Цель моей работы - доказать, что софизмы являются не просто интеллектуальным мошенничеством, а важным двигателем человеческой мысли. Показать практическое применение, их актуальность и в наше время.

Задачи:

Рассмотреть математические, алгебраические, геометрические софизмы с точки зрения их важности для изучения математики.

Попытаться найти ошибки в представленных софизмах.

Показать софизмы из жизни и современной практики.

Введение. Мозги обязаны трудиться

Софизмами принято называть утверждения, в доказательствах которых кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

В любой области математики - от простой арифметики до современных, более сложных областей – есть свои софизмы. В лучших из них рассуждения с тщательно замаскированной ошибкой позволяют приходить к самым невероятным заключениям.

Ошибкам в геометрических доказательствах Евклид посвятил целую книгу, но до наших дней она не дошла, и нам остаётся лишь гадать о том, какую невосполнимую утрату понесла из-за этого элементарная математика.

Разбор софизмов, прежде всего, развивает логическое мышление, т.е. прививает навыки правильного мышления. Обнаружить ошибку в софизме - это значит осознать ее, а осознание ошибки предупреждает от повторения ее в других математических рассуждениях.

Развитие критического мышления позволит не только успешно освоить точные науки, но и не оказаться жертвой мошенников в жизни. Например, при оформлении кредита в банке не оказаться пожизненным его должником. Думаю, многие хотя бы раз в жизни слышали подобные высказывания: «Все числа равны» или «два равно трём». Таких примеров может быть очень много, но что же это значит? Кто это придумал? Можно ли как-то объяснить эти высказывания или всё это – вымысел? На эти вопросы и на многие другие я хочу ответить в своей работе. Существуют различные софизмы: логические, терминологические, психологические, математические и т.д.

ПОНЯТИЕ «СОФИЗМ»

Софизм – (от греческого sophisma , «мастерство, умение, хитрая выдумка, уловка») - умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям. Софизм, в отличие от паралогизма, основан на преднамеренном, сознательном нарушении правил логики. Каким бы ни был софизм, он всегда содержит одну или несколько замаскированных ошибок. Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки. История математики полна неожиданных и интересных софизмов, разрешение которых порой служило толчком к новым открытиям. Математические софизмы приучают внимательно и настороженно продвигаться вперед, тщательно следить за точностью формулировок, правильностью записи чертежей, за законностью математических операций. Очень часто понимание ошибок в софизме ведет к пониманию математики в целом, помогает развивать логику и навыки правильного мышления. Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях. Софизмы не приносят пользы, если их не понимать.

ЭКСКУРС В ИСТОРИЮ

Софистами называли группу древнегреческих философов 4-5 века до н.э., достигших большого искусства в логике Наиболее известна деятельность старших софистов, к которым относят Протагора из Абдеры, Горгия из Леонтип, Гиппия из Элиды и Продика из Кеоса. . Аристотель называл софизмом «мнимые доказательства», в которых обоснованность заключения кажущаяся и обязана чисто субъективному впечатлению, вызванному недостаточностью логического анализа. . Убедительность на первый взгляд многих софизмов, их «логичность» обычно связана с хорошо замаскированной ошибкой: подмена основной мысли (тезиса) доказательства, принятие ложных посылок за истинные, несоблюдение допустимых способов рассуждения (правил логического вывода), использование «неразрешённых» или даже «запрещённых» правил или действий, например деления на нуль в математических софизмах.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ

Арифметика - (греч. arithmetika, от arithmys — число), наука о числах, в первую очередь о натуральных (целых положительных) числах и (рациональных) дробях, и действиях над ними. Так что же такое арифметические софизмы? Арифметические софизмы – это числовые выражения, имеющие неточность или ошибку, не заметную с первого взгляда.

1. « Если А больше В, то А всегда больше, чем 2В»

Возьмем два произвольных положительных числа А и В, такие, что А>В. Умножив это неравенство на В, получим новое неравенство АВ>В*В, а отняв от обеих его частей А*А, получим неравенство АВ-А*А>В*В-А*А, которое равносильно следующему:

А(В-А)>(В+А)(В-А). (1)

После деления обеих частей неравенства (1) на В-А получим, что

А>В+А (2),

А прибавив к этому неравенству почленно исходное неравенство А>В, имеем 2А>2В+А, откуда

А>2В.

Итак, если А>В, то А>2В. Это означает, к примеру, что из неравенства 6>5 следует, что 6>10.

Где же ошибка???

2. «Число, равное другому числу, одновременно и больше, и меньше его».

Возьмем два произвольных положительных равных числа А и В и напишем для них следующие очевидные неравенства:

А>-В и В>-В. (1)

Перемножив оба этих неравенства почленно, получим неравенство А*В>В*В, а после его деления на В, что вполне законно, ведь В>0, придем к выводу, что

А>В. (2)

Записав же два других столь же бесспорных неравенства

В>-А и А>-А, (3)

Аналогично предыдущему получим, что В*А>А*А, а разделив на А>0, придем к неравенству

А>В. (4)

Итак, число А, равное числу В, одновременно и больше, и меньше его.

Где ошибка???

<u>3. «2+2=5»</u>
Чтобы доказать, что **2+2=5**, можно всего лишь доказать, что **4=5**
Начнём с равенства:
16-36=25-45
Прибавим к обеим частям **20,25**, получим:
16-36+20,25=25-45+20,25
Заметим, что в обеих частях равенства можно вывести полный квадрат:
$$4^2-2*4*4{,}5+4{,}5^2=5^2-2*5*4{,}5+4{,}5^2$$
Получим::
$$(4-4{,}5)^2=(5-4{,}5)^2$$
Извлекаем корень из обеих частей равенства, получим:
4-4,5=5-4,5
4=5
что и требовалось доказать.

4.«Дважды два равно пяти»

Обозначим $4=a$, $5=b$, $(a+b)/2=d$. Имеем: $a+b=2d$, $a=2d-b$, $2d-a=b$. перемножим два последних равенства по частям. Получим: $2da-a^2=2db-b^2$. Умножим обе части получившегося равенства на -1 и прибавим к результатам d^2. Будем иметь: $a^2-2da+d^2=b^2-2bd+d^2$, или $(a-d)(a-d)=(b-d)(b-d)$, откуда $a-d=b-d$ и $a=b$, т.е. $2*2=5$

Где ошибка???

5. «Пропавший рубль»

Три подруги зашли в кафе выпить по чашке кофе. Выпили. Официант принес им счет на 30 рублей. Подруги заплатили по 10 рублей и вышли. Однако хозяин кафе почему-то решил, что поданный на этот столик кофе стоит 25 рублей, и велел вернуть посетительницам 5 рублей. Официант взял деньги и побежал догонять подруг, но пока бежал, подумал, что им будет трудно делить на троих 5 рублей, и поэтому решил отдать им по 1 рублю, а два рубля оставить себе. Так и сделал.

Что же получилось? Подруги заплатили по 9 рублей. 9*3=27 рублей, да два рубля осталось у официанта. А где еще 1 рубль?

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ

Алгебра — один из больших разделов математики, принадлежащий наряду с арифметикой и геометрией к числу старейших ветвей этой науки. Задачи, а также методы алгебры, отличающие её от других отраслей математики, создавались постепенно, начиная с древности. Алгебра возникла под влиянием нужд общественной практики, в результате поисков общих приёмов для решения однотипных арифметических задач. Приёмы эти заключаются обычно в составлении и решении уравнений. Т.е. алгебраические софизмы – намеренно скрытые ошибки в уравнениях и числовых выражениях.

1. «Два неодинаковых натуральных числа равны между собой»

Решим систему двух уравнений:

$x+2y=6$, (1)

$y=4-x/2$ (2)

Сделаем это подстановкой y из 2го уравнения в 1, получаем $x+8-x=6$, откуда $8=6$

Где же ошибка???

2. «Отрицательное число больше положительного».

Возьмем два положительных числа a и c.
Сравним два отношения:
a/-c и -a/c
Они равны, так как каждое из них равно –(a/c).
Можно составить пропорцию: a/-c= -a/c
Но если в пропорции предыдущий член первого отношения больше последующего, то предыдущий член второго отношения также больше своего последующего. В нашем случае a>-c, следовательно, должно быть –a>c, т.е. отрицательное число больше положительного.
Где ошибка???

3.Любое число a равно меньшему числу b

Начнём с равенства:

$a=b+c$

Умножим обе его части на **$a-b$**, получим:

$a^2-ab = ab+ac-b^2-bc$

Перенесём **ac** в левую часть:

$a^2-ab-ac = ab-b^2-bc$

и разложим на множители:

$a(a-b-c)=b(a-b-c)$

Разделив обе части равенства на **$a-b-c$**, найдём

$a=b$

что и требовалось доказать.

4.Уравнение x-a=0 не имеет корней

Дано уравнение:
x-a=0
Разделим всё на **x-a**, получим:
1=0
Это равенство неверное, следовательно исходное уравнение не имеет корней.

5.Вес слона равен весу комара.

Пусть x – вес слона, а y – вес комара. Обозначим сумму этих весов 2п, получим x+y=2п. Из этого равенства можно получить еще два: x – 2п = -y и x = -y + 2п. Перемножим почленно эти два равенства: $x^2 - 2пx + п^2 = y^2 - 2пy + п^2$ или $(x - п)^2 = (y - п)^2$. Извлекая квадратный корень из обеих частей последнего равенства, получим: x – п = y – п или x=y, т.е. вес слона равен весу комара! В чем тут дело?

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СОФИЗМЫ

Геометрические софизмы – это умозаключения или рассуждения, обосновывающие какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, связанное с геометрическими фигурами и действиями над ними.

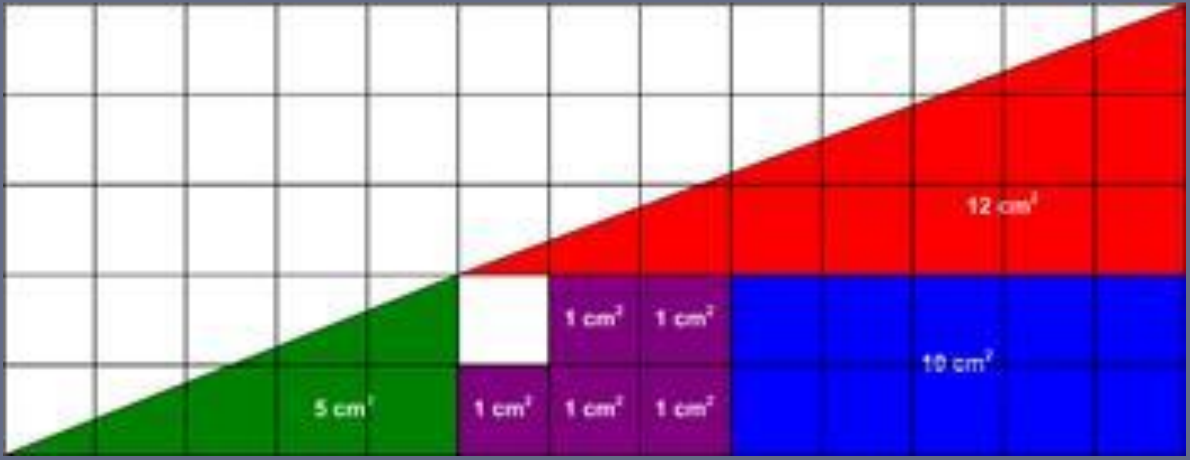
1. « Спичка вдвое длиннее телеграфного столба»

Пусть, а дм- длина спички и b дм - длина столба. Разность между b и a обозначим через c . Имеем $b - a = c$, $b = a + c$. Перемножаем два эти равенства по частям, находим: $b^2 - ab = ca + c^2$. Вычтем из обеих частей bc. Получим: $b^2 - ab - bc = ca + c^2 - bc$, или $b(b - a - c) = - c(b - a - c)$, откуда $b = - c$, но $c = b - a$, поэтому $b = a - b$, или $a = 2b$.

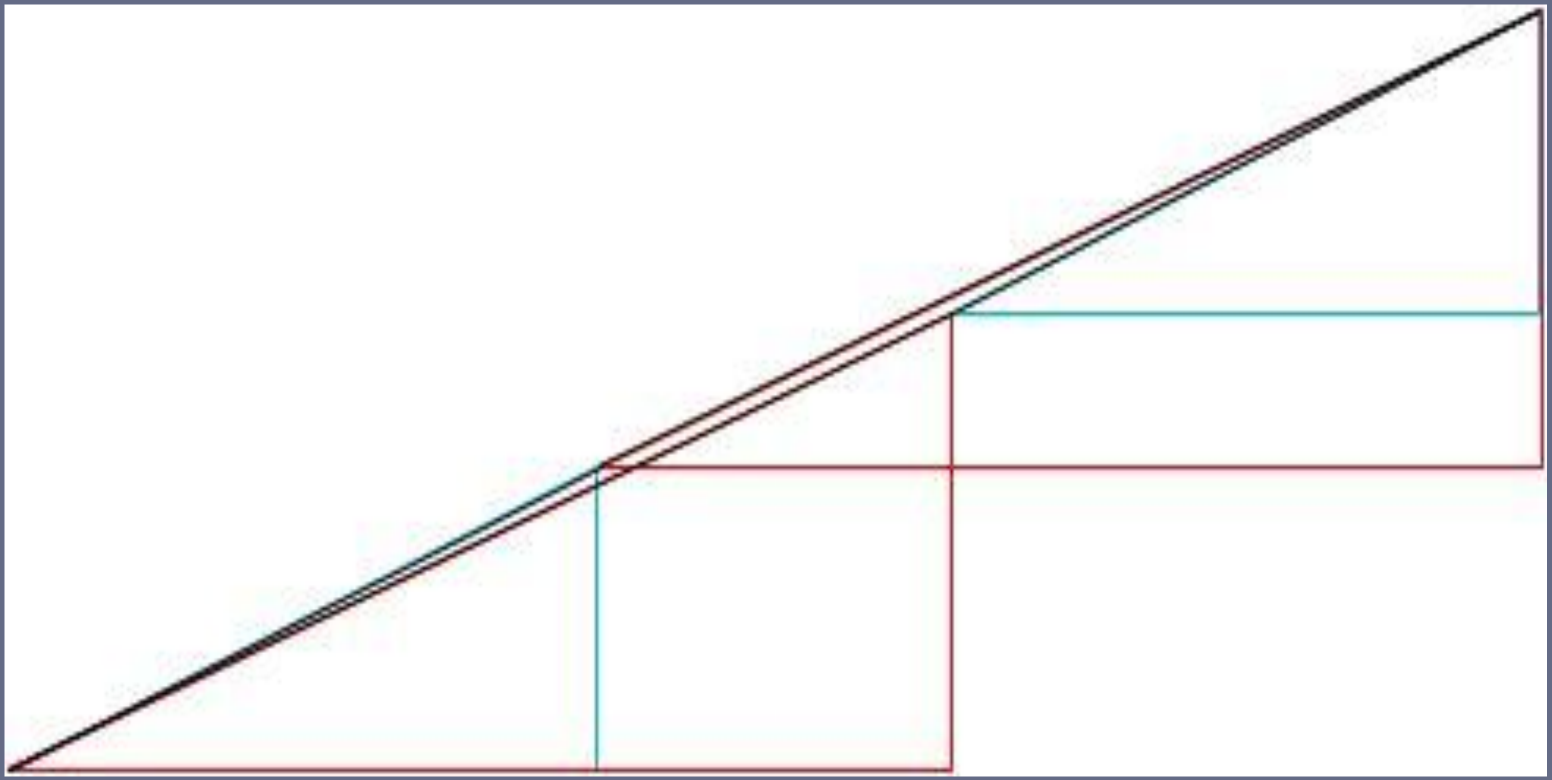
Где ошибка???

2.Задача о треугольнике

Дан прямоугольный треугольник 13×5 клеток, составленный из 4 частей. После перестановки частей при визуальном сохранении изначальных пропорций появляется дополнительная, не занятая ни одной частью, клетка. Откуда она берется?



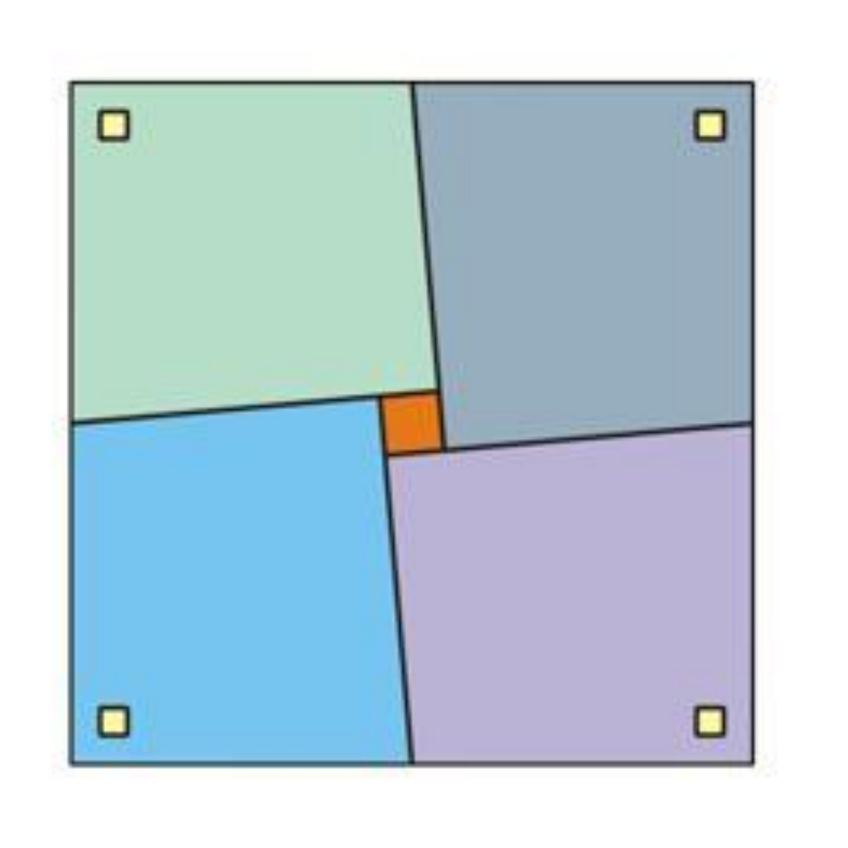
Утверждение легко проверить вычислениями.

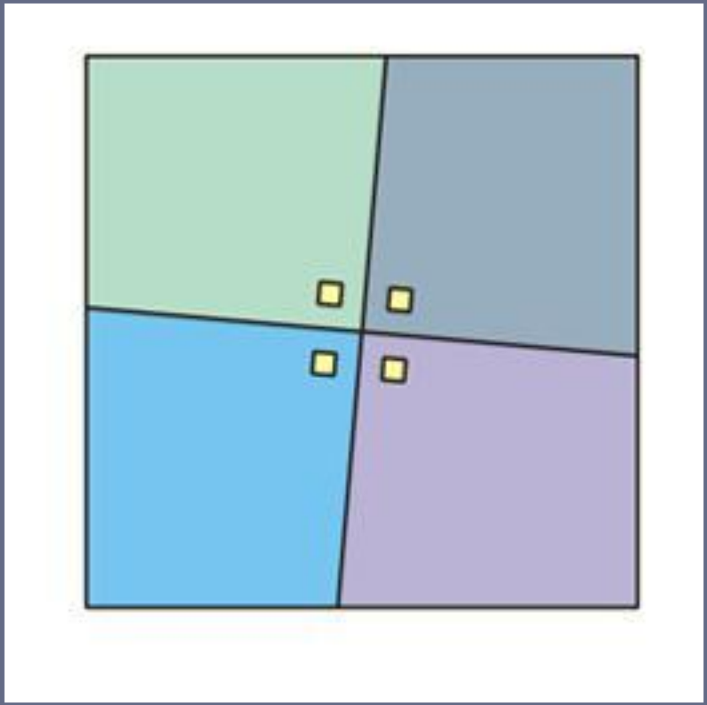


3. Исчезающий квадрат

Большой квадрат составлен из четырёх одинаковых четырёхугольников и маленького квадрата.

Если четырёхугольники развернуть, то они заполнят площадь, занимаемую маленьким квадратом, хотя площадь большого квадрата визуально не изменится.

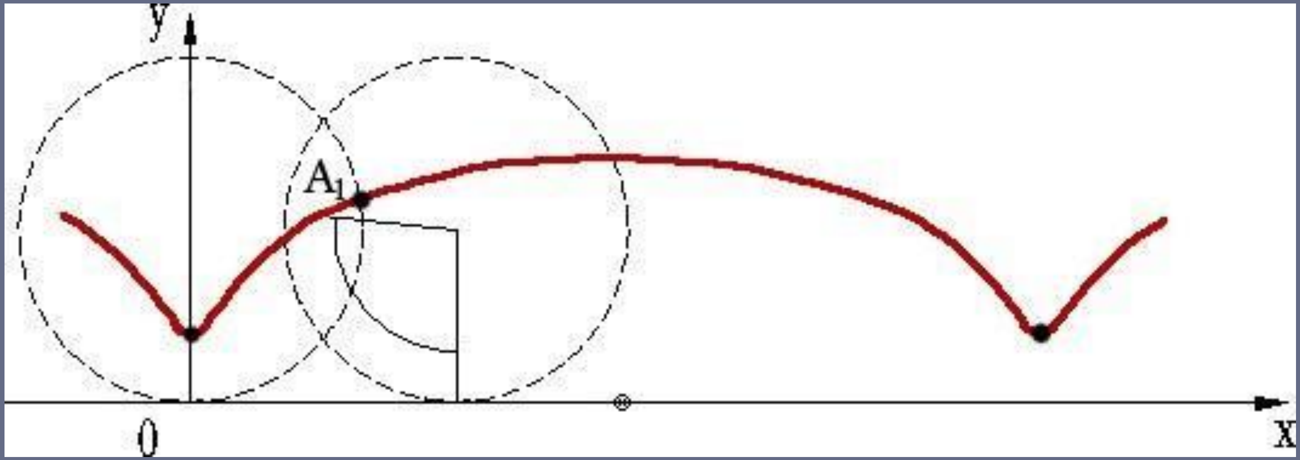


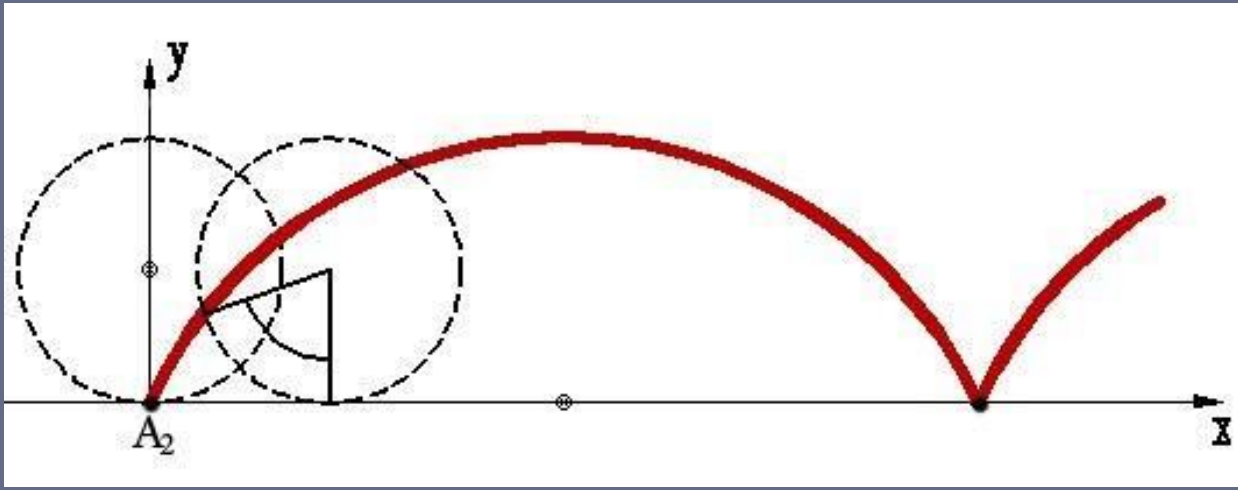


Софизм Аристотеля

Все окружности имеют одинаковую длину. Ведь при оборачивании двух окружностей с разными диаметрами **OA_1** и **OA_2**, каждая из них за один оборот спрямляется на одинаковый отрезок **OO_1**

Для выявления ошибки построен чертеж, показывающий, какую на самом деле траекторию проходят различные точки окружности, и становится очевидной ошибка доказательстве. Точки **A_1** и **A_2** во время движения колеса описывают кривые разной длины, их называют циклоидальными кривыми.





Кроме математических софизмов, существует множество других, например: логические, терминологические, психологические и т.д. Понять абсурдность таких утверждений проще, но от этого они не становятся менее интересными. Очень многие софизмы выглядят как лишенная смысла и цели игра с языком; игра, опирающаяся на многозначность языковых выражений, их неполноту, недосказанность, зависимость их значений от контекста и т.д. Эти софизмы кажутся особенно наивными и несерьезными.

«Полупустое и полуполное»

«Полупустое есть то же, что и полуполное. Если равны половины, значит, равны и целые. Следовательно, пустое есть то же, что и полное».

«Чётное и нечётное»

«5 есть 2 + 3 («два и три»). Два — число чётное, три — нечётное, выходит, что пять — число и чётное и нечётное. Пять не делится на два, также, как и 2 + 3, значит, оба числа не чётные!»

«Лекарства»

«Лекарство, принимаемое больным, есть добро. Чем больше делать добра, тем лучше. Значит, лекарств нужно принимать как можно больше».

«Самое быстрое существо не способно догнать самое медленное»
Быстроногий Ахиллес никогда не настигнет медлительную черепаху. Пока Ахиллес добежит до черепахи, она продвинется немного вперед. Он быстро преодолеет и это расстояние, но черепаха уйдет еще чуточку вперед. И так до бесконечности. Всякий раз, когда Ахиллес будет достигать места, где была перед этим черепаха, она будет оказываться хотя бы немного, но впереди.

«Нет конца»
Движущийся предмет должен дойти до половины своего пути прежде, чем он достигнет его конца. Затем он должен пройти половину оставшейся половины, затем половину этой четвертой части и т.д. до бесконечности. Предмет будет постоянно приближаться к конечной точке, но так никогда ее не достигнет.

«Куча»

Одна песчинка не есть куча песка. Если n песчинок не есть куча песка, то и n+1 песчинка - тоже не куча. Следовательно, никакое число песчинок не образует кучу песка.

«Может ли всемогущий маг создать камень, который не сможет поднять?»

Если не может - значит, он не всемогущий. Если может - значит, всё равно не всемогущий, т.к. он не может поднять это камень.

«Равен ли полный стакан пустому?»

Да. Проведем рассуждение. Пусть имеется стакан, наполненный водой до половины. Тогда можно сказать, что стакан, наполовину полный равен стакану, наполовину пустому. Увеличивая обе части равенства вдвое, получим, что стакан полный равен стакану пустому.

«Софизм Кратила»

Диалектик Гераклит, провозгласив тезис "все течет", пояснял, что в одну и ту же реку (образ природы) нельзя войти дважды, ибо когда входящий будет входить в следующий раз, на него будет течь уже другая вода. Его ученик Кратил, сделал из утверждения учителя другие выводы: в одну и ту же реку нельзя войти даже один раз, ибо пока ты входишь, она уже изменится.

«Софизм Эватла»

Эватл брал уроки софистики у софиста Протагора под тем условием, что гонорар он уплатит только в том случае, если выиграет первый процесс. Ученик после обучения не взял на себя ведения какого-либо процесса и потому считал себя вправе не платить гонорара. Учитель грозил подать жалобу в суд, говоря ему следующее: "Судьи или присудят тебя к уплате гонорара или не присудят. В обоих случаях ты должен будешь уплатить. В первом случае в силу приговора судьи, во втором случае в силу нашего договора". На это Эватл отвечал: "Ни в том, ни в другом случае я не заплачу. Если меня присудят к уплате, то я, проиграв первый процесс, не заплачу в силу нашего договора, если же меня не присудят к уплате гонорара, то я не заплачу в силу приговора суда". (Ошибка становится ясной, если мы раздельно поставим два вопроса: 1) должен ли Эватл платить или нет и 2) выполнены ли условия договора или нет.)

Заключение.

О математических софизмах можно говорить бесконечно много, как и о математике в целом. Изо дня в день рождаются новые парадоксы, некоторые из них останутся в истории, а некоторые просуществуют один день. Софизмы есть смесь философии и математики, которая не только помогает развивать логику и искать ошибку в рассуждениях. Буквально вспомнив, кто же такие были софисты, можно понять, что основной задачей было постижение философии. Но, тем не менее, в нашем современном мире, если и находятся люди, которым интересны софизмы, в особенности математические, то они изучают их как явление только со стороны математики, чтобы улучшить навыки правильности и логичности рассуждений.

Понять софизм как таковой (решить его и найти ошибку) получается не сразу. Требуются определенный навык и смекалка. Развитая логика мышления может пригодиться в жизни.

Софистика-это целая наука, а именно математические софизмы - это лишь часть одного большого течения.

Исследовать софизмы действительно очень интересно и необычно. Порой в них рассуждения кажутся безукоризненными! Благодаря софизмам можно научиться искать ошибки в рассуждениях других, научится грамотно строить свои рассуждения и логические объяснения.