МКОУ СОШ № 6
п. Медвеженский

Тригонометрические уравнения

урок математики в 10 классе

Учитель математики
высшей квалификационной категории
Ксензюк Любовь Павловна

Цель:

- Рассмотреть способы решения простейших тригонометрических уравнений.

Простейшие тригонометрические уравнения

К простейшим тригонометрическим уравнениям относятся уравнения вида:

- Sin x = a
- Cos x =a
- Tq x = a
- Ctq x = a

$\in$

Решение простейших тригонометрических уравнений

I. Если |a|≤1,то

1. $\cos x = a$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n$, $n \in Z$

Если |a|≤1,то arkcos a – это такое <u>число</u> из отрезка [0, π], косинус которого равен a

Если |a|≤1,то

arkcos a = *t* , *так как* cos t = a, где $0 \le t \le \pi$,

arkcos (- a) = π - arkcos a , где $0 \le a \le \pi$

Примеры

1. arkcos $\frac{1}{2} = \pi/3$, т.к. Cos $\pi/3 = \frac{1}{2}$,
2. arkcos $1 = 0$, т.к. Cos $0 = 1$,
3. arkcos $(-1) = \pi$, т.к. Cos $\pi = -1$,
4. arkcos $\sqrt{2}/2 = \pi/4$, т.к.
   Cos $\pi/4 = \sqrt{2}/2$
5. arkcos$(-\sqrt{2}/2) = \pi - \pi/4 = 3\pi/4$, т.к.
   Cos $3\pi/4 = -\sqrt{2}/2$

Примеры решения уравнений вида

$\cos x = a$, $x = \pm \text{arkcos } a + 2\pi n$, $n \in Z$

<u>№ 15.5 а.</u>

$\cos t = ½$

$t = \pm \arccos ½ + 2\pi n$,

$t = \pm \pi/3 + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ: $\pm\pi/3+2\pi n$, $n \in Z$

<u>№ 15.5 б.</u>

$\cos t = \sqrt{2}/2$

$t = \pm\arccos\sqrt{2}/2 + 2\pi n$,

$t = \pm \pi/4 + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ: $\pm \pi/4 + 2\pi n$, $n \in Z$

<u>№ 15.13а.</u>

$6 \cos^2 t + 5 \cos t + 1 = 0$

Пусть $\cos t = y$, тогда

$6y^2 + 5y + 1 = 0$

$D = 25 - 24 = 1$, $\sqrt{D} = 1$

$$Y = \frac{-5+1}{12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$Y = \frac{-5-1}{12} = \frac{-6}{12} = \frac{-1}{2}$$

$\cos t = 1/6$,

$t = \pi - \arccos(-1/3) + 2\pi n$, $n \in Z$

$\cos t = -1$,

$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi n$, $n \in Z$

$t = \pm 2\pi/3 + 2\pi n$, $n \in Z$

Ответ: $\pi - \arccos(-1/3) + 2\pi n$,

$\pm 2\pi/3 + 2\pi n$, $n \in Z$

Решение простейших тригонометрических уравнений

I. Если $|a| \leq 1$, то

2. a) $\sin x = a$, $x = (-1)^n \text{arksin}\, a + \pi n$,

   б) $\sin x = a$, $x = \text{arksin}\, a + 2\pi k$,

   $x = \pi - \text{arksin}\, a + 2\pi k$. Где $n \in Z$, $k \in Z$

Если $|a| \leq 1$, то arksin a – это такое <u>число</u> из отрезка $[-\pi/2 ; \pi/2]$, синус которого равен a

Если $|a| \leq 1$, то

$\text{arksin}\, a = t$, *так как* $\sin t = a$, $-\pi/2 \leq t \leq \pi/2$,

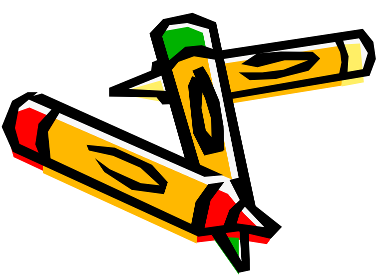
$\text{arksin}\,(- a) = - \text{arksin}\, a$

Решение простейших тригонометрических уравнений

II. Если $|a| \geq 1$, то уравнения:

$\operatorname{Sin} x = a$, $\operatorname{Cos} x = a$,

не имеют решений

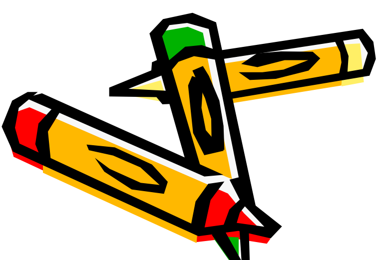


Примеры

1. arksin $\frac{1}{2}$ = $\pi/6$, т.к. Sin $\pi/6$ = $\frac{1}{2}$
2. arksin 0 = 0 , т.к. Sin 0 = 0,
3. arksin ($-\sqrt{2}/2$) = $-\ \pi/4$,

   т.к. Sin($-\ \pi/4$) = $-\sqrt{2}/2$
5. arksin $\sqrt{3}/2$ = $\pi/3$,

   т.к. Sin $\pi/3$ = $\sqrt{3}/2$



Примеры решения уравнений вида
$\sin x = a$, $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$,

№16.5 а.

$\text{Sin } t = \sqrt{3}/2$

$t = (-1)^n \arcsin \sqrt{3}/2 + \pi n$,

$t = (-1)^n \pi/3 + \pi n, n \in Z$

Ответ: $(-1)^n \pi/3 + \pi n, n \in Z$

№16.6 а.

$\text{Sin } t = -1$

$t = (-1)^n \arcsin (-1) + \pi n$,

$t = (-1)^n (-\pi/2) + \pi n$,

$t = (-1)^n (-1) \pi/2 + \pi n$,

t=???????

Решение простейших тригонометрических уравнений

$\mathrm{tq}\ x = a$

$x \in (-\pi/2;\ \pi/2)$

$x = \mathrm{arktq}\ a + \pi k,\ \ k \in Z$

Если $a < 0$

$\mathrm{tq}\ x = -\ a$

$x \in (-\pi/2;\ \pi/2)$

$x = \mathrm{arktq}\ (-a) + \pi k\ ,\ k \in Z$

$x = -\ \mathrm{arktq}\ a + \pi k,\ k \in Z$

$\mathrm{ctq}\ x = a$

$x \in (0;\ \pi)$

$x = \mathrm{arkctq}\ a + \pi k,\ k \in Z$

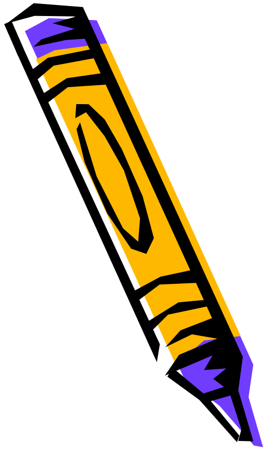
Если $a < 0$

$\mathrm{ctq}\ x = -\ a$

$x \in (0;\ \pi)$

$x = \mathrm{arkctq}\ (-a) + \pi k,\ k \in Z$

$x = \pi - \mathrm{arkctq}\ a + \pi k,\ k \in Z$



Частные случаи решения тригонометрических уравнений

1. $\sin x = 0$, $x = \pi n$,
2. $\sin x = 1$,
   $x = \pi/2 + 2\pi n$,
3. $\sin x = -1$,
   $x = -\pi/2 + 2\pi n$,

<u>$n \in Z$</u>

1. $\cos x = 0$,
   $x = \pi/2 + \pi n$,
2. $\cos x = 1$,
   $x = 2\pi n$,
3. $\cos x = -1$,
   $x = \pi + 2\pi n$,

<u>$n \in Z$</u>