



МКОУ СОШ № 6
п. Медвеженский

Тригонометрические уравнения

урок математики в 10 классе

Учитель математики
высшей квалификационной категории
Ксензюк Любовь Павловна



Цель:

- Рассмотреть способы решения простейших тригонометрических уравнений.



Простейшие тригонометрические уравнения

К простейшим тригонометрическим уравнениям относятся уравнения вида:

- $\sin x = a$
- $\cos x = a$
- $\operatorname{Tg} x = a$
- $\operatorname{Ctg} x = a$



Решение простейших тригонометрических уравнений

I. Если $|a| \leq 1$, то

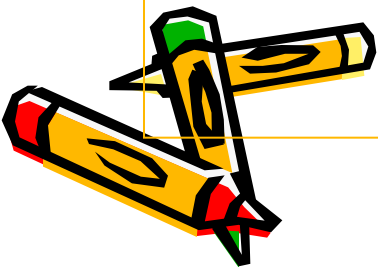
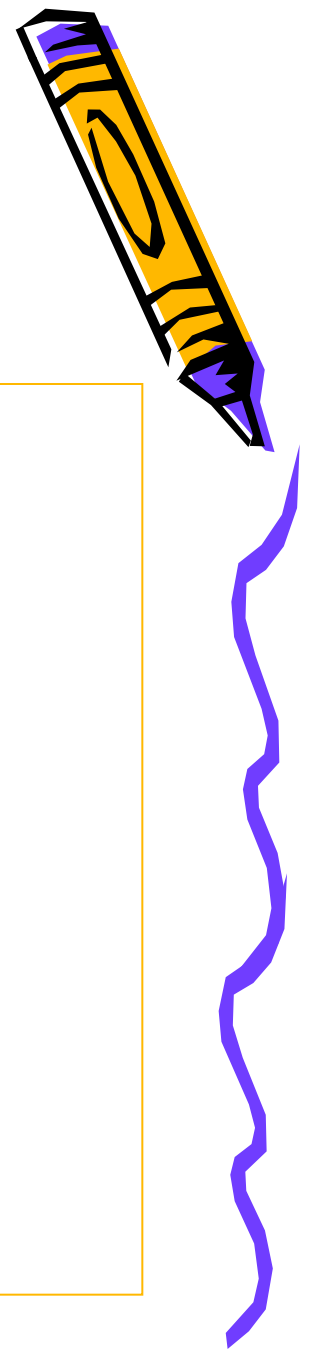
1. $\cos x = a$, $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Если $|a| \leq 1$, то $\arccos a$ – это такое число
из отрезка $[0, \pi]$, косинус которого равен a

Если $|a| \leq 1$, то

$\arccos a = t$, так как $\cos t = a$, где $0 \leq t \leq \pi$,

$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$, где $0 \leq a \leq \pi$



Примеры

1. $\arccos \frac{1}{2} = \pi/3$, т.к. $\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$,

2. $\arccos 1 = 0$, т.к. $\cos 0 = 1$,

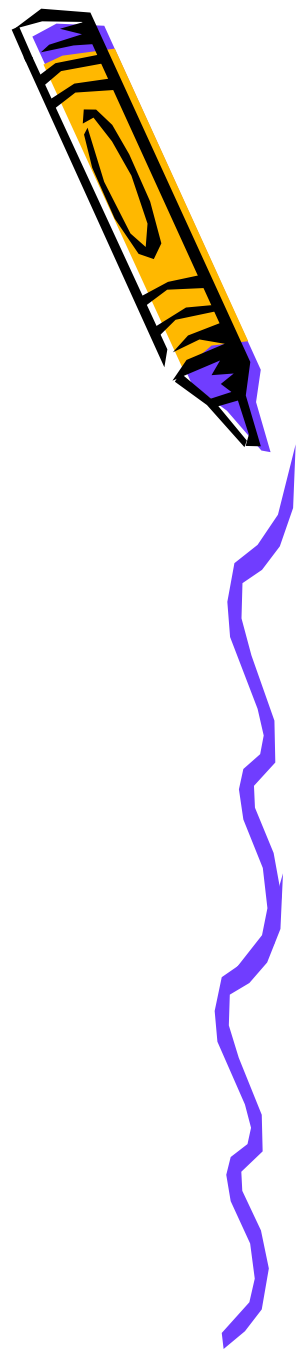
3. $\arccos (-1) = \pi$, т.к. $\cos \pi = -1$,

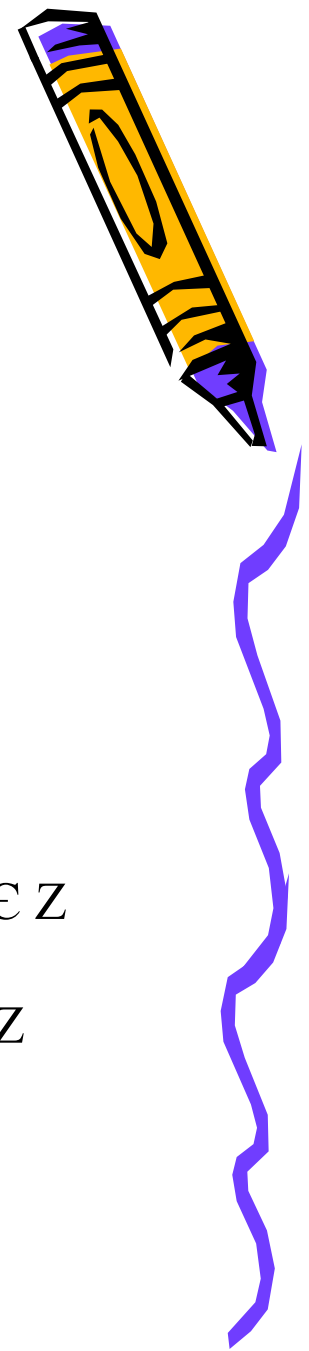
4. $\arccos \sqrt{2}/2 = \pi/4$, т.к.

$$\cos \pi/4 = \sqrt{2}/2$$

5. $\arccos(-\sqrt{2}/2) = \pi - \pi/4 = 3\pi/4$, т.к.

$$\cos 3\pi/4 = -\sqrt{2}/2$$





Примеры решения уравнений вида

$$\cos x = a, x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

№ 15.5 а.

$$\cos t = 1/2$$

$$t = \pm \arccos 1/2 + 2\pi n,$$

$$t = \pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \pm \pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

№ 15.5 б.

$$\cos t = \sqrt{2}/2$$

$$t = \pm \arccos \sqrt{2}/2 + 2\pi n,$$

$$t = \pm \pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \pm \pi/4 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



№ 15.13а.

$$6 \cos^2 t + 5 \cos t + 1 = 0$$

Пусть $\cos t = y$, тогда

$$6y^2 + 5y + 1 = 0$$

$$D = 25 - 24 = 1, \sqrt{D} = 1$$

$$Y = \frac{-5 + 1}{12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$$

$$Y = \frac{-5 - 1}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2}$$

$$\cos t = 1/6,$$

$$t = \pi - \arccos(-1/3) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = -1,$$

$$t = \pm \arccos(-1/2) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$t = \pm 2\pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ОТВЕТ: } \pi - \arccos(-1/3) + 2\pi n,$$

$$\pm 2\pi/3 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение простейших тригонометрических уравнений



I. Если $|a| \leq 1$, то

2. а) $\sin x = a$, $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$,

б) $\sin x = a$, $x = \arcsin a + 2\pi k$,

$x = \pi - \arcsin a + 2\pi k$. Где $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$

Если $|a| \leq 1$, то $\arcsin a$ - это такое число
из отрезка $[-\pi/2 ; \pi/2]$, синус которого равен a

Если $|a| \leq 1$, то

$\arcsin a = t$, так как $\sin t = a$, $-\pi/2 \leq t \leq \pi/2$,

$\arcsin(-a) = -\arcsin a$



Решение простейших тригонометрических уравнений



II. Если $|a| \geq 1$, то уравнения:

$$\sin x = a, \cos x = a,$$

не имеют решений



Примеры

1. $\arcsin \frac{1}{2} = \pi/6$, т.к. $\sin \pi/6 = \frac{1}{2}$
2. $\arcsin 0 = 0$, т.к. $\sin 0 = 0$,
3. $\arcsin (-\sqrt{2}/2) = -\pi/4$,
т.к. $\sin(-\pi/4) = -\sqrt{2}/2$
5. $\arcsin \sqrt{3}/2 = \pi/3$,
т.к. $\sin \pi/3 = \sqrt{3}/2$



Примеры решения уравнений вида
 $\sin x = a, \quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,$



№16.5 а.

$$\sin t = \sqrt{3}/2$$

$$t = (-1)^n \arcsin \sqrt{3}/2 + \pi n,$$

$$t = (-1)^n \pi/3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (-1)^n \pi/3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

№16.6 а.

$$\sin t = -1$$

$$t = (-1)^n \arcsin (-1) + \pi n,$$

$$t = (-1)^n (-\pi/2) + \pi n,$$

$$t = (-1)^n (-1) \pi/2 + \pi n,$$

$$t = \text{??????}$$



Решение простейших тригонометрических уравнений

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$x \in (-\pi/2; \pi/2)$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Если $a < 0$

$$\operatorname{tg} x = -a$$

$$x \in (-\pi/2; \pi/2)$$

$$x = \operatorname{arctg} (-a) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x \in (0; \pi)$$

$$x = \operatorname{arccotg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

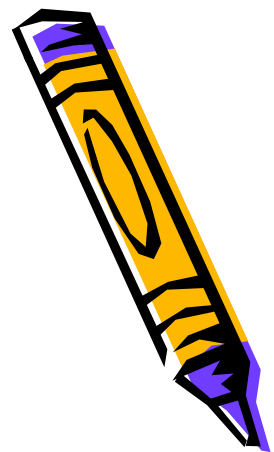
Если $a < 0$

$$\operatorname{ctg} x = -a$$

$$x \in (0; \pi)$$

$$x = \operatorname{arccotg} (-a) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pi - \operatorname{arccotg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Частные случаи решения тригонометрических уравнений

1. $\sin x = 0, x = \pi n,$

2. $\sin x = 1,$
 $x = \pi/2 + 2\pi n,$

3. $\sin x = -1,$
 $x = -\pi/2 + 2\pi n,$

$n \in \mathbb{Z}$

1. $\cos X = 0,$
 $X = \pi/2 + \pi n,$

2. $\cos X = 1,$
 $x = 2\pi n,$

3. $\cos X = -1,$
 $x = \pi + 2\pi n,$

$n \in \mathbb{Z}$

