



«Нет ни одной области математики,
как бы абстрактна она ни была, которая
когда-нибудь не окажется применимой к
явлениям действительного мира».

Н.И. Лобачевский

Тестовое задание

Найдите производную функции:	Ответы:
1. $y = 4x^3$	И $1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$
2. $y = \frac{x^4}{4}$	Р $3x$
3. $y = 3\sqrt{x}$	З $2x^2$
4. $y = \frac{2}{x}$	Ф $12x^2$
5. $y = x - 4\sqrt{x}$	Ю $\frac{3}{2\sqrt{x}}$
6. $y = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$	С $1 - \frac{2}{\sqrt{x}}$
7. $y = x^5 + 3x^4 - 2x - 5$	Я $5x^4 + 12x^3 - 2$
	К $-\frac{2}{x^2}$
	Н $\frac{3}{2}\sqrt{x}$
	Л x^3
	М $4x^3$

Тестовое задание

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7
Ответ (буква)	Ф	Л	Ю	К	С	И	Я

О великом Ньютоне!



Исаак
Ньютон
(1642-1727)

Исаак Ньютон один из создателей дифференциального исчисления.

Главный его труд- «Математические начала натуральной философии».-оказал колоссальное влияние на развитие естествознания, стал поворотным пунктом в истории естествознания.

Ньютон ввёл понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл её физический и механический смысл.

Интересно: Исаак Ньютон называл производную **флюксией**, а саму функцию - флюентой.

ЗАДАЧА. Мама с своей дочкой гуляла в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону $\varphi(t) = 1/9t^3 - 2/5t^2$. Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном 3 м/с^2 . В какой момент времени необходимо сделать снимок?





Тема урока:

Физический смысл производной
в решении задач

Цель урока:

- Повторить основные формулы и правила дифференцирования.
- Рассмотреть на примерах решения практических задач, как применяется производная в химии, физике, биологии, экономике.

Физический смысл производной

Повторим:

Если известен закон движения материальной точки (тела) $x(t)$, $s(t)$ или $\varphi(t)$, то мгновенная скорость в момент времени t вычисляется по формуле $v(t) = x'(t) = s'(t) = \varphi'(t)$, а ускорение $a(t) = v'(t) = x''(t)$.

№ 1.

При движении тела по прямой расстояние S (км) от начальной точки меняется по закону $S(t) = 8t + t^3$. Найдите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите её при $t = 2$ с.

Решение: $v(t) = S'(t)$.

$$v(t) = 8 + 3t^2$$

$$v(2) = 8 + 3 \cdot 2^2 = 20$$

Ответ: **20 м/с.**

№ 2.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 1/6t^2 + 5t + 28$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения).

В какой момент времени её скорость будет равна 6 м/с?

Решение: $v(t) = x'(t)$.

$$v(t) = 1/3t + 5$$

$$1/3t + 5 = 6$$

Ответ: 3 с.

№ 3.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = t^3 - 3/2t^2 + 2t - 1$ (где S — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеряемое с начала движения).

В какой момент времени её ускорение будет равно 9 м/с^2 ?

Решение: $v(t) = S'(t) = 3t^2 - 3t + 2$

$$a(t) = v'(t) = 6t - 3$$

$$6t - 3 = 9$$

Ответ: **2 с.**

ЗАДАЧА

Мама с своей дочкой гуляла в парке. Девочка захотела покататься на каруселях, а мама решила сфотографировать дочку. Вращение карусели совершается по закону $\varphi(t)=1/9t^3-2/5t^2$. Фотография может быть хорошего качества только при ускорении равном 3 м/с^2 . В какой момент времени необходимо сделать снимок?

Решение: $v(t) = \varphi'(t) = 1/3t^2 - 5t$

$$a(t) = v'(t) = 2/3t - 5$$

$$2/3t - 5 = 3$$

Ответ: фотографировать девочку
необходимо

на 12 секунде

Производная в биологии

Задача по биологии:

- По известной зависимости численности популяции $x(t)$ определите относительный прирост в момент времени t .

Справка: Популяция это совокупность особей данного вида, занимающих определённый участок территории внутри ареала вида, свободно скрещивающихся между собой и частично или полностью изолированных от других популяций, а также является элементарной единицей эволюции.

$$P = x'(t)$$

Производная в по химии

- Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:
 $p(t) = t^2/2 + 3t - 3$ (моль). Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Справка:

Скоростью химической реакции называется изменение концентрации реагирующих веществ в единицу времени или производная от концентрации реагирующих веществ по времени (на языке математики концентрация была бы функцией, а время – аргументом)

$$V(t) = p'(t)$$

Производительность труда

Производительность труда измеряется количеством продукции, выпущенной работником за какое-то время.

Например, пусть объем продукции выпущенной в течение дня задан формулой

$y = -2t^3 + 10t^2 + 50t - 16$, где t – время, выраженное в часах.

Производительность труда $\Pi(t)$ есть производная объема выпускаемой продукции.

$$\Pi(t) = V'(t)$$





Производная в физике

В цепи электрического тока электрический заряд
меняется с течением времени по закону $q=q(t)$.

Сила тока I есть производная заряда q по
времени .

$$I = q'(t)$$

Функция $f(x)$	Перемещение $S(t)$	Объем продукции $V(t)$	Кол-во вещества $p(t)$	Численность популяции $P(t)$	Количество электричества $q(t)$
Производная функции $f'(x)$	Скорость $v(t)$	Производительность $\Pi(t)$	Скорость химической реакции $v(t)$	Скорость роста популяции $v(t)$	Сила тока $I(t)$

Применение производной в различных задачах

Задача 1. Объем продукции V цеха в течение дня зависит от времени по закону

$$V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$$

Вычислите производительность труда $\Pi(t)$ в момент времени $t = 2$.

Указание:
 $\Pi(t) = V'(t)$,
 $\Pi(2) = ?$

Задача 2. Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:

$$p(t) = \frac{t^2}{2} + 3t - 3 \text{ (моль)}$$

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.

Указание:
 $v(t) = p'(t)$
 $v(3) = ?$

Задача 3. Пусть популяция бактерий в момент t (с) насчитывает $x(t)$ особей. $x(t) = 3000 + 100t^2$

Найти скорость роста популяции в момент времени $t = 1$ с.

Указание:
 $v(t) = x'(t)$
 $v(1) = ?$

Составить «Кластер»



Производная

Продолжи фразу:

- 1) На уроке я работал
 - активно/пассивно
- 2) своей работой на уроке я
 - (доволен/ не доволен)
- 3) материал урока мне был
 - (понятен/ не понятен, интересен/ скучен)
- 4) моё настроение
 - (стало лучше/стало хуже)