МКОУ СОШ № 6 п. Медвеженский

Тригонометрические уравнения

урок математики в 10 классе

Учитель математики
высшей квалификационной категории
Ксензюк Любовь Павловна

Цель:

- Рассмотреть способы решения простейших тригонометрических уравнений.

Простейшие тригонометрические уравнения

К простейшим тригонометрическим уравнениям относятся уравнения вида:

- Sin x = a
- Cos x =a
- Tq x = a
- Ctq x = a

∈

Решение простейших тригонометрических уравнений

I. Если $|a| \leq 1$, то

1. $\cos x = a$, $\quad x = \pm \arccos a + 2\pi n$, $n \in Z$

Если $|a| \leq 1$, то arkcos a – это такое <u>число</u> из отрезка $[0, \pi]$, косинус которого равен а

Если $|a| \leq 1$, то

$\arccos a = t$, *так как* $\cos t = a$, где $0 \leq t \leq \pi$,

$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$, где $0 \leq a \leq \pi$

Примеры

1. arkcos $\frac{1}{2}$ $= \pi/3$, т.к. Cos $\pi/3 = \frac{1}{2}$,
2. arkcos $1 = 0$, т.к. Cos $0 = 1$,
3. arkcos $(-1) = \pi$, т.к. Cos $\pi = -1$,
4. arkcos $\sqrt{2}/2 = \pi/4$, т.к.
   Cos $\pi/4 = \sqrt{2}/2$
5. arkcos$(-\sqrt{2}/2) = \pi - \pi/4 = 3\pi/4$, т.к.
   Cos $3\pi/4 = -\sqrt{2}/2$

Примеры решения уравнений вида
$\cos x = a$, $x = \pm \operatorname{arkcos} a + 2\pi n$, $n \in Z$

№ 15.5 а.

$\text{Cos } t = ½$

$t = \pm \operatorname{arkcos} ½ + 2\pi n,$

$t = \pm \pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $\pm\pi/3+2\pi n,\ n \in Z$

№ 15.5 б.

$\text{Cos } t = \sqrt{2}/2$

$t = \pm \operatorname{arkcos}\sqrt{2}/2 + 2\pi n,$

$t = \pm \pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $\pm \pi/4 + 2\pi n,\ n \in Z$

№ 15.13а.

$6 \cos^2 t + 5 \cos t + 1 = 0$

Пусть $\cos t = y$, тогда

$6y^2 + 5y + 1 = 0$

$D = 25 - 24 = 1, \quad \sqrt{D} = 1$

$Y = \dfrac{-5+1}{12} = \dfrac{-4}{12} = -\dfrac{1}{3}$

$Y = \dfrac{-5-1}{12} = \dfrac{-6}{12} = \dfrac{-1}{2}$

$\cos t = 1/6,$

$t = \pi - \operatorname{arkcos}(-1/3) + 2\pi n,\ n \in Z$

$\cos t = -1,$

$t = \pm \operatorname{arkcos}(-1/2) + 2\pi n,\ n \in Z$

$t = \pm 2\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $\pi - \operatorname{arkcos}(-1/3) + 2\pi n,$

$\pm 2\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

Решение простейших тригонометрических уравнений

I. Если |a|≤1,то

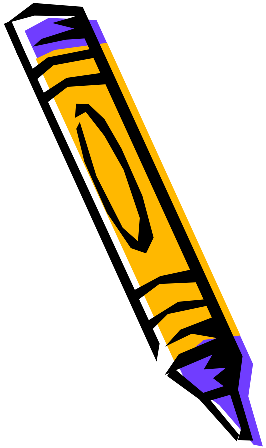
2. a) sin x = a, x = $(-1)^n$arksin a + πn,
   б) sin x = a, x = arksin a + 2πk ,
   x = π - arksin a + 2πk. Где n Є Z , k Є Z

Если |a|≤1,то arksin a – это такое <u>число</u> из отрезка [-π/2 ; π/2], синус которого равен a

Если |a|≤1,то

arksin a =*t* , *так как* sin t = a, -π/2 ≤ t ≤ π/2,

arksin (- a) = - arksin a

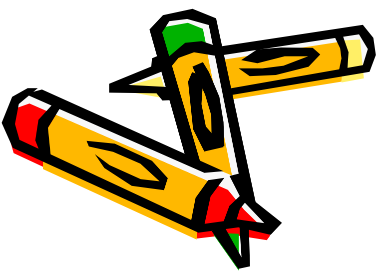


Решение простейших тригонометрических уравнений

II. Если $|a| \geq 1$, то уравнения:

Sin $x = a$, Cos $x = a$,

не имеют решений



Примеры

1. arksin ½ = π/6, т.к. Sin π/6 = ½
2. arksin 0 = 0 , т.к. Sin 0 = 0,
3. arksin (-√2/2) = - π/4,

   т.к. Sin(- π/4) = -√2/2

5. arksin √3/2 = π/3,

   т.к. Sin π/3 = √3/2

Примеры решения уравнений вида $\sin x = a$, $x = (-1)^n \text{arksin}\, a + \pi n$,

№16.5 а.

$\text{Sin}\ t = \sqrt{3}/2$

$t = (-1)^n \text{arksin} \sqrt{3}/2 + \pi n$,

$t = (-1)^n\ \pi/3 + \pi n,\ n \in Z$

Ответ: $(-1)^n \pi/3 + \pi n,\ n \in Z$

№16.6 а.

$\text{Sin}\ t = -1$

$t = (-1)^n \text{arksin}\ (-1) + \pi n$,

$t = (-1)^n(-\ \pi/2) + \pi n$,

$t = (-1)^n(-1)\ \pi/2 + \pi n$,

t=???????

Решение простейших тригонометрических уравнений

tq x = a

x Є (- π/2; π/2)

x = arktq a + πk, k Є Z

Если a < 0

tq x = - a

x Є (- π/2; π/2)

x = arktq (-a) + πk , k Є Z

x = - arktq a + πk, k Є Z

ctq x = a

x Є (0; π)

x = arkctq a + πk, k Є Z

Если a < 0

ctq x = - a

x Є (0; π)

x = arkctq (-a) + πk, k Є Z

x =π- arkctq a+ πk, k Є Z

Частные случаи решения тригонометрических уравнений

1. $\sin x = 0$, $x = \pi n$,

2. $\sin x = 1$,
   $x = \pi/2 + 2\pi n$,

3. $\sin x = -1$,
   $x = -\pi/2 + 2\pi n$,

<u>$n \in Z$</u>

1. $\cos x = 0$,
   $x = \pi/2 + \pi n$,

2. $\cos x = 1$,
   $x = 2\pi n$,

3. $\cos x = -1$,
   $x = \pi + 2\pi n$,

<u>$n \in Z$</u>