СТЕПЕНЬ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$0,2^{1} = 0,2; \qquad 3^{2} = 3 \cdot 3 = 9; \qquad 4^{3} = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64;$$

$$1^{4} = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1; \quad (-2)^{5} = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

$$0^{6} = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0.$$

$$a \neq 0, \quad a^{0} = 1 \qquad 5,7^{0} = 1; \quad (-3)^{0} = 1.$$

$$2^{-3}; \qquad 3^{\frac{1}{2}}$$

$$2^{-3} \cdot 2^{3} = 2^{0} \qquad 2^{-3} \cdot 2^{3} = 2^{-3+3} = 2^{0}$$

$$2^{0} = 1 \qquad 2^{-3} \cdot 2^{3} = 1 \qquad 2^{-3} = \frac{1}{2^{3}}$$

Определение: *Если n – натуральное число и* $a \neq 0$*,*

то под a^{-n} *понимают* $\frac{1}{a^n}$*:*

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \neq 0.}$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}, \qquad 7^{-1} = \frac{1}{7^1} = \frac{1}{7}.$$

$$\frac{1}{5} = 5^{-1}, \qquad \frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}.$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}}$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = a^n, \quad a \neq 0}$$

Пример 1: Вычислить: $2^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}-16^{-1}.$

Решение:

1) $2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4};$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{3}{2}\right)^{3}=\frac{27}{8};$

3) $16^{-1}=\frac{1}{16};$

4) $\frac{1}{4}+\frac{27}{8}-\frac{1}{16}=\frac{57}{16}=\boxed{3\frac{9}{16}.}$

Пример 2: Доказать, что:

$$а)\ a^{-3}\cdot a^{-5}=a^{-8};\quad б)\ a^{4}:a^{-3}=a^{7};\quad в)\ \left(a^{-2}\right)^{-3}=a^{6}.$$

а) $$a^{-3}\cdot a^{-5}=\frac{1}{a^{3}}\cdot\frac{1}{a^{5}}=\frac{1}{a^{3}\cdot a^{5}}=\frac{1}{a^{8}}=a^{-8}.$$

$$б)\ a^{4}:a^{-3}=a^{7};$$

$$a^{4}:a^{-3}=a^{4}:\frac{1}{a^{3}}=a^{4}\cdot a^{3}=a^{7}.$$

$$в)\ \left(a^{-2}\right)^{-3}=\left(\frac{1}{a^{2}}\right)^{-3}=\left(a^{2}\right)^{3}=a^{6}.$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются

$$a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-3+(-5)}$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями из показателя делимого надо вычесть показатель делителя

$$a^{4} : a^{-3} = a^{4-(-3)}$$

При возведении степени в степень показатели перемножаются

$$\left(a^{-2}\right)^{-3} = a^{(-2)(-3)}$$

Справедливы следующие свойства:

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ s, t$ – произвольные целые числа

$$a^s \cdot a^t = a^{s+t}$$

$$a^s : a^t = a^{s-t}$$

$$\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} \qquad \frac{a^2}{a^7} = a^{2-7}$$

$$\left(a^s\right)^t = a^{st}$$

$$(ab)^s = a^s \cdot b^s$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^s = \frac{a^s}{b^s}$$