

«Вперед к задачам №14 ЕГЭ»

*«Человек, по-настоящему мыслящий,
черпает из собственных ошибок
не меньше познания, чем из успехов».*

Координатный метод решения заключается во введении (привязке к исследуемым фигурам) декартовой системы координат, а затем - исчислении образующихся векторов (их длин и углов между ними).

Мы уже хорошо знакомы с векторами, координатами и их свойствами. Цель нашей работы: научиться применять знания для решения задач стереометрии.

Алгоритм применения метода координат к решению геометрических задач сводится к следующему:

- Выбираем в пространстве систему координат из соображений удобства выражения координат и наглядности изображения.
- Находим координаты необходимых для нас точек.
- Решаем задачу, используя основные задачи метода координат.
- Переходим от аналитических соотношений к геометрическим.

В задании ЕГЭ по стереометрии чаще всего требуется найти:

- угол между двумя скрещивающимися прямыми,
- угол между прямой и плоскостью,
- угол между двумя плоскостями,
- расстояние между двумя скрещивающимися прямыми,
- расстояние от точки до прямой,
- расстояние от точки до плоскости.

Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между двумя прямыми, параллельными им и проходящими через произвольную точку.

При нахождении угла между прямыми используют
формулу $\cos \phi = \frac{|\vec{q} \cdot \vec{p}|}{|\vec{q}| \cdot |\vec{p}|}$

или в координатной форме

$$\cos \phi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Задача на нахождение угла между скрещивающимися прямыми.

Сторона основания правильной четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 2, высота — 4. Точка E — середина отрезка CD , точка F — середина отрезка AD . Найдите угол между прямыми CF и $B_1 E$.

Углом между плоскостью и не перпендикулярной ей прямой называется угол между этой прямой и её проекцией на данную плоскость.

Угол между прямой и плоскостью можно
вычислить:

по формуле $\sin \phi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{p}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{p}|}$ или в координатах

$$\sin \phi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

где $\vec{n}\{x_1; y_1; z_1\}$ - вектор нормали к плоскости α ,
 $\vec{p}\{x_2; y_2; z_2\}$ - направляющий вектор прямой /

Задача на нахождение угла между прямой и плоскостью

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB=8$, $BC=6$, $AA_1=12$.

Точка K – середина ребра AD ,
точка M лежит на ребре DD_1
так, что $DM: D_1 M=1:2$.

- а) Докажите, что прямая BD_1 параллельна плоскости CKM .
- б) Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью CKM .

Вариант 126 alexs.larin

Расстояние от точки до плоскости, не содержащей эту точку, есть длина отрезка перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость.

Расстояние от точки M до плоскости α

вычисляется по формуле $\rho(M; \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

где $M(x_0; y_0; z_0)$, плоскость задана уравнением

$$ax + by + cz + d = 0;$$

Задача на нахождение расстояния от точки до плоскости.

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$
 $AB=6, BC=4, AA_1=7$.

Точка P – середина ребра AB , точка M лежит на
ребре DD_1 так, что $DM:D_1M=2:5$.

Найдите расстояние от точки D до плоскости
 MPC .

Вариант 125 Aleks.Larin

Задача на нахождение расстояния между двумя прямыми.

В основании прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$
лежит ромб $ABCD$ с
диагоналями $AC = 8$ и $BD = 6$.

а) Докажите, что прямые BD_1 и AC
перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между прямыми BD_1
и AC , если известно, что боковое ребро
призмы равно 12.

Вариант 124 alexs.larin

Решение.

Введём декартову систему координат. Чтобы вычислить координаты т.К, воспользуемся формулой для нахождения координат точки, которая делит отрезок BD_1 в отношении $\lambda = BK:KD_1$, где $K(x;y;z)$

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$$

$$y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$$

$$z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$$

Расстояние между точками A и B

МОЖНО ВЫЧИСЛИТЬ:

по формуле

$$\rho(A; B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

где $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$;

Задача на нахождение расстояния между двумя точками.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 6$, точка P — середина ребра $A_1 D_1$, а точка M расположена на диагонали CC_1 так, что $CM = 2MC_1$. Найдите расстояние между точками P и M .

Двугранный угол, образованный полуплоскостями измеряется величиной его линейного угла, получаемого при пересечении двугранного угла плоскостью, перпендикулярной его ребру.

Угол между двумя пересекающимися плоскостями можно

вычислить:

по формуле

$$\cos \angle(\alpha, \beta) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

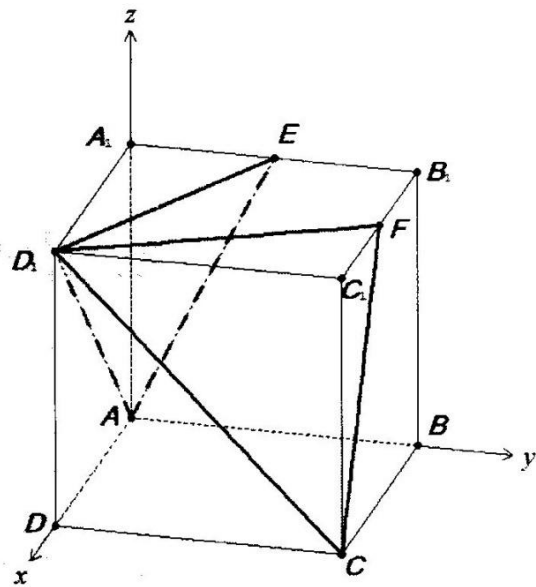
или в координатной форме

$$\cos \angle(\alpha, \beta) = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

где $\vec{n} \{A; B; C\}$ - вектор нормали плоскости $Ax + By + Cz + D = 0$,

Задача на нахождение
угла между двумя плоскостями.

В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите
угол между плоскостями AD_1E и D_1FC , где
точки E и F - середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 .



Найдём искомый угол как угол между нормальями плоскостей

$$\cos \angle(\alpha, \beta) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

Как вы видите, все те соотношения, которые при решении традиционным методом даются с большим трудом (через привлечение большого количества вспомогательных теорем), координатным методом получаются в ходе несложных алгебраических вычислений. Нам не нужно задумываться, к примеру, как проходит та или иная плоскость, как упадет перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость, каким образом скрещивающиеся прямые перенести, чтобы они были пересекающимися и т.д. Нам просто надо поместить тело в прямоугольную систему координат, определить координаты точек, векторов или плоскостей и воспользоваться формулой.



**Благодарим
за внимание!**