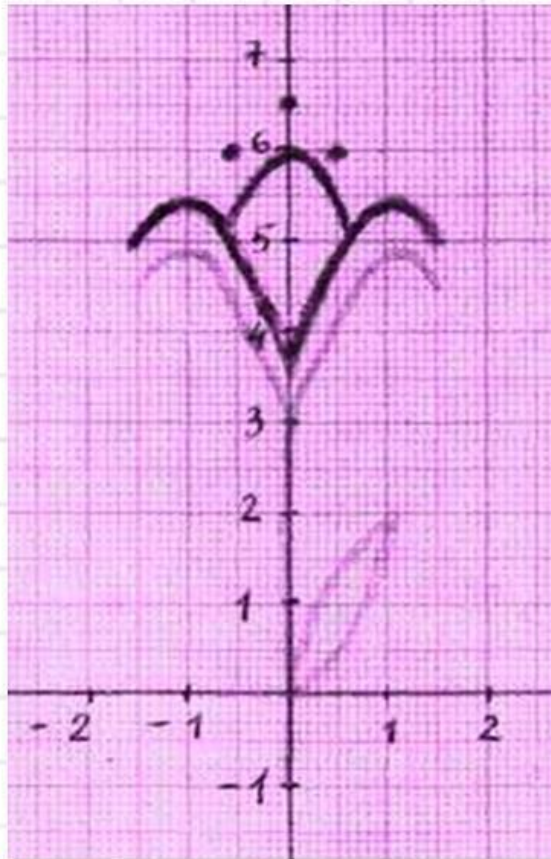


- ▶ Метод «математической графики» использует построение графика функции и его преобразований в комплексе.





# Рисунок 1. Цветок



$$y = -2x^2 + 6, x \in [-0,7; 0,7]$$

$$y = -2(x-1)^2 + 5, x \in [0,1]$$

$$y = -2(x-1)^2 + 5\frac{1}{2}, x \in \left[0, 1\frac{1}{2}\right]$$

$$y = -2(x+1)^2 + 5, x \in [-1; 0]$$

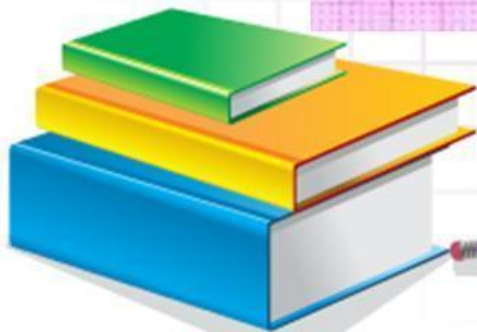
$$y = -2(x+1)^2 + 5\frac{1}{2}, x \in \left[-1\frac{1}{2}; 0\right]$$

$$x = 0, y \in [-1; 3]$$

$$y = -2(x-1)^2 + 2, x \in [0,1]$$

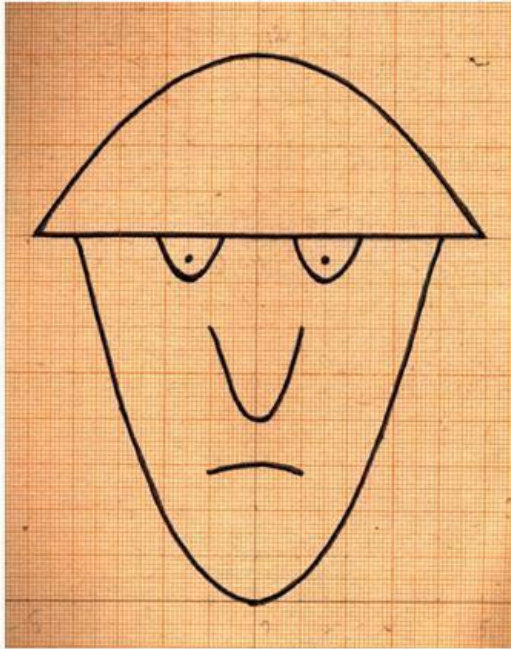
$$y = 2x^2, x \in [0,1]$$

$$\left(0, 6\frac{1}{2}\right); \left(-\frac{1}{2}; 6\right); \left(\frac{1}{2}; 6\right)$$





## Рисунок 2. Колонизатор



$$y = \frac{1}{2}x^2, x \in [-4;4]$$

$$y = -2x^2, x \in [-1;1]$$

$$y = -\frac{1}{6}x^2 + 3, x \in [-1;1]$$

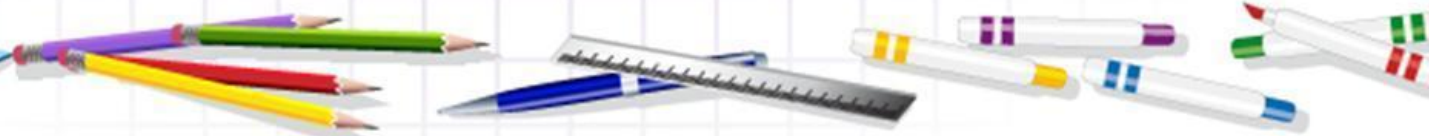
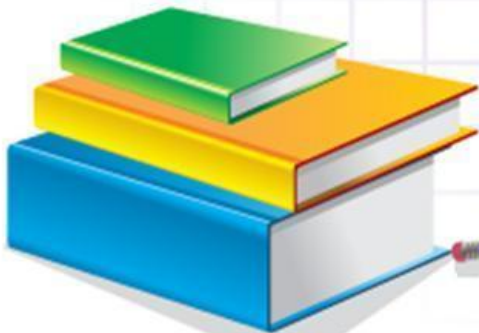
$$y = -\frac{1}{6}x^2 + 12, x \in [-4,9;4,9]$$

$$y = 8, x \in [-4,9;4,9]$$

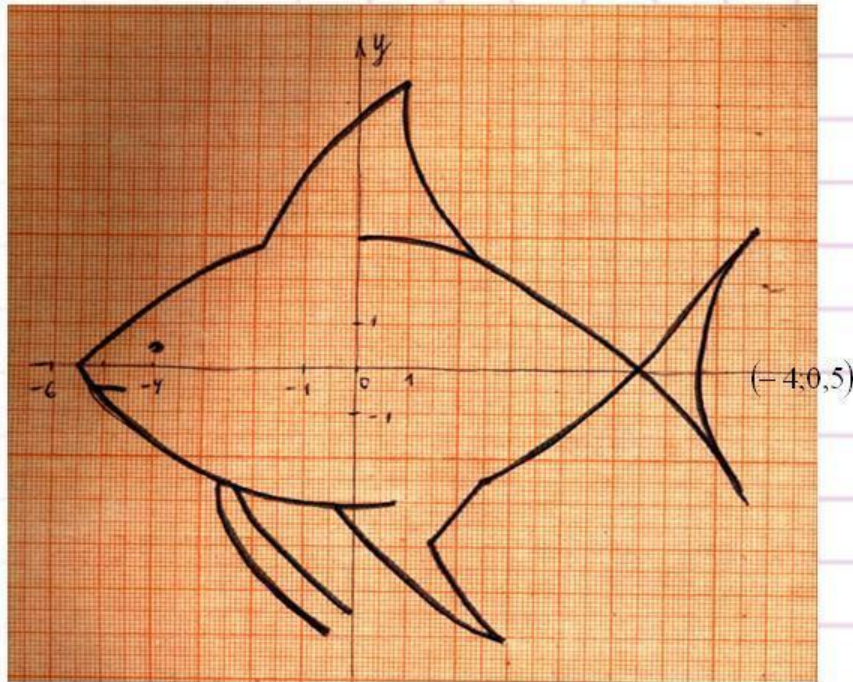
$$y = 2(x - 1,5)^2 + 7, x \in [0,8;2,2]$$

$$y = 2(x + 1,5)^2 + 7, x \in [-2,2;-0,8]$$

$$(1,5;7,5)$$



# Рисунок 3. Скалярня



$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 3, x \in [-5, 5; 8]$$

$$y = \frac{1}{10}x^2 - 3, x \in [-5, 5; 8]$$

$$x = \frac{1}{10}(y + 1,5)^2 - 2, y \in [-5, 5; 7]$$

$$x = \frac{1}{10}y^2 + 6, 7; y \in [-2; 2]$$

$$x = -\frac{1}{10}y^2 - 3, y \in [-2; 2]$$

$$y = -0,5; x \in [-5; -4,5]$$

$$x = \frac{1}{10}y^2 - 3, y \in [-5, 5; -2, 5]$$

$$x = \frac{1}{10}(y - 1)^2 - 3, y \in [-6; -2, 3]$$

$$x = \frac{1}{10}(y + 6)^2 + 1, y \in [7; 2, 5]$$

$$x = \frac{1}{10}(y - 1,5)^2 + 1, y \in [-5; -4]$$

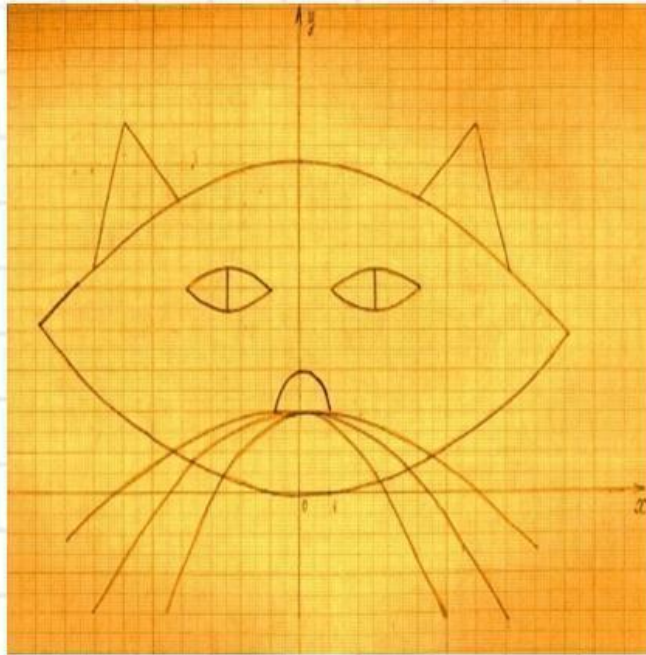
$$y = \frac{13}{8}x - 6, 5; x \in [1, 5; 2, 5]$$

$$(-4; 0, 5)$$





# Рисунок 4. Кот



$$y = \frac{1}{20}x^2, x \in [-9;9]$$

$$y = -\frac{1}{20}x^2 + 8, x \in [-9;9]$$

$$y = -\frac{1}{20}x^2 + 2, x \in [-8;9]$$

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 2, x \in [-7;7]$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2, x \in [-4,5;4,5]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x - 2,5)^2 + 5,5, x \in [1;4]$$

$$y = \frac{1}{4}(x - 2,5)^2 + 4,5, x \in [1;4]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2,5)^2 + 5,5, x \in [-4;1]$$

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2,5)^2 + 4,5, x \in [-4;1]$$

$$x = 2,5, y \in [4,5;5,5]$$

$$x = -2,5, y \in [4,5;5,5]$$

$$(y + 2)^2 + x^2 = 1, y \in [2;3]$$

$$y = x + 3, x \in [4;6]$$

$$y = -x + 3, x \in [-6;-4]$$

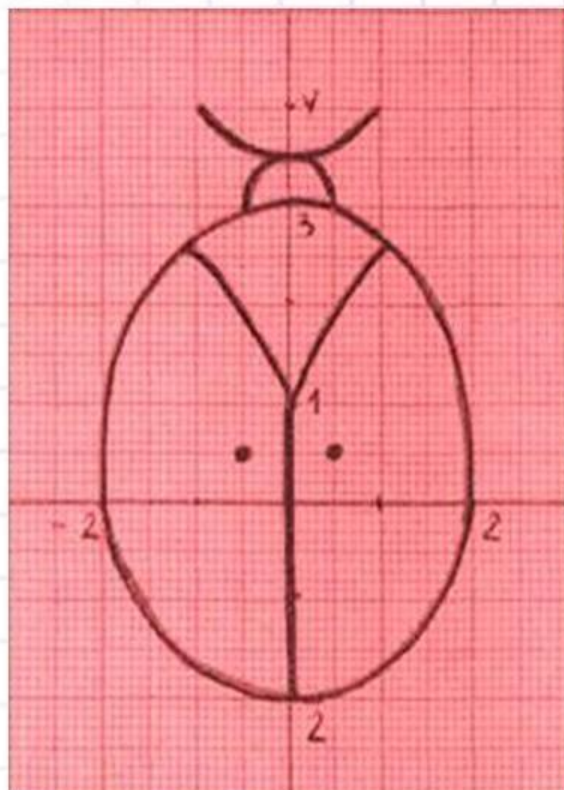
$$y = -3,5x + 3, x \in [6;7]$$

$$y = -3,5x - 12, x \in [-7;6]$$





## Рисунок 5. Жучок



$$x^2 + y^2 = 4, y \in [-2; 0]$$

$$x^2 + (y - 1)^2 = 4, y \in [1; 3]$$

$$x = 0, y \in [-2; 1]$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3, x \in [0; 1; 2]$$

$$y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 3, x \in [-1; 2; 0]$$

$$x^2 + (y - 3)^2 = \frac{1}{4}, y \in [3; 3,5]$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3,5, x \in [-1; 1]$$

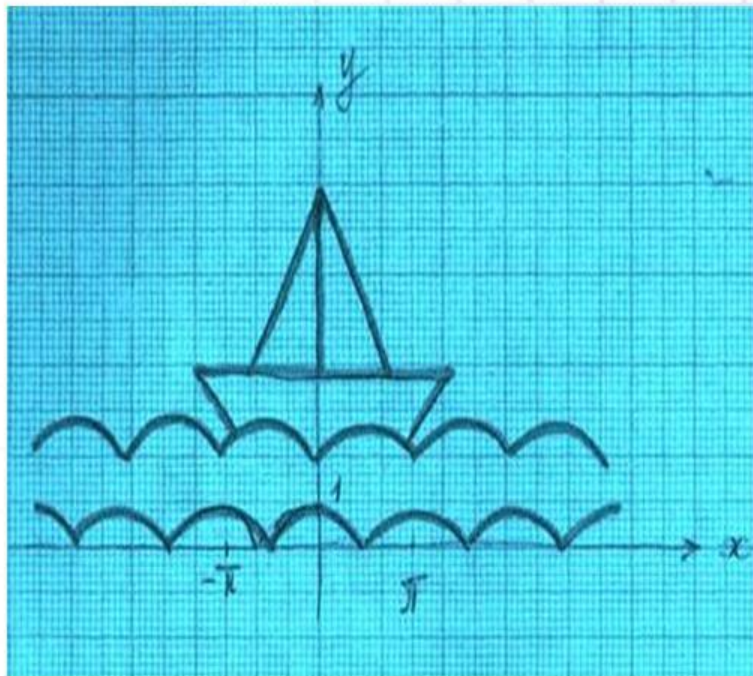
$(0,5; 0,5), (-0,5; 0,5)$  – точки

$$x = 2, y \in [0; 1]$$

$$x = -2, y \in [0; 1]$$



## Рисунок 6. Кораблик на волнах



$$y = |\cos x|, x \in [-3\pi, 3\pi]$$

$$y = |\sin x| + 2, x \in [-3\pi, 3\pi]$$

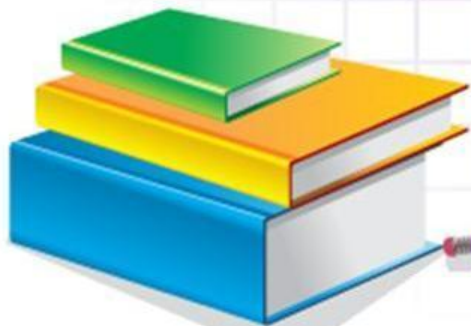
$$y = |x|, x \in [-4, -2,5] \cup [2,5,4]$$

$$x = 0, y \in [4, 8]$$

$$y = 2x + 8, x \in [-2, 0]$$

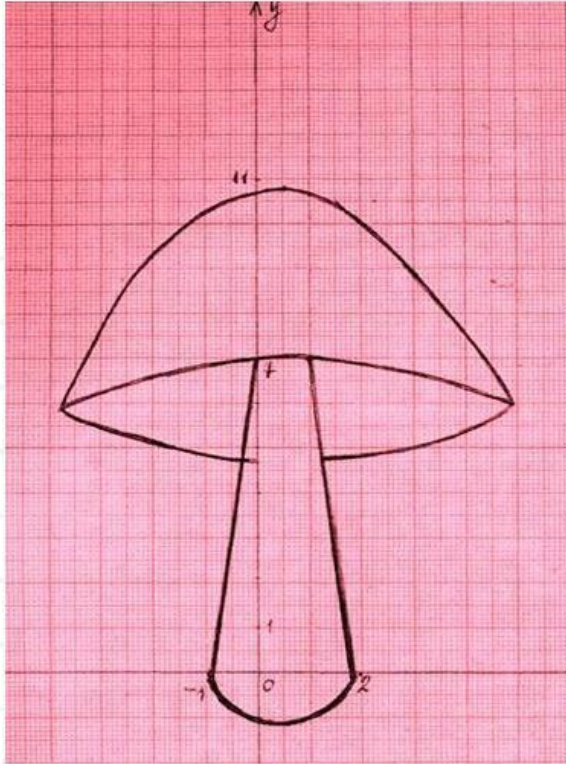
$$y = -2x + 8, x \in [0, 2]$$

$$y = 4, x \in [-4, 4]$$





## Рисунок 7. Гриб



$$y = -\frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 10, x \in [-4, 2; 5, 2]$$

$$y = -\frac{1}{20}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 6, x \in [-4, 2; 5, 2]$$

$$y = \frac{1}{20}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3,8, x \in [-4, 2; -0,3] \cup [1,3; 5,2]$$

$$y = \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2, x \in [-1; 2]$$

$$y = -7x + 13, x \in [1; 2]$$

$$y = 7x + 6, x \in [-1; 0]$$





# Построим пошагово рисунок 7 (гриб).

Построим график функции  $y = -\frac{1}{4}(x - \frac{1}{2})^2 + 10$ , где  $x$  принадлежит промежутку  $[4,2 ; 5,2]$ .

Данная функция получена из функции

$y = x^2$  (парабола) с помощью преобразований.

$x = \frac{1}{2}$  и  $y = 10$  - вспомогательные оси,  $k = -\frac{1}{4}$ , т.к.  $k < 0$ , то зеркальное отражение графика относительно оси

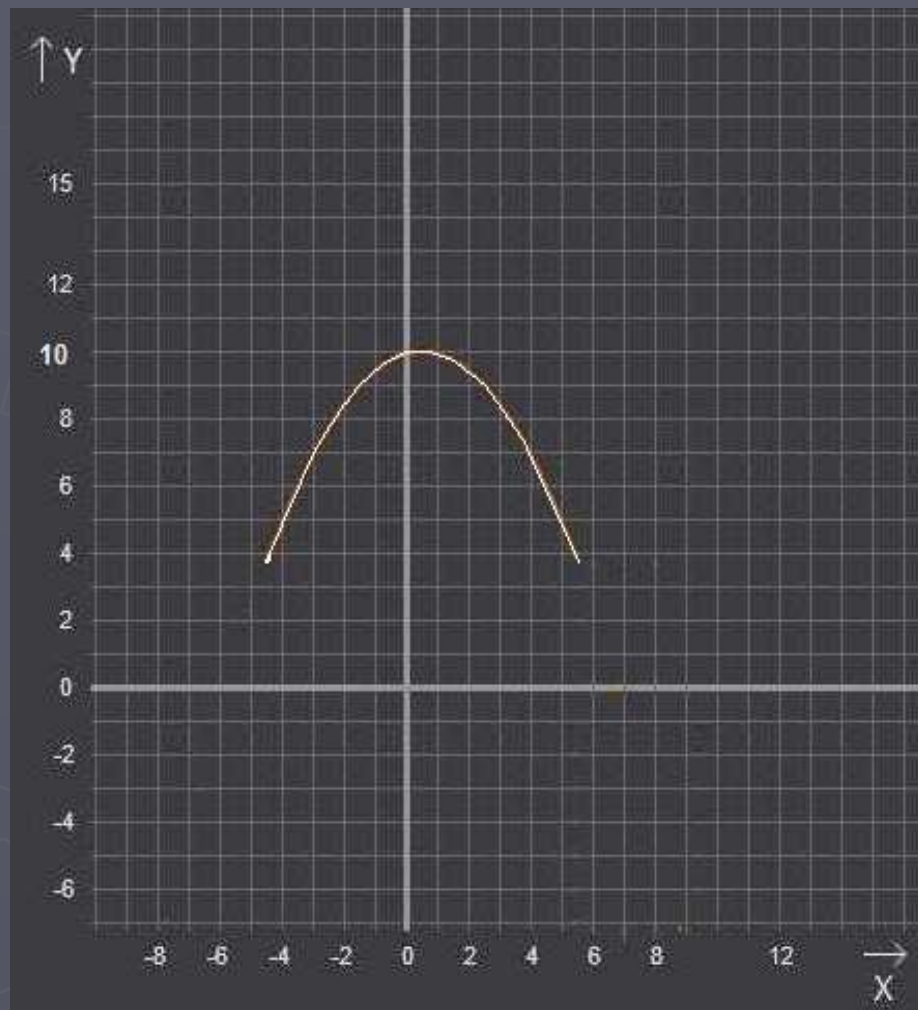
OX (ветви параболы будут направлены

вниз) и растяжение графика  $y = x^2$  вдоль оси OY в  $|a|$  раз

(при  $|a| < 1$  - это сжатие в  $1/a$  раз),

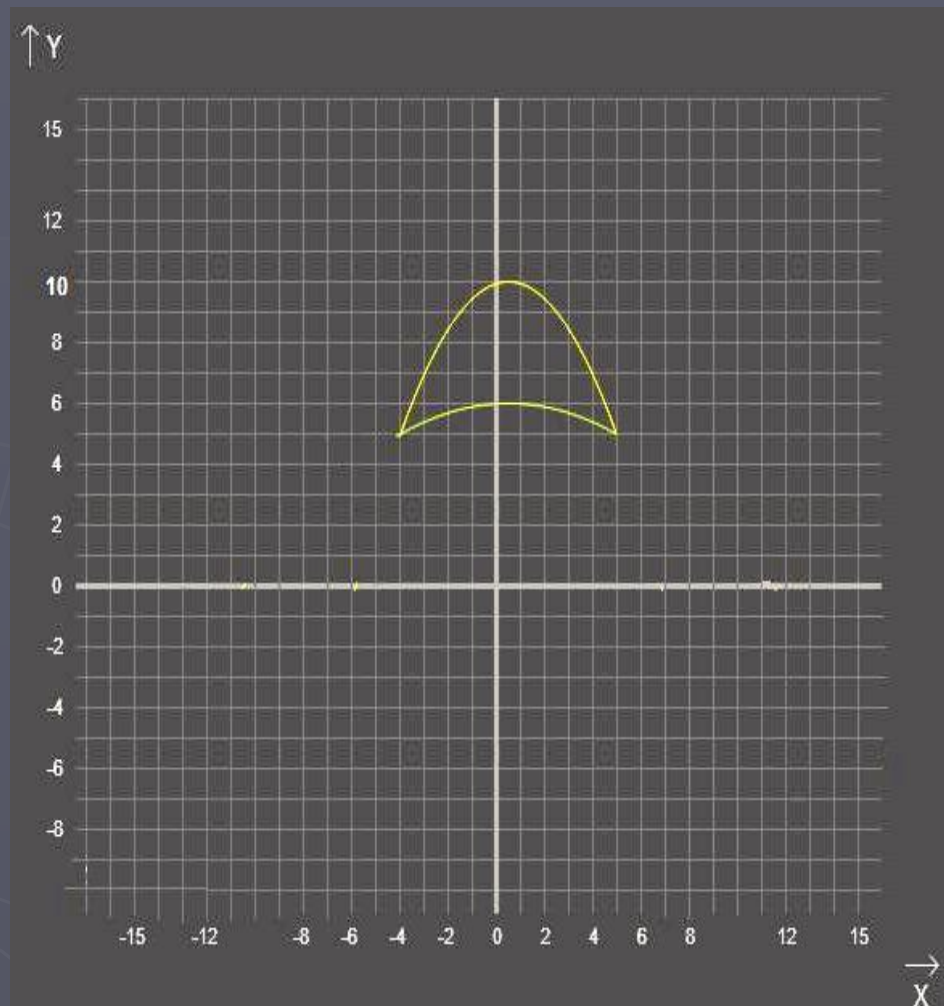
в нашем случае сжатие в  $\frac{1}{4}$  раз.

Выполнив все преобразования, имеем:



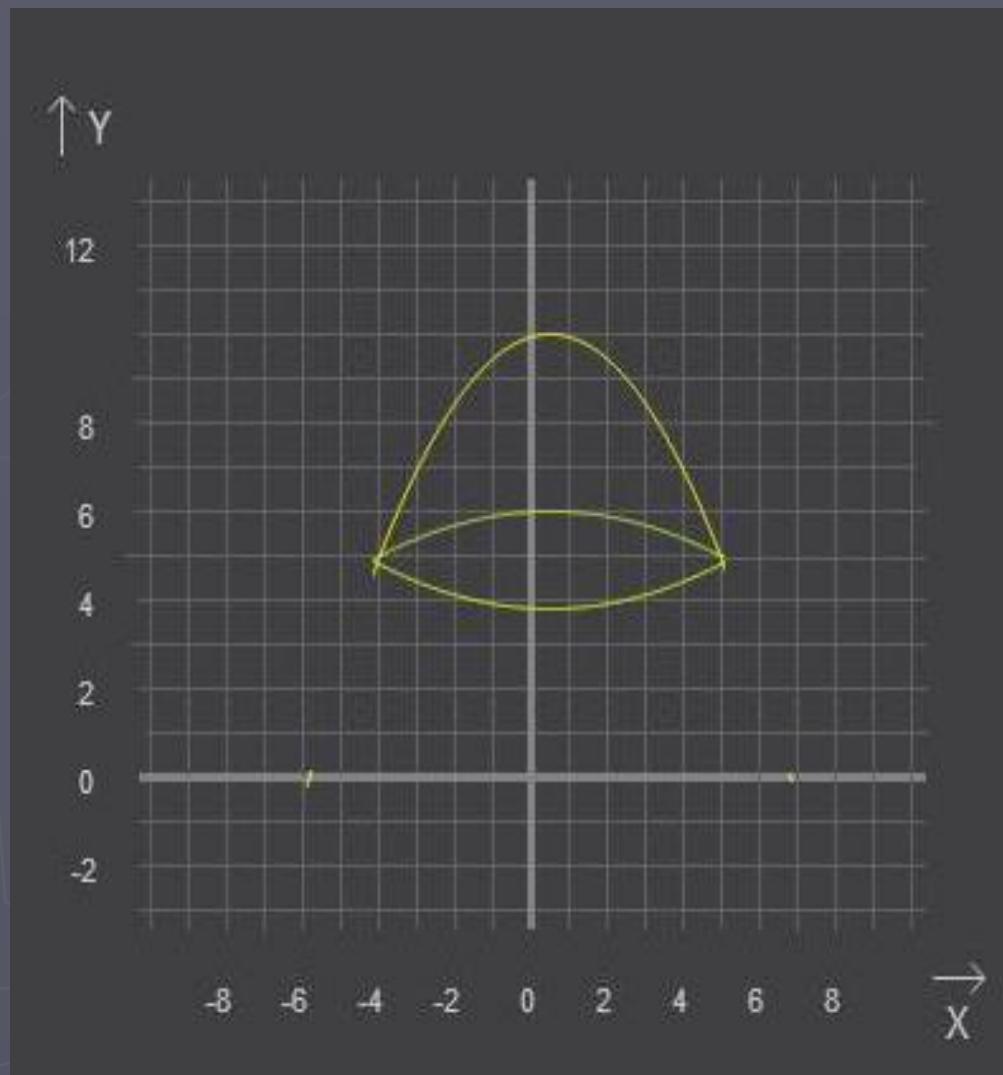
В этой же системе координат построим аналогично график функции для  $y = -1/20(x - 1/2)^2 + 6$ , где  $x$  так же принадлежит промежутку  $[-4, 2; 5, 2]$ .  $x = 1/2$  и  $y = 6$  – вспомогательные оси, а сжатие в  $1/20$  раз.

Выполнив преобразования, получим:



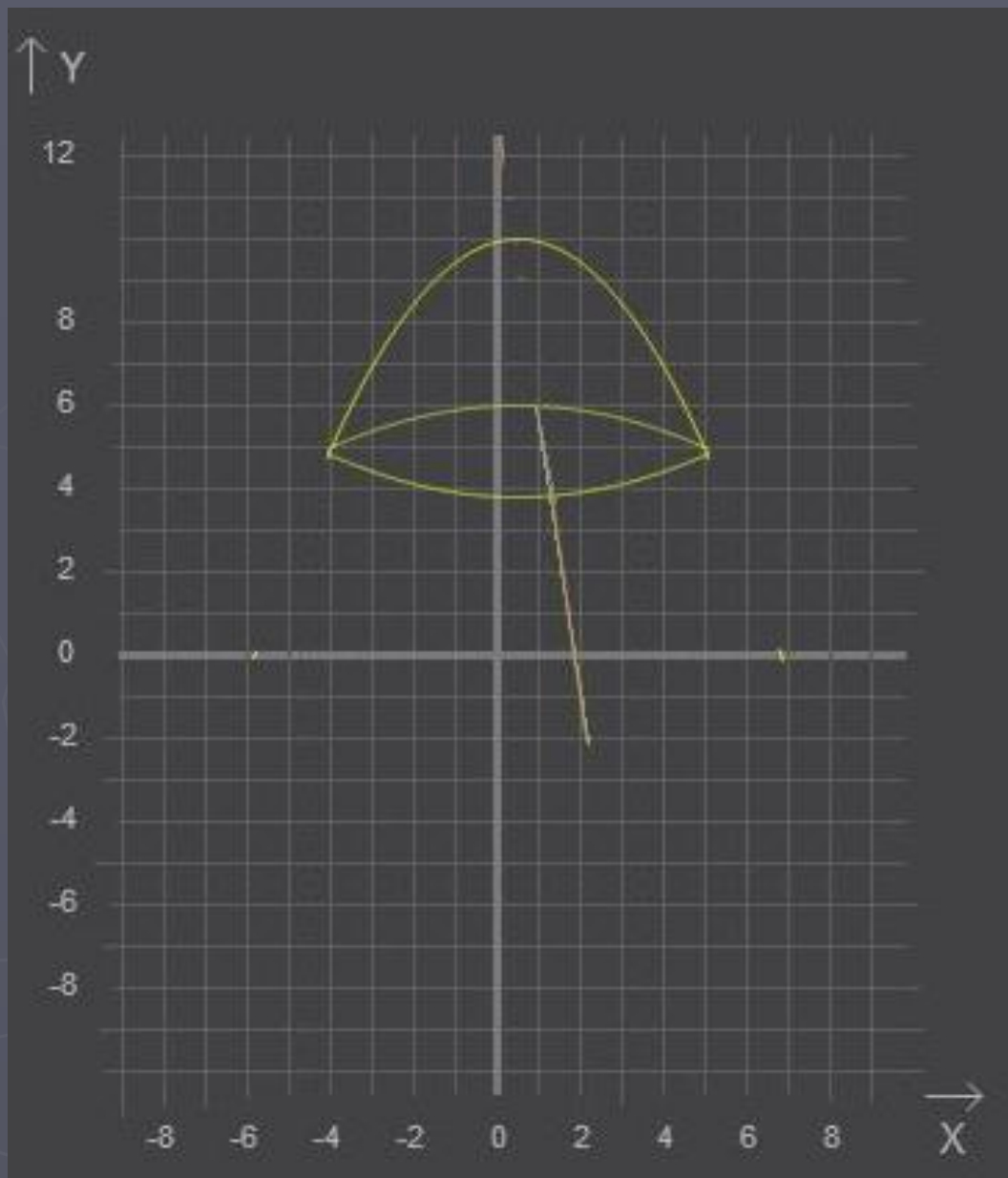
Продолжим наше построение.

$y = 1/20(x - 1/2)^2 + 3,8$ . Где  $x$  уже принадлежит промежутку  $[-4, 2; -0, 3]$  и  $[-1, 3; 5, 2]$ . Здесь вспомогательные оси:  $x = 1/2$  и  $y = 3,8$ , сжатие в  $1/20$  раз. Причем  $k > 0$ , значит ветви параболы направлены вверх!  
Получим:

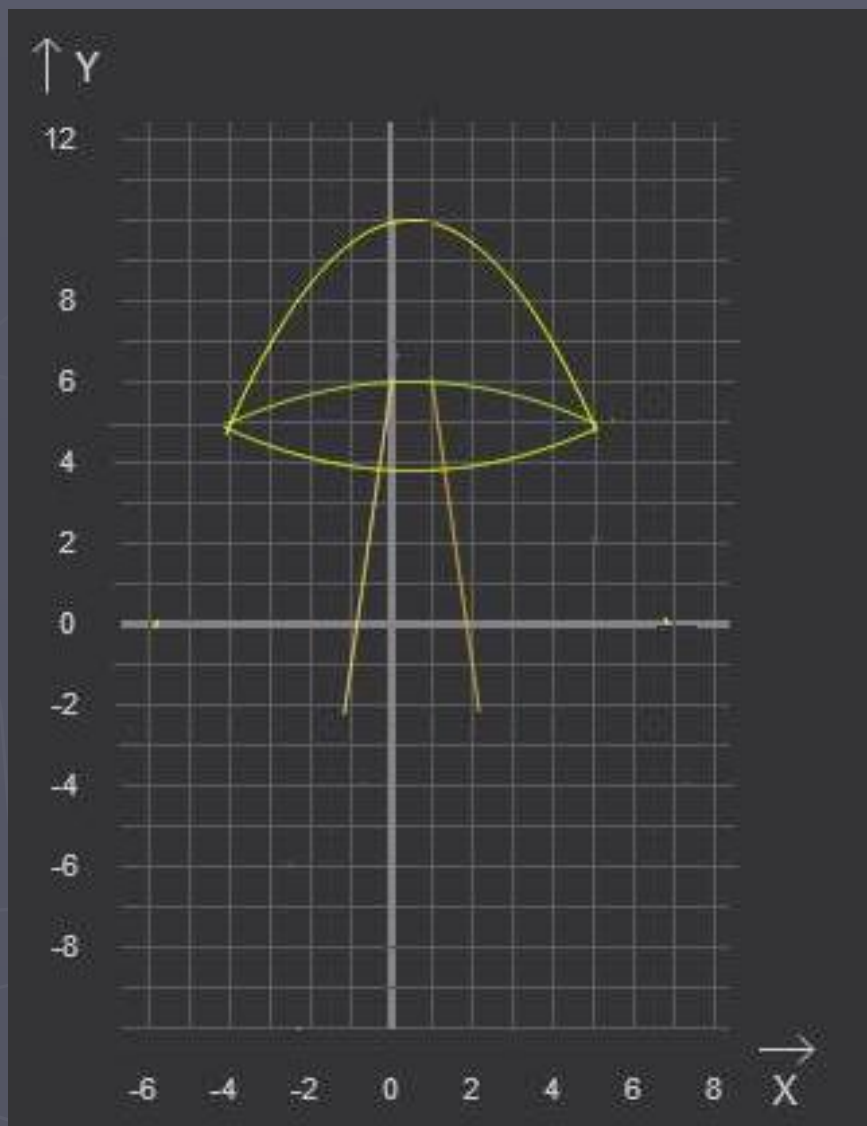




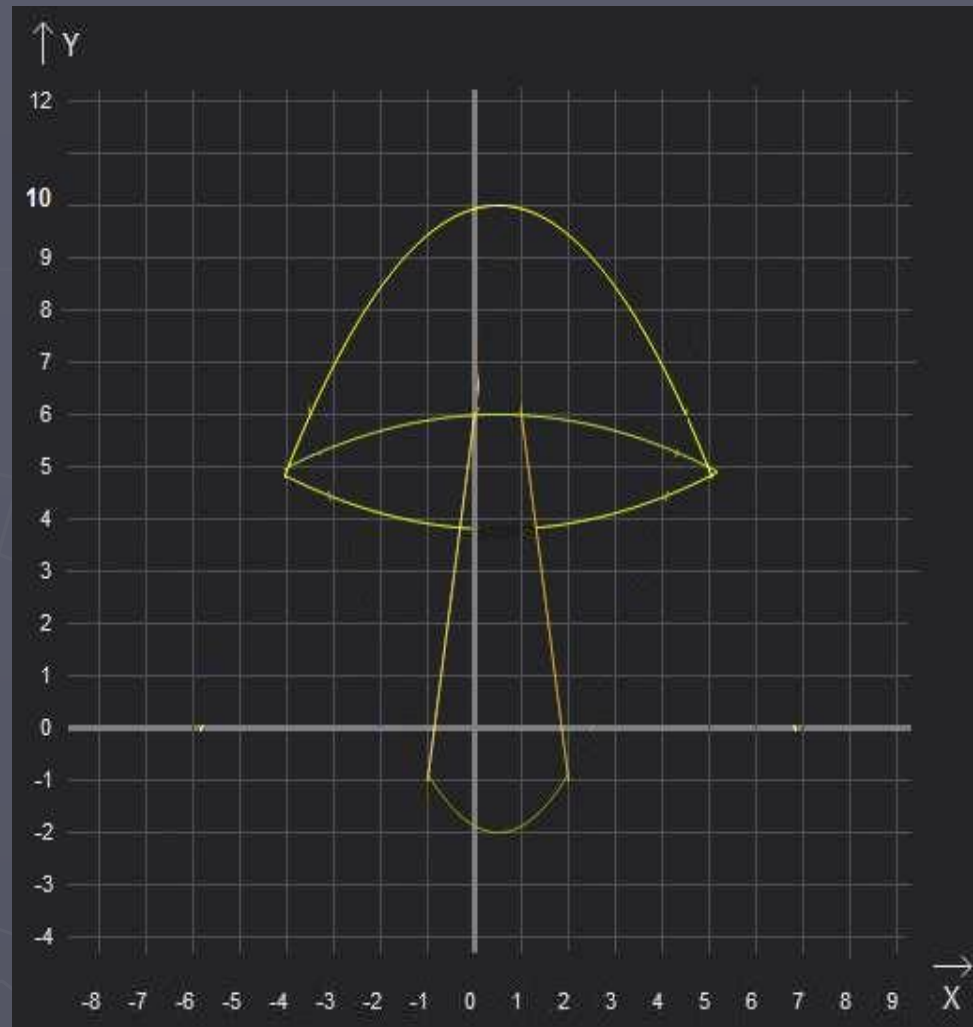
Шляпка гриба уже готова. Приступим к построению ножки.  
 $y = -7x + 13$  – прямая,  
где  $x$  принадлежит  $[1; 2]$ .



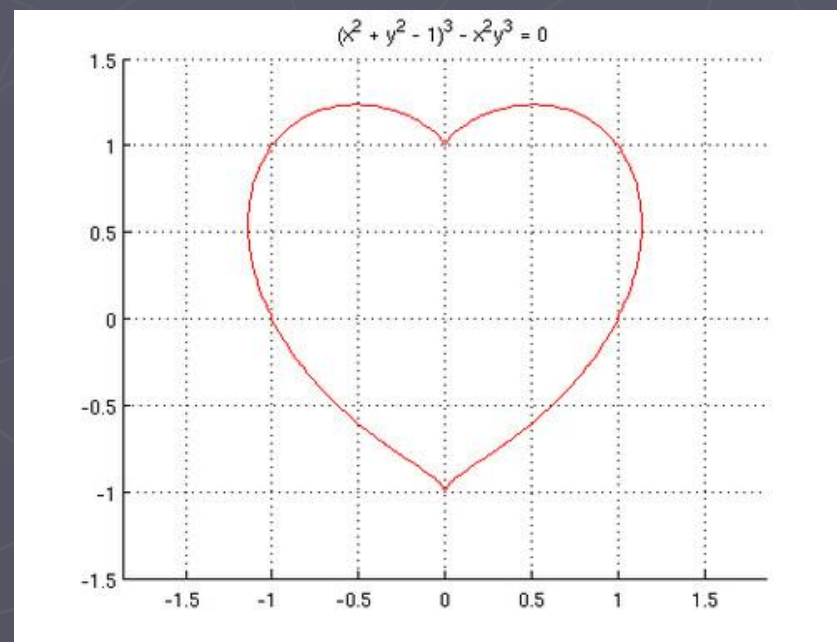
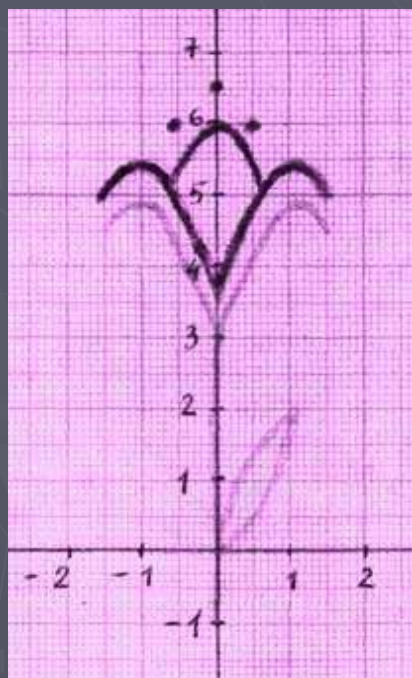
Аналогично построим прямую  $y=7x+6$ , где  $x$  принадлежит промежутку  $[-1; 0]$ .



Остался последний шаг — основание гриба (это парабола). Построим график функции  $y = \frac{1}{2} (x - \frac{1}{2})^2 - 2$ , где  $x = \frac{1}{2}$ ,  $y = -2$  — вспомогательные оси, а сжатие в  $\frac{1}{2}$  раз.  $x$  принадлежит промежутку  $[-1; 2]$ . Выполнив все преобразования, получим

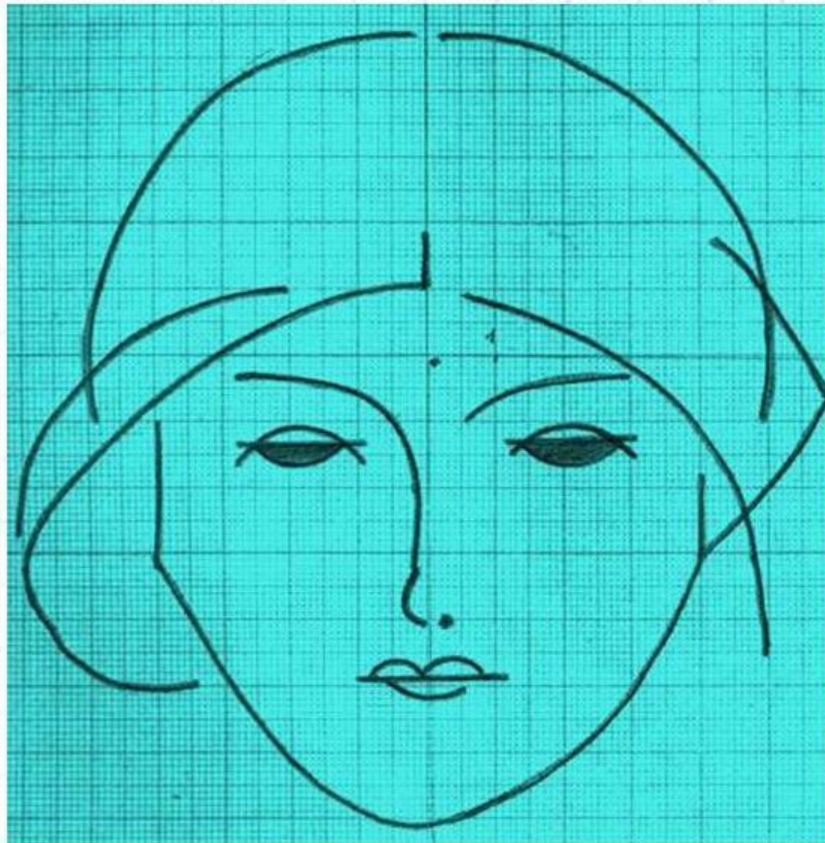


- ▶ Нестандартный подход к изучению темы «Графики функции», использование разнообразных технологий повышает мотивационную деятельность учащихся, формирует эстетическое восприятие окружающего мира.





## Рисунок 8. Портрет девушки



$$y = \frac{1}{4}x^2 - 7, x \in [-4; 4]$$

$$x = -4, y \in [-3; -1]$$

$$x = 4, y \in [-3; -2]$$

$$y = \frac{1}{2x}, x \in \left[-3; -\frac{1}{6}\right]$$

$$y = -\frac{1}{2x}, x \in \left[\frac{1}{2}; 3\right]$$

$$y = -\frac{5}{4}, x \in [-3; -1] \cup [1; 3]$$

$$x = 0, y \in [1; 2]$$

$$x = -2,5, y \in [-8,5; -6]$$

$$x = 2,5, y \in [-8,5; -5,5]$$

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 1, x \in [-6; 0]$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25, x \in [4; 5,8], y \in \left[-\frac{1}{2}; 2\right]$$

$$x^2 + (y+4)^2 = 25, x \in \left[\frac{1}{2}; 5\right], y \in [-4; 1]$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25, x \in [4; 5,8], y \in \left[-3; -\frac{1}{2}\right]$$

$$x^2 + y^2 = 25, x \in \left[-5; -\frac{1}{2}\right] \cup [0; 5], y \in [-1; 5]$$

$$(x+2)^2 + (y+3)^2 = 16, x \in [-6; -2], y \in [-3,5; 1]$$

$$(x+4)^2 + (y+3)^2 = 4, x \in [-6; -2,5], y \in [-5; -2,5]$$

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1, y \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right], x \in [1; 2,9]$$

$$(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1, y \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right], x \in [-2,9; -1,1]$$

$$(x-2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \leq 1, y \in \left[-\frac{3}{2}; -1\right], x \in [1,3; 2,7]$$

$$(x+2)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \leq 1, x \in \left[-\frac{3}{2}; 1\right], y \in [-2,7; -1,3]$$

$$(0,2; -4) - \text{точка}$$

$$x^2 + (y+3,5)^2 = 0,25, y \in [-4; -3], x \in [-0,5; -0,2]$$

$$(x+0,5)^2 + (y+5)^2 = 0,25, y \in [-4,8; 4,5], x \in [-0,9; -0,1]$$

$$(x-0,3)^2 + (y+5)^2 = 0,25, y \in [-4,8; 4,5], x \in [-0,1; 0,7]$$

$$y = -4,8, x \in [-1; 1]$$

$$x^2 + (y+4)^2 = 1, x \in [-0,6; 0,6], y \in [-5; -4,8]$$



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**