

«Нет ни одной области математики,  
как бы абстрактна она ни была, которая  
когда-нибудь не окажется применимой к  
явлениям действительного мира».

*Н.И. Лобачевский*

# Тестовое задание

Найдите производную функции:	Ответы:
1. $y = 4x^3$	И $1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$
2. $y = \frac{x^4}{4}$	Р $3x$
3. $y = 3\sqrt{x}$	З $2x^2$
4. $y = \frac{2}{x}$	Ф $12x^2$
5. $y = x - 4\sqrt{x}$	Ю $\frac{3}{2\sqrt{x}}$
6. $y = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$	С $1 - \frac{2}{\sqrt{x}}$
7. $y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5$	Я $5x^4 + 12x^3 - 2$
	К $-\frac{2}{x^2}$
	Н $\frac{3}{2}\sqrt{x}$
	Л $x^3$
	М $4x^3$

# Тестовое задание

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ (буква)	<b>Ф</b>	<b>Л</b>	<b>Ю</b>	<b>К</b>	<b>С</b>	<b>И</b>	<b>Я</b>

# О великом Ньютоне!



Исаак  
Ньютон  
(1642-1727)

Исаак Ньютон один из создателей дифференциального исчисления.

Главный его труд- «Математические начала натуральной философии».-оказал колоссальное влияние на развитие естествознания, стал поворотным пунктом в истории естествознания.

Ньютон ввёл понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл её физический и механический смысл.

**Интересно:** Исаак Ньютон называл производную **флюксией**, а саму функцию - флюентой.

**ЗАДАЧА.** Мама с своей дочкой гуляла в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону  $\varphi(t) = 1/9t^3 - 2/5t^2$ . Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном  $3 \text{ м/с}^2$ . В какой момент времени необходимо сделать снимок?





Тема урока:  
Физический смысл производной  
в решении задач

## Цель урока:

- Повторить основные формулы и правила дифференцирования.
- Рассмотреть на примерах решения практических задач, как применяется производная в химии, физике, биологии, экономике.

# Физический смысл производной



## *Повторим:*

Если известен закон движения материальной точки (тела)  $x(t)$ ,  $s(t)$  или  $\varphi(t)$ , то мгновенная скорость в момент времени  $t$  вычисляется по формуле  $v(t) = x'(t) = s'(t) = \varphi'(t)$ , а ускорение  $a(t) = v'(t) = x''(t)$ .

№ 1.

При движении тела по прямой расстояние  $S$ (км) от начальной точки меняется по закону  $S(t) = 8t + t^3$ . Найдите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите её при  $t = 2$  с.

Решение:  $v(t) = S'(t)$ .

$$v(t) = 8 + 3t^2$$

$$v(2) = 8 + 3 \cdot 2^2 = 20$$

**Ответ:**     **20 м/с.**

№ 2.

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = 1/6t^2 + 5t + 28$  (где  $x$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеренное с начала движения).

В какой момент времени её скорость будет равна 6 м/с?

Решение:  $v(t) = x'(t)$ .

$$v(t) = 1/3t + 5$$

$$1/3t + 5 = 6$$

Ответ: 3 с.

№ 3.

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $S(t) = t^3 - 3/2t^2 + 2t - 1$  (где  $S$  — расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  — время в секундах, измеряемое с начала движения).

В какой момент времени её ускорение будет равно  $9 \text{ м/с}^2$ ?

Решение:  $v(t) = S'(t) = 3t^2 - 3t + 2$

$$a(t) = v'(t) = 6t - 3$$

$$6t - 3 = 9$$

**Ответ:**      **2 с.**

## ЗАДАЧА

Мама с своей дочкой гуляла в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону  $\varphi(t)=1/9t^3-2/5t^2$ . Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном  $3 \text{ м/с}^2$ . В какой момент времени необходимо сделать снимок?

Решение:  $v(t) = \varphi'(t) = 1/3t^2 - 5t$

$$a(t) = v'(t) = 2/3t - 5$$

$$2/3t - 5 = 3$$

**Ответ:** фотографировать девочку  
необходимо

на 12 секунде

# Производная в биологии

## Задача по биологии:

- По известной зависимости численности популяции  $x(t)$  определите относительный прирост в момент времени  $t$ .

**Справка:** Популяция это совокупность особей данного вида, занимающих определённый участок территории внутри ареала вида, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций, а также является элементарной единицей эволюции.

$$P = x'(t)$$

## Производная в по химии

- Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:  
 $p(t) = t^2/2 + 3t - 3$  (моль). Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

### **Справка:**

Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени или производная от концентрации реагирующих веществ по времени (на языке математики концентрация была бы функцией, а время – аргументом)

$$V(t) = p'(t)$$

# Производительность труда

Производительность труда измеряется количеством продукции, выпущенной работником за какое-то время.

Например, пусть объем продукции выпущенной в течение дня задан формулой

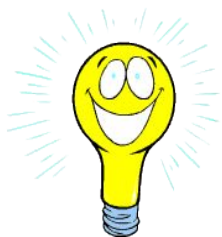
$y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$ , где  $t$  – время, выраженное в часах.

Производительность труда  $\Pi(t)$  есть производная объема выпускаемой продукции.

$$\Pi(t) = V'(t)$$







## Производная в физике

В цепи электрического тока электрический заряд  
меняется с течением времени по закону  $q=q(t)$ .

Сила тока  $I$  есть производная заряда  $q$  по  
времени .

$$I = q'(t)$$

<b>Функция</b> $f(x)$	Перемещение $S(t)$	Объем продукции $V(t)$	Кол-во вещества $p(t)$	Численность популяции $P(t)$	Количество электричества $q(t)$
<b>Производная функции</b> $f'(x)$	Скорость $v(t)$	Производительность  $\Pi(t)$	Скорость химической реакции $v(t)$	Скорость роста популяции $v(t)$	Сила тока  $I(t)$

### Применение производной в различных задачах

Задача 1. Объем продукции  $V$  цеха в течение дня зависит от времени по закону

$$V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$$

Вычислите производительность труда  $\Pi(t)$  в момент времени  $t = 2$ .

Указание:  
 $\Pi(t) = V'(t)$ ,  
 $\Pi(2) = ?$

Задача 2. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:

$$p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 3 \text{ (моль)}$$

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Указание:  
 $v(t) = p'(t)$   
 $v(3) = ?$

Задача 3. Пусть популяция бактерий в момент  $t$  (с) насчитывает  $x(t)$  особей.  $x(t) = 3000 + 100t^2$

Найти скорость роста популяции в момент времени  $t = 1$  с.

Указание:  
 $v(t) = x'(t)$   
 $v(1) = ?$

# Составить «Кластер»



Производная

## Продолжи фразу:

- 1) На уроке я работал
  - активно/пассивно
- 2) своей работой на уроке я
  - (доволен/ не доволен)
- 3) материал урока мне был
  - ( понятен/ не понятен, интересен/ скучен)
- 4) моё настроение
  - (стало лучше/стало хуже)