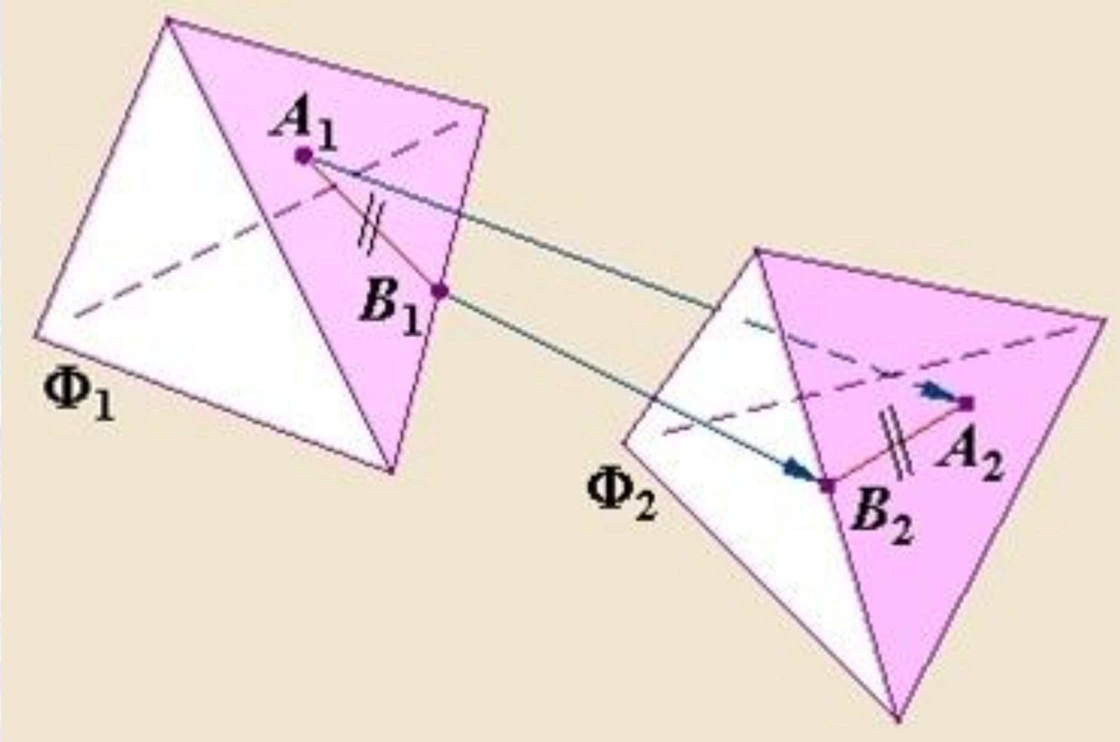
МАОУ гимназия №26

Движения в пространстве

Авторы: ученица 11 класса А
Косинова Юлия.
учитель математики
Наумова Марина Ивановна

Томск 2016

Движение пространства – это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояние между точками.



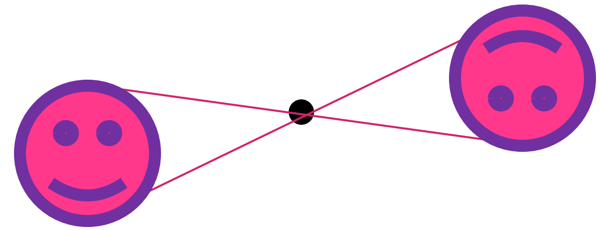
$$\left.\begin{aligned} A_1 &\to A_2 \\ B_1 &\to B_2 \end{aligned}\right\} => A_1B_1 = A_2B_2$$

Свойства движения

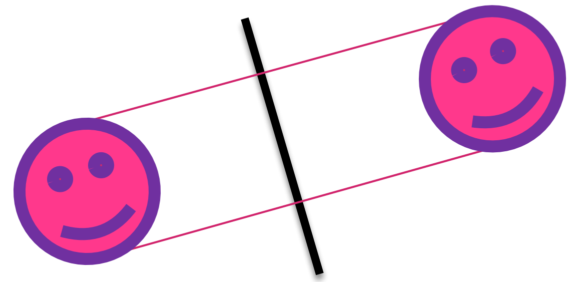
1. При движении прямые переходят в прямые, полупрямые – в полупрямые, отрезки – в отрезки.
2. Точки, лежащие на прямой, переходят в точки, лежащие на прямой, и сохраняется порядок их взаимного расположения.
3. Сохраняются углы между полупрямыми.
4. Любая фигура переходит в равную ей фигуру

Виды движения

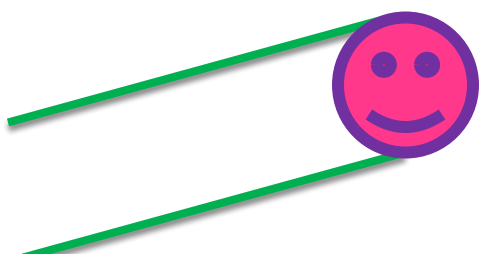
ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ



ОСЕВАЯ СИММЕТРИЯ

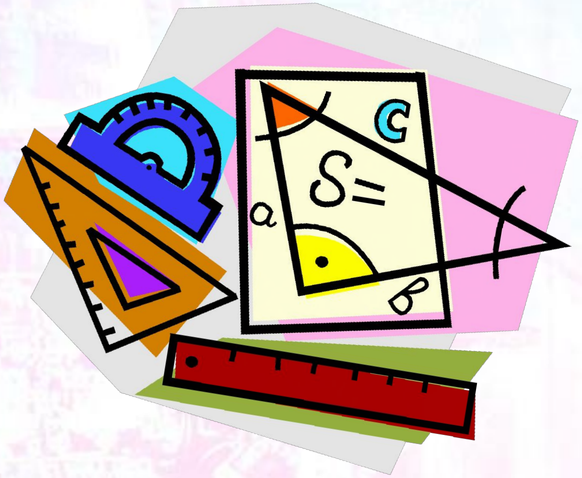


ПОВОРОТ

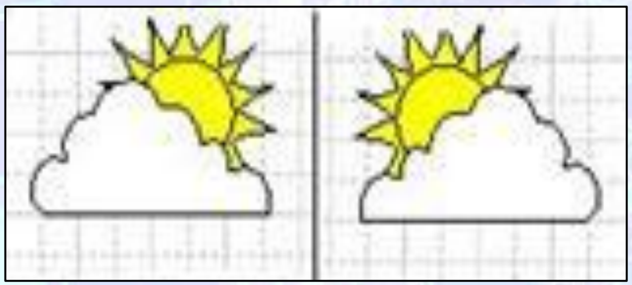


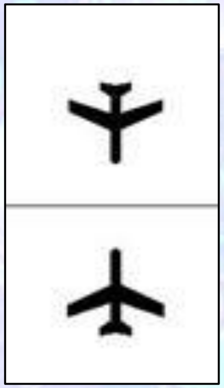
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

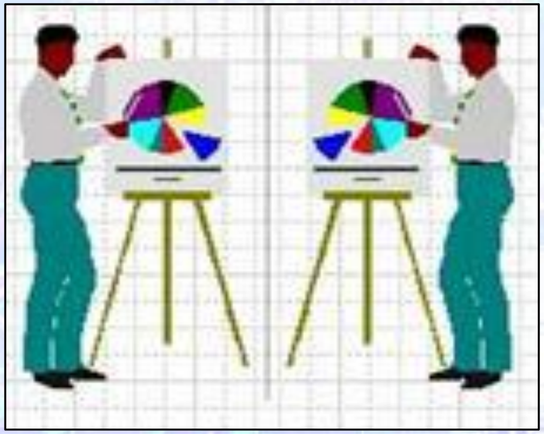
Осевая симметрия

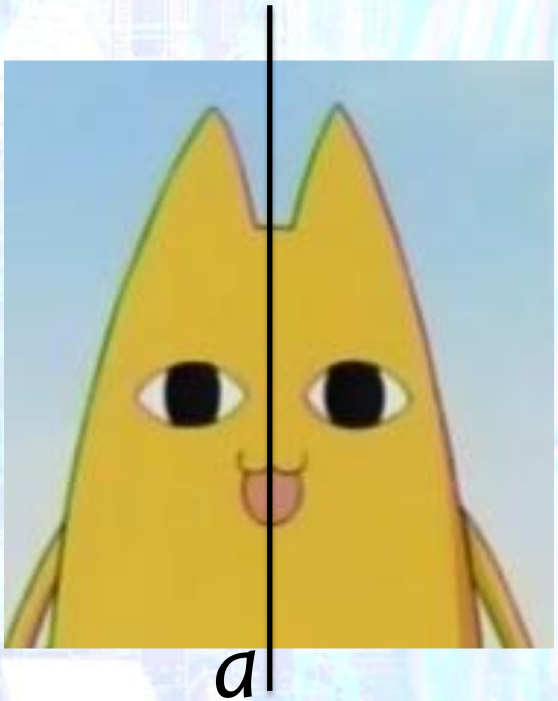


Осевой симметрией называют отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно оси

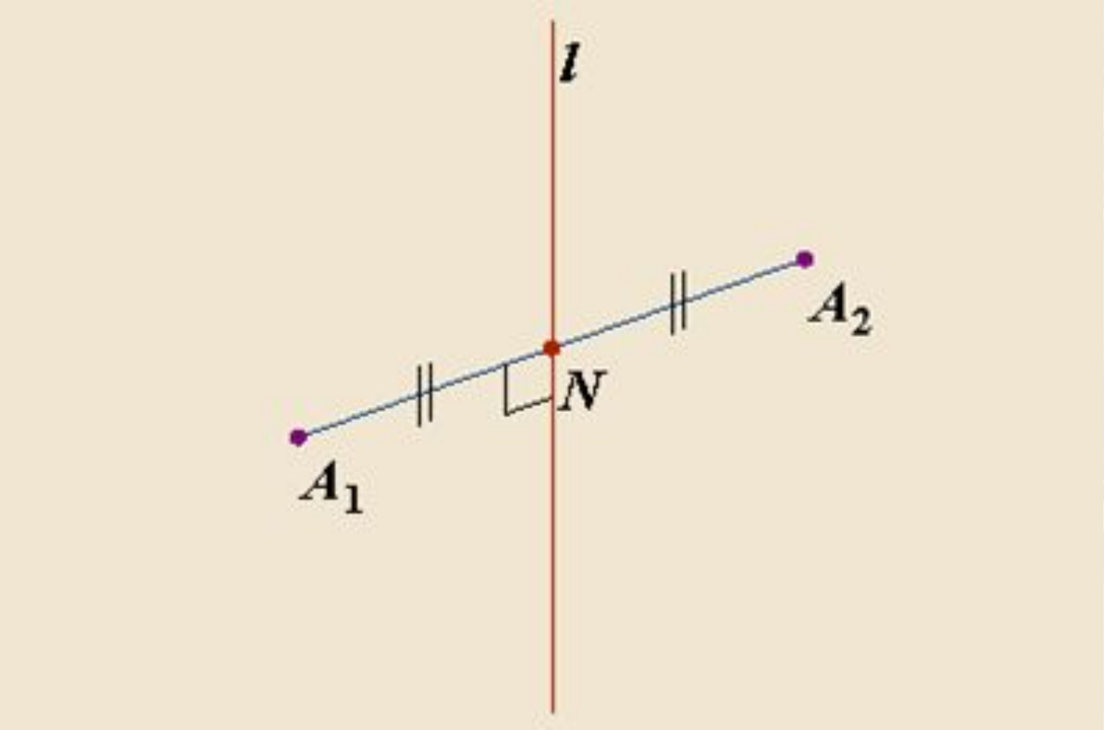






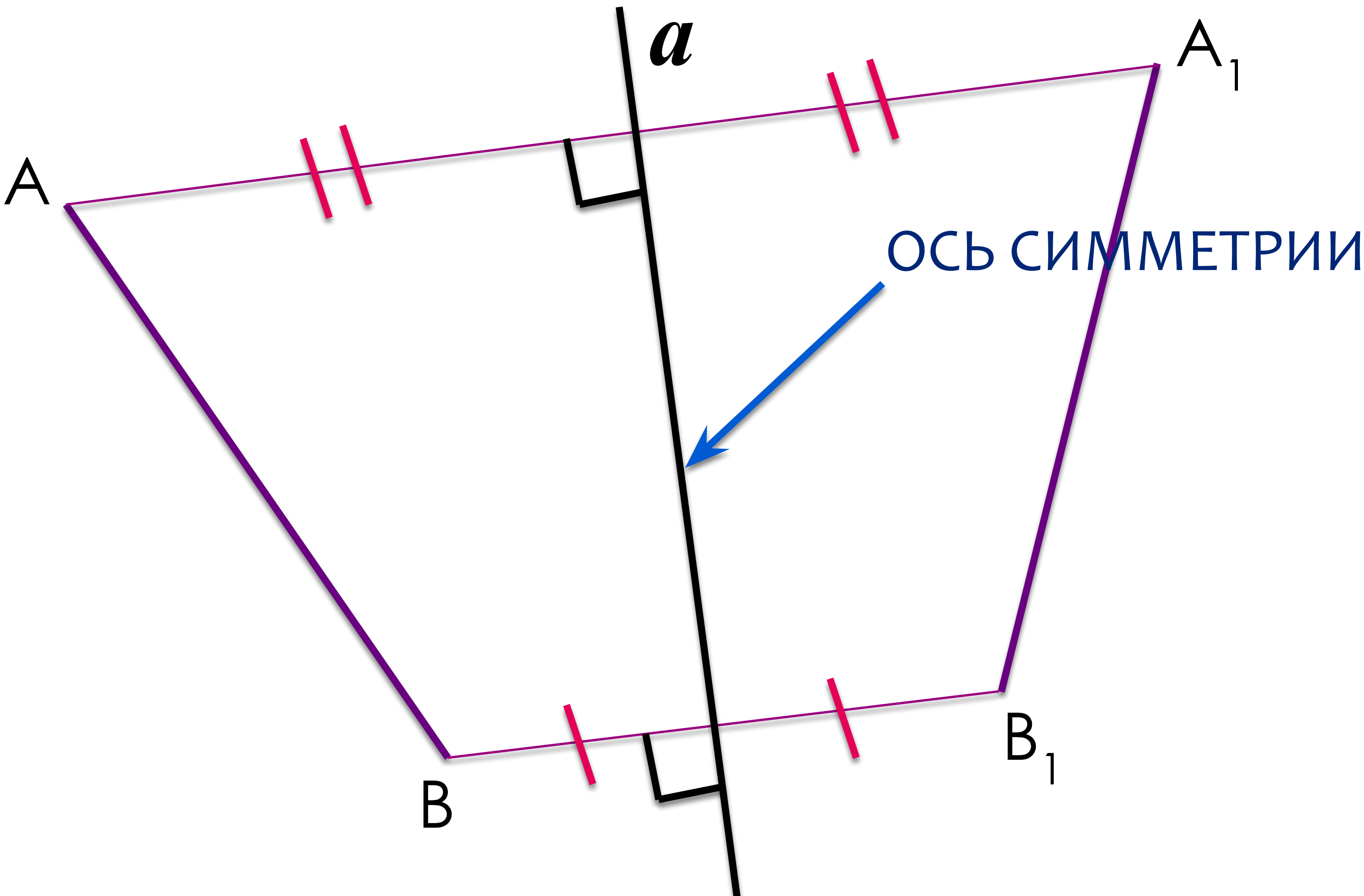


Две точки называются симметричными относительно данной прямой (оси симметрии), если эта прямая является серединным перпендикуляром соединяющего их отрезка.

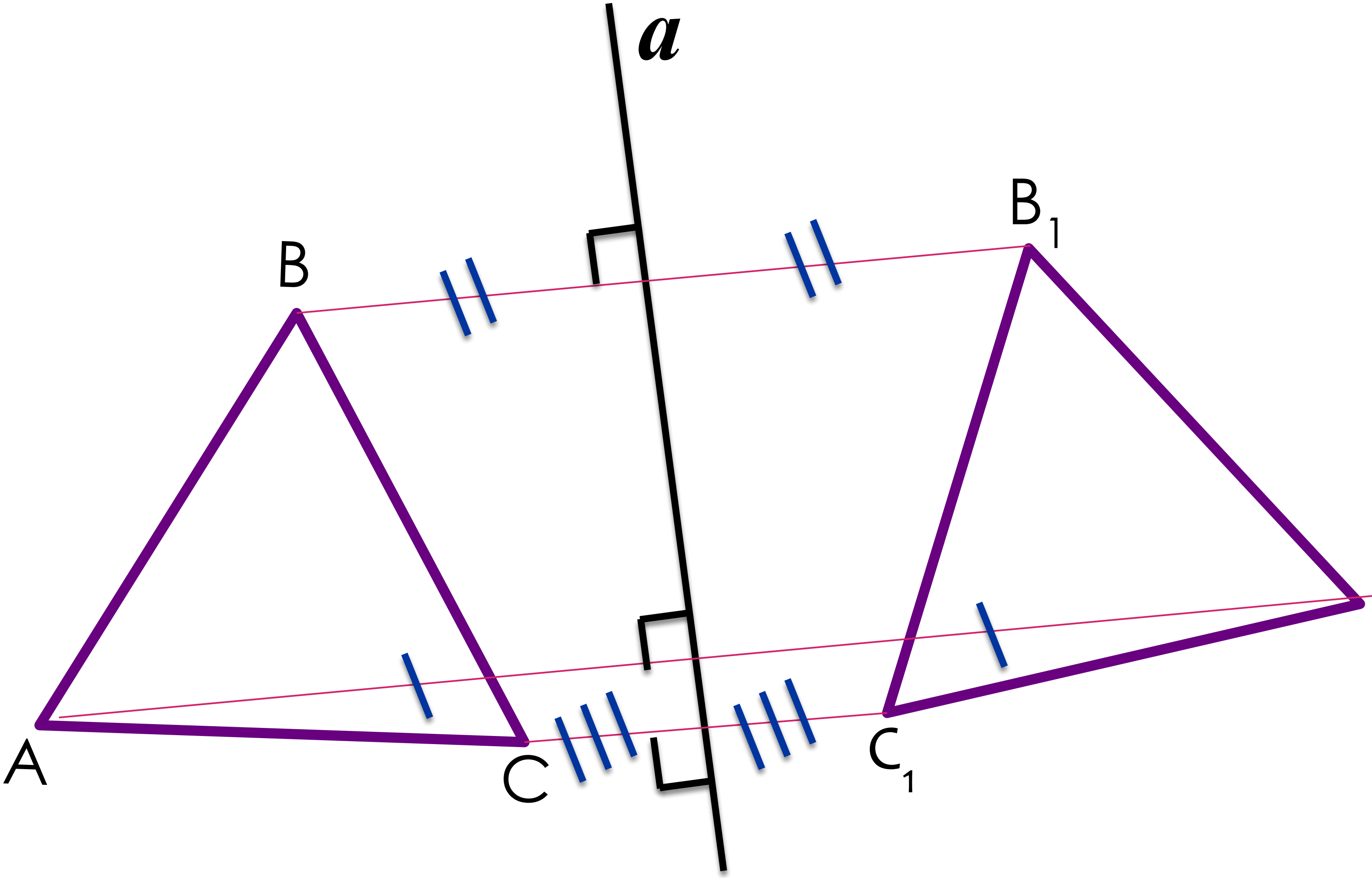


$$A_1 \rightarrow A_2 \Rightarrow \begin{cases} N = A_1A_2 \cap l \\ A_1N = A_2N \\ l \perp A_1A_2 \end{cases}$$

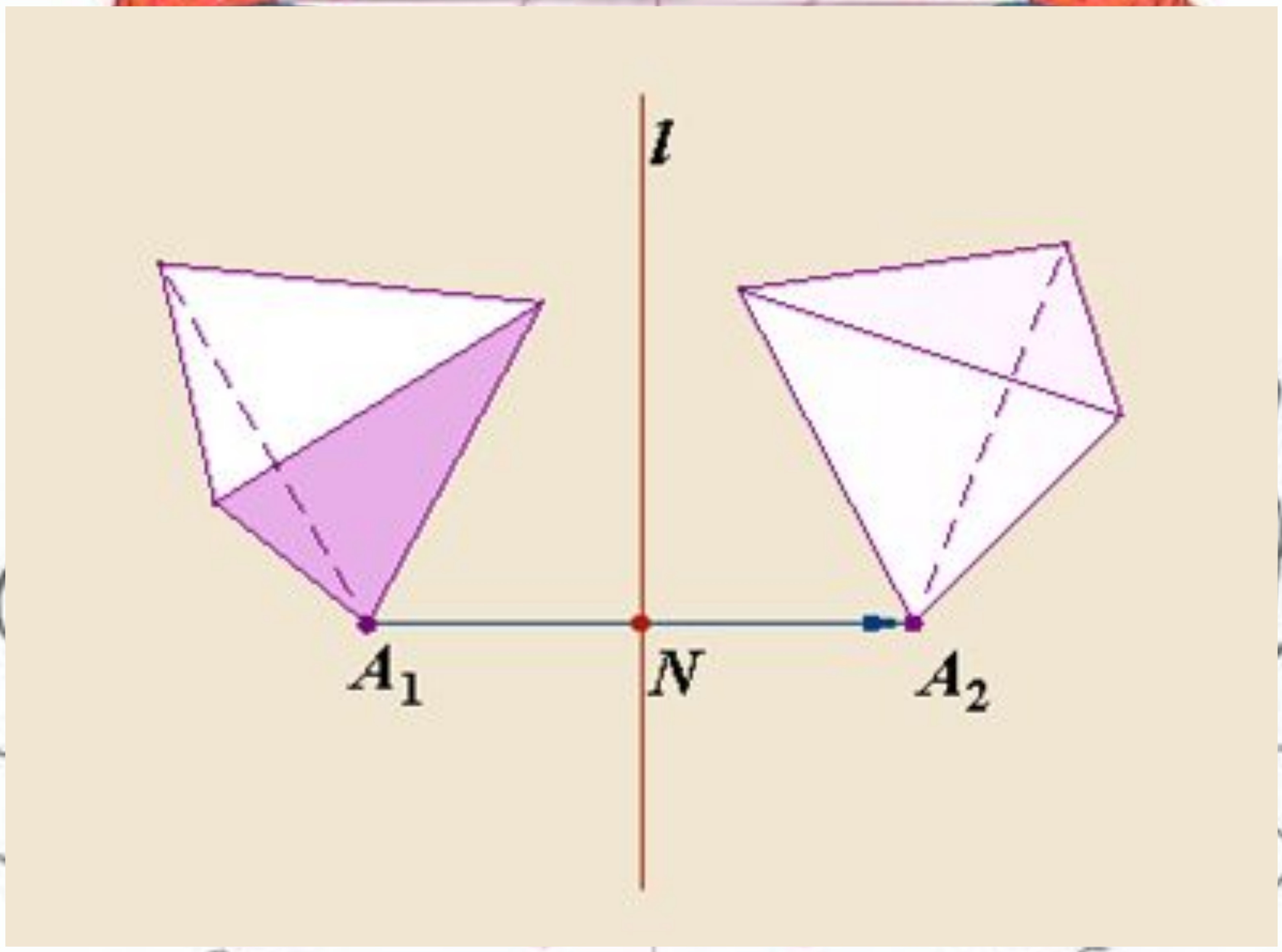
Осевая симметрия – симметрия относительно прямой



Осевая симметрия – симметрия относительно прямой



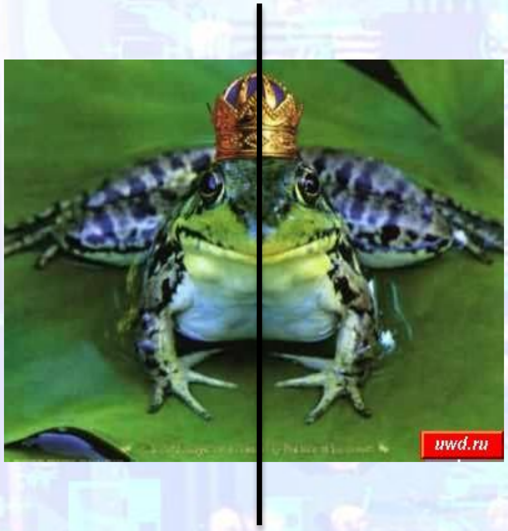
Осевая симметрия

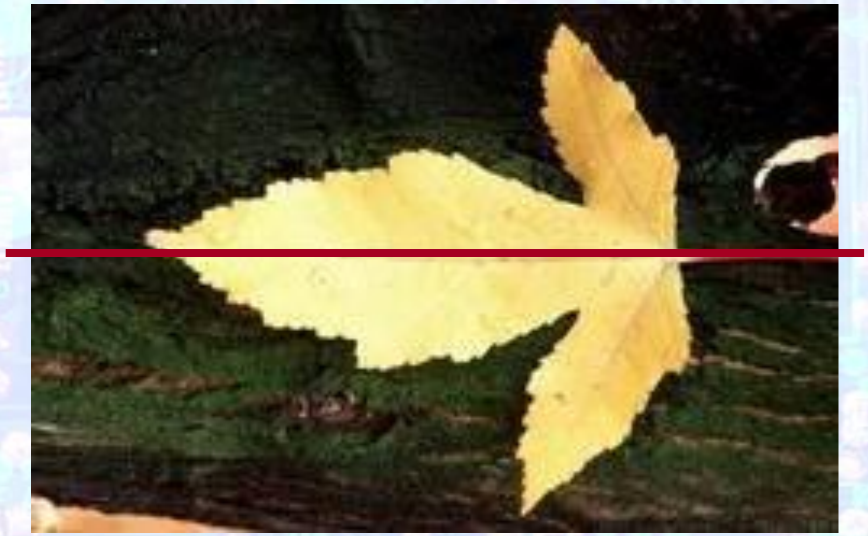


Интересные факты

1. Однажды в Америке обмерили 72 студента-добровольца. Данные подтвердили интуитивно предполагаемый факт: юноши с правильными лицами – те, у кого отклонения от симметрии не превышали 1 – 2% , были найдены более привлекательными в целом, тогда как менее симметричные студенты – с отклонениями в 5-7% - были признаны менее привлекательными, "некрасивыми" в обычном смысле.

2. ***Симметрия относительно прямой – двусторонняя симметрия***





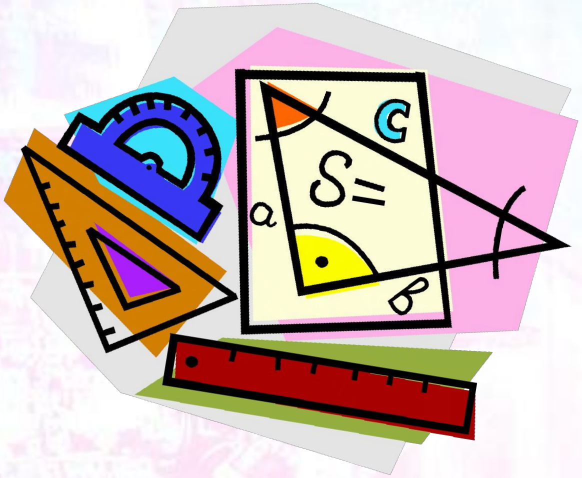
Присмотритесь внимательно и вы увидите, что правая сторона – есть зеркальное отображение левой. *В математике* – это симметрия относительно прямой (осевая симметрия), *в биологии* – двусторонняя симметрия.

Осевая симметрия – симметрия относительно прямой

Сделаем вывод:

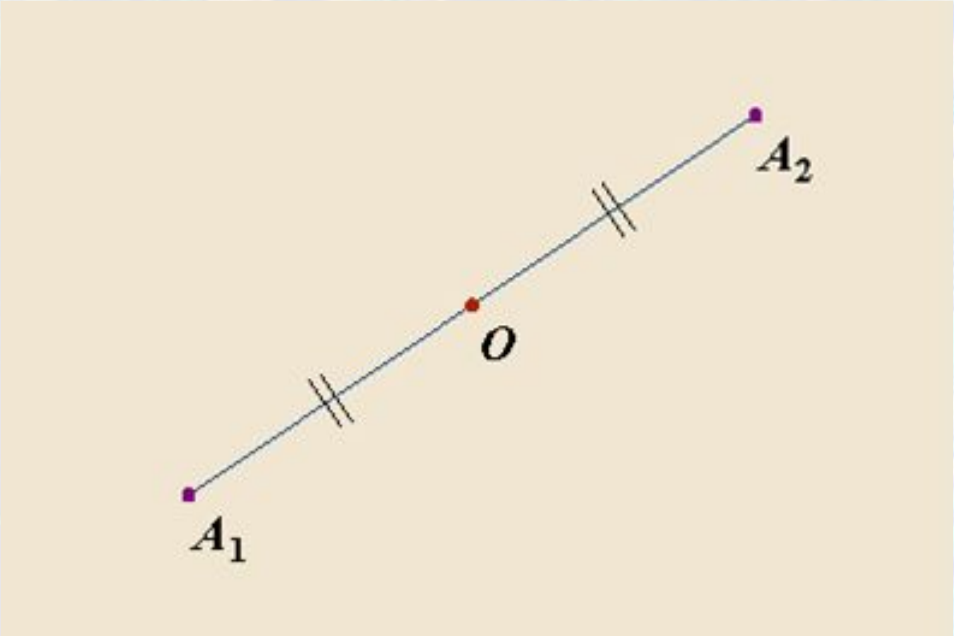
чтобы построить фигуру, симметричную данной относительно прямой *a*, нужно из каждой точки фигуры провести перпендикуляр к прямой *a*, продолжить полученный отрезок равным ему, отметить на конце этого отрезка образ исходной точки, затем соединить полученные образы

Центральная симметрия



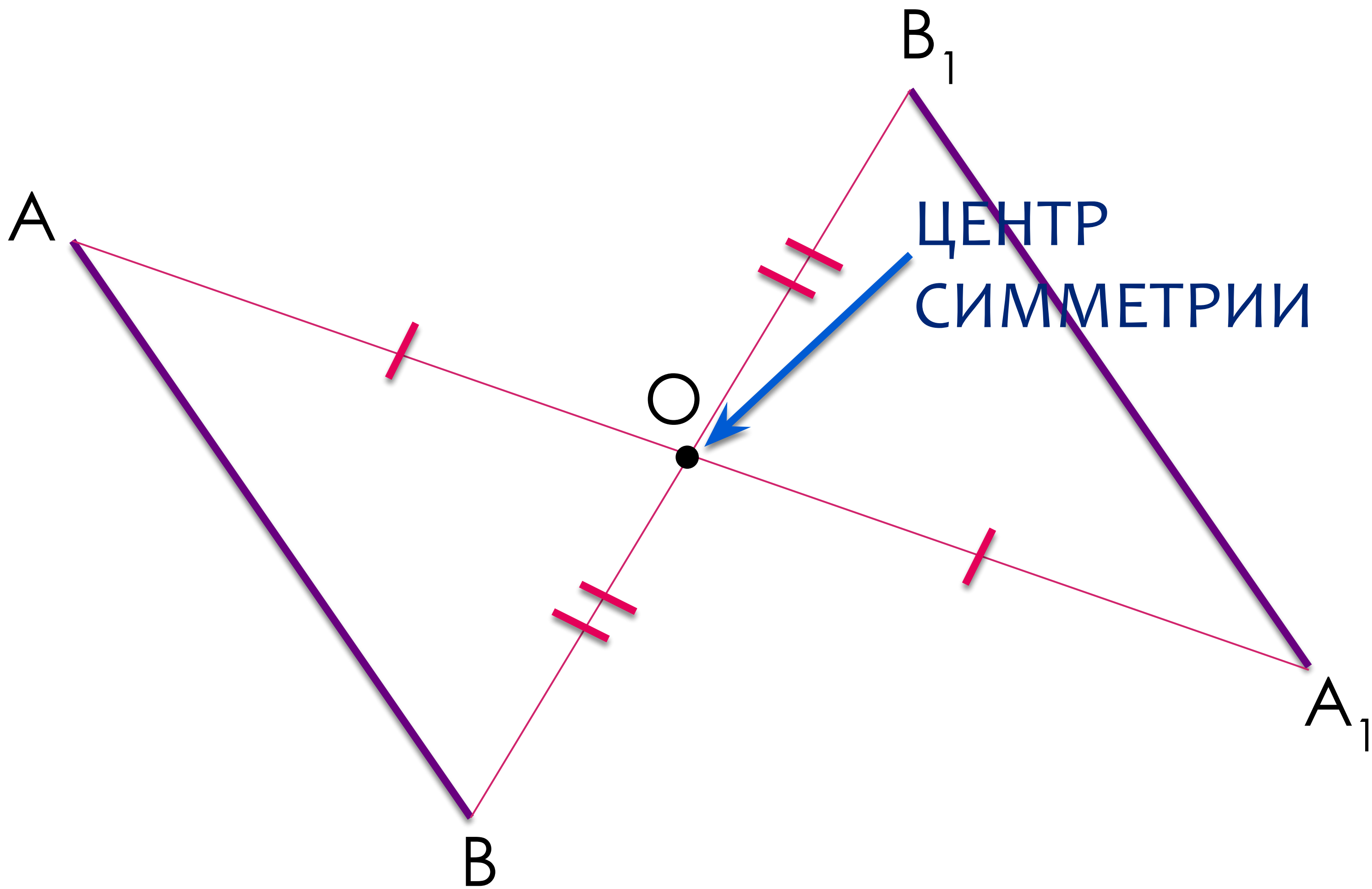
Центральной симметрией называют отображение пространства на себя, при котором любая точка переходит в симметричную ей точку относительно данного центра О

Две точки называются симметричными относительно данной точки (центра симметрии) или центрально симметричными, если данная точка является серединой соединяющего их отрезка.

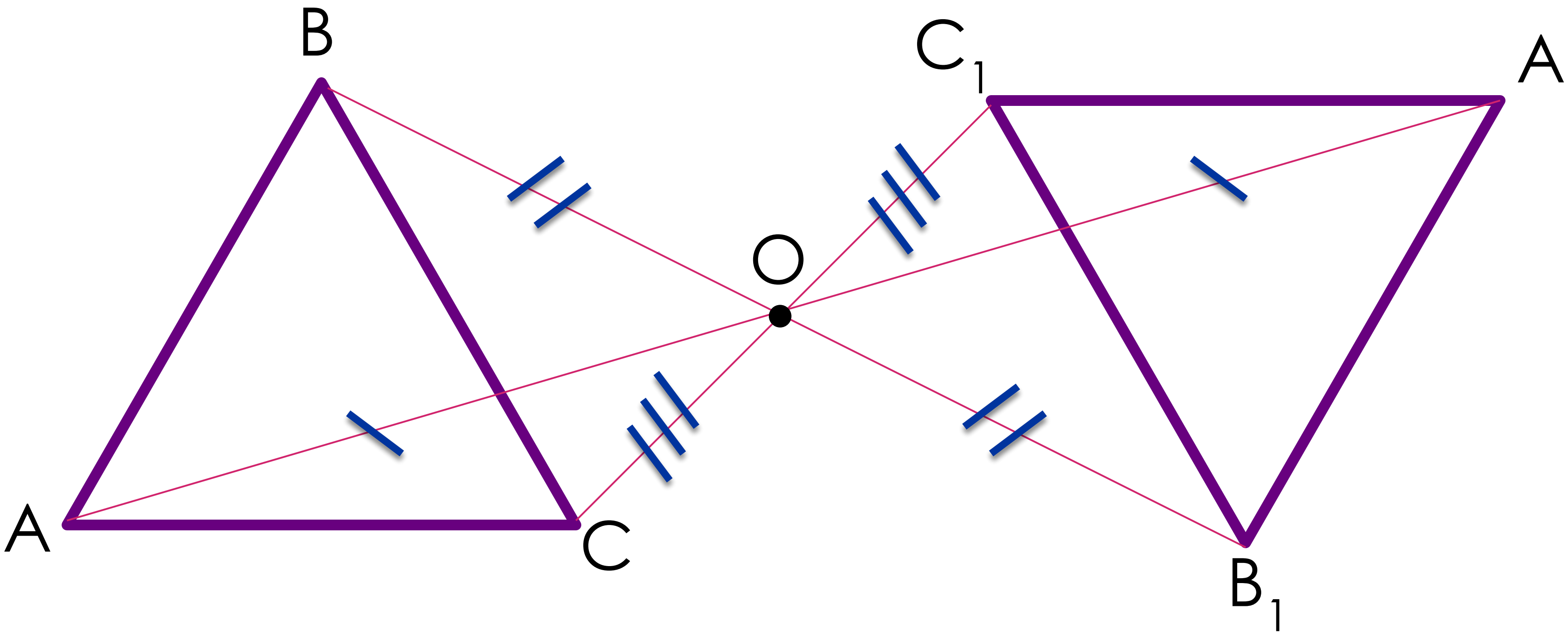


$$A_1 \to A_2 => \begin{cases} O \in A_1A_2 \\ A_1O = A_2O \end{cases}$$

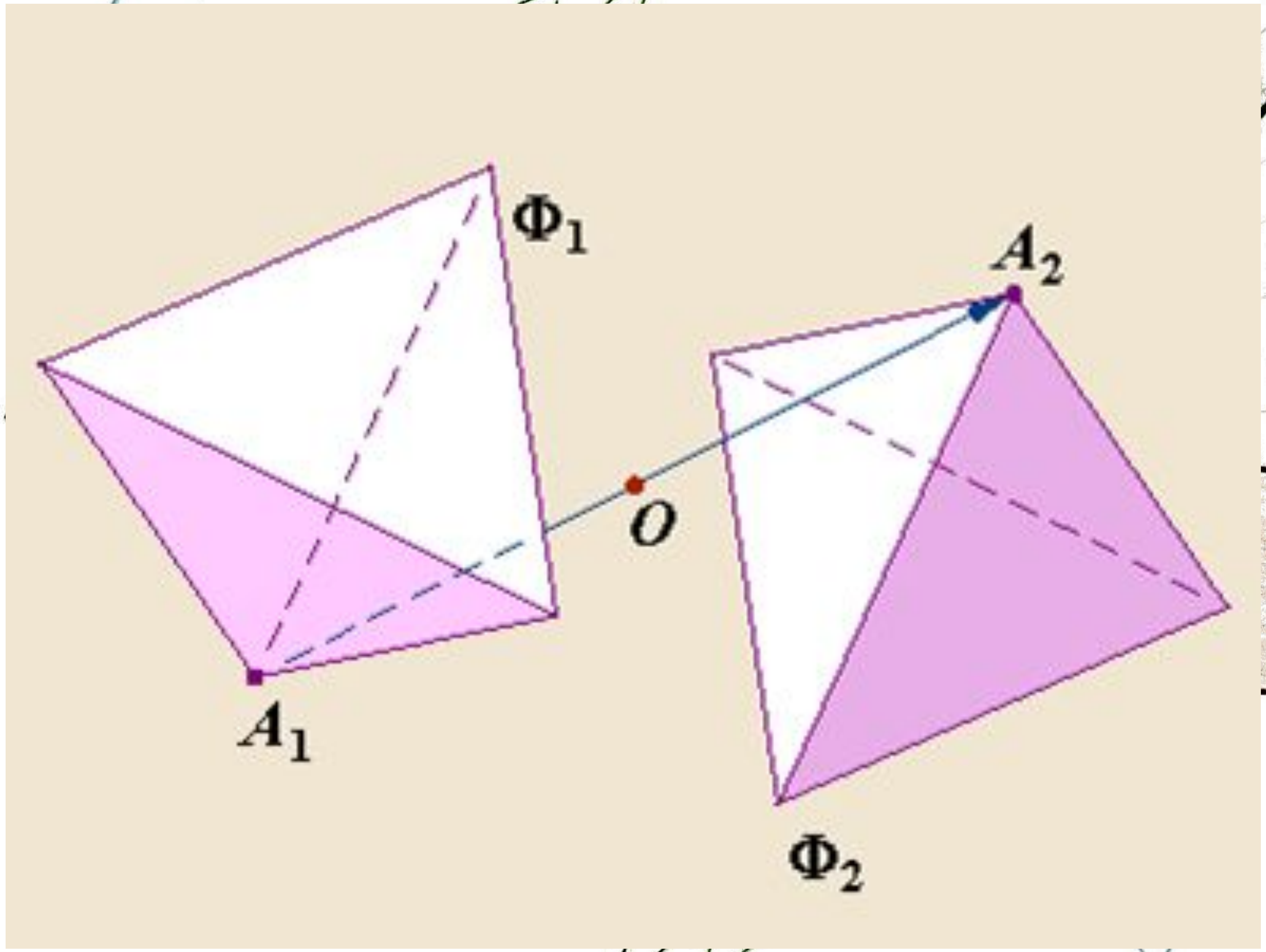
Центральная симметрия – симметрия относительно точки



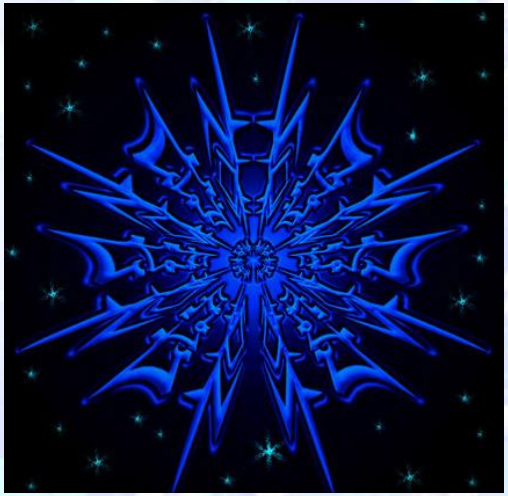
Центральная симметрия – симметрия относительно точки



Центральная симметрия



Симметрия относительно точки – лучевая симметрия



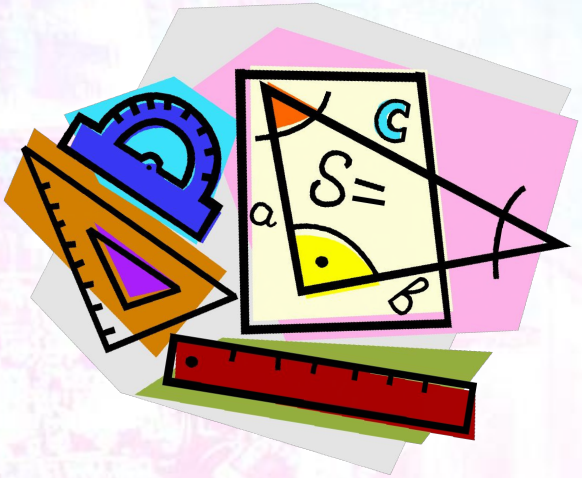
Присмотритесь внимательно и вы увидите, что лепестки каждого тела расходятся во все стороны, как лучи от источника света. *В математике* - это симметрия относительно точки (центральная симметрия), *в биологии* – лучевая симметрия.

Центральная симметрия –
симметрия относительно точки

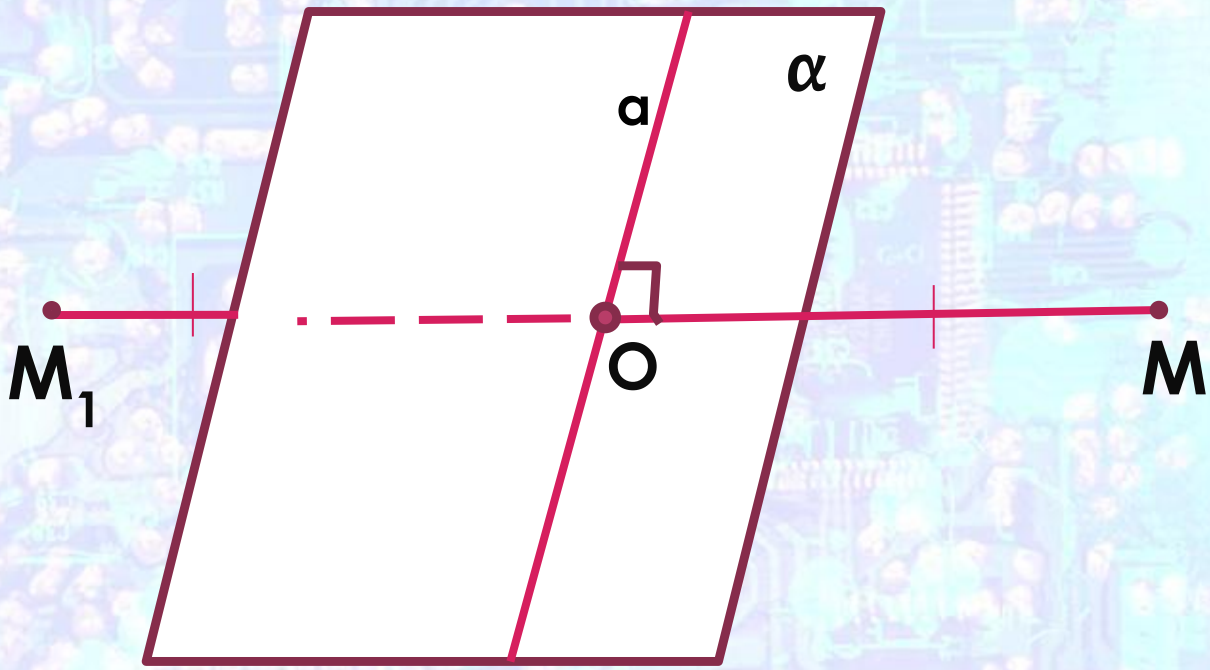
Сделаем вывод:

чтобы построить фигуру, симметричную данной относительно точки О, нужно каждую точку фигуры соединить с точкой О, продолжить полученный отрезок равным ему, отметить на конце этого отрезка образ исходной точки, затем соединить полученные образы

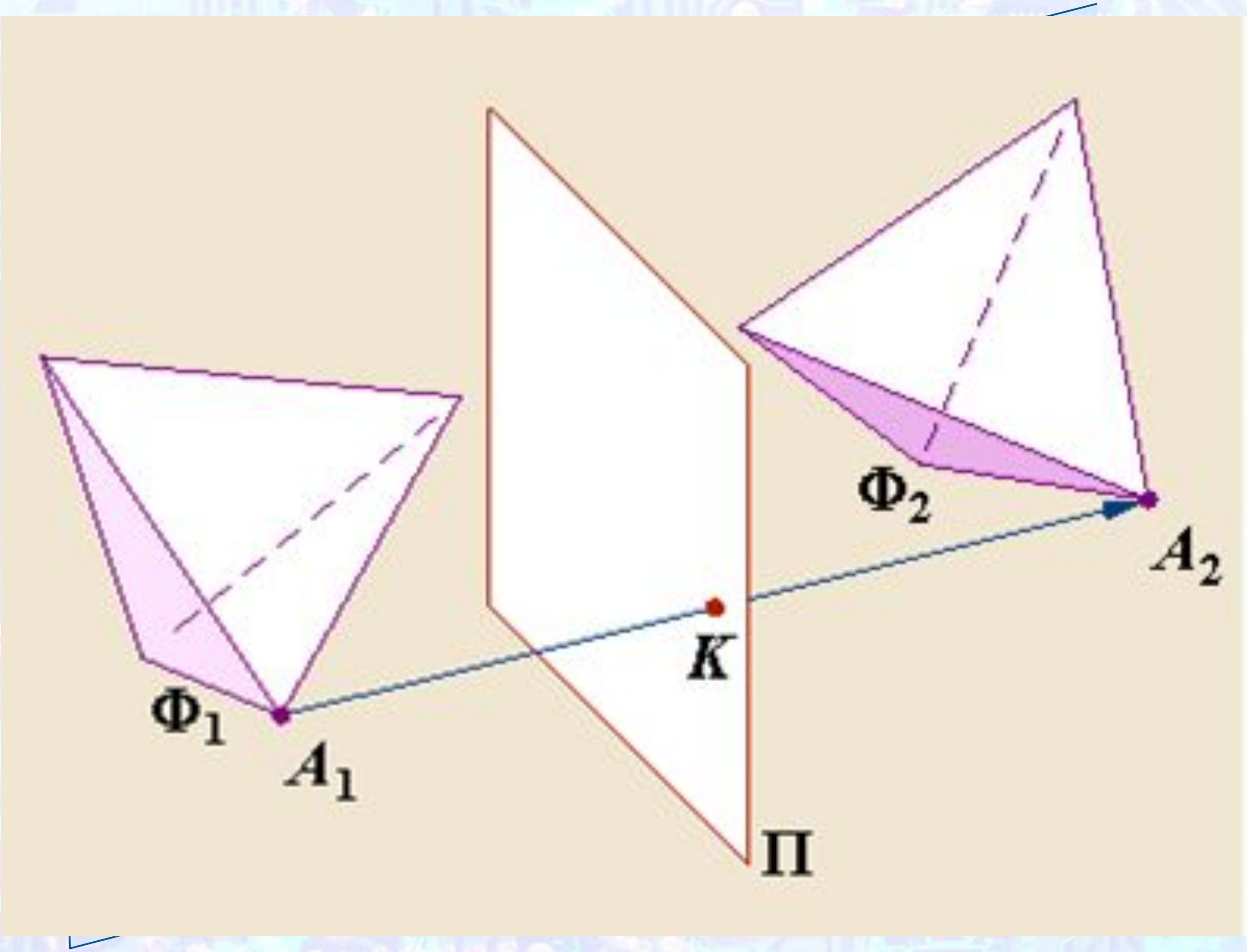
Зеркальная симметрия



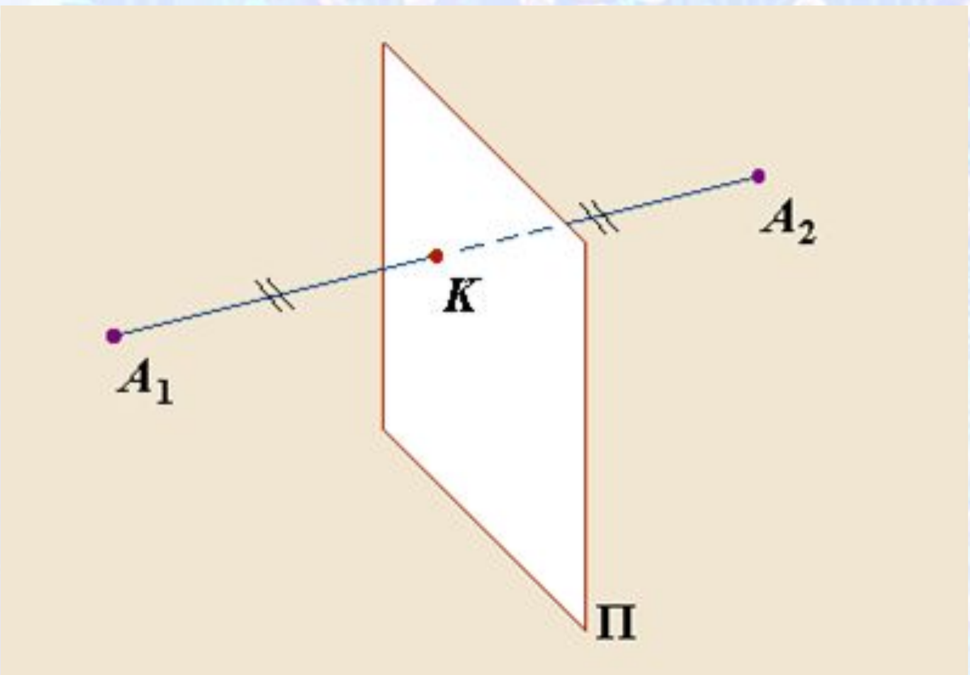
Зеркальной симметрией (симметрией относительно плоскости α) называется такое отображение пространства на себя, при котором любая точка М переходит в симметричную ей относительно плоскости α точку M_1



Зеркальная симметрия



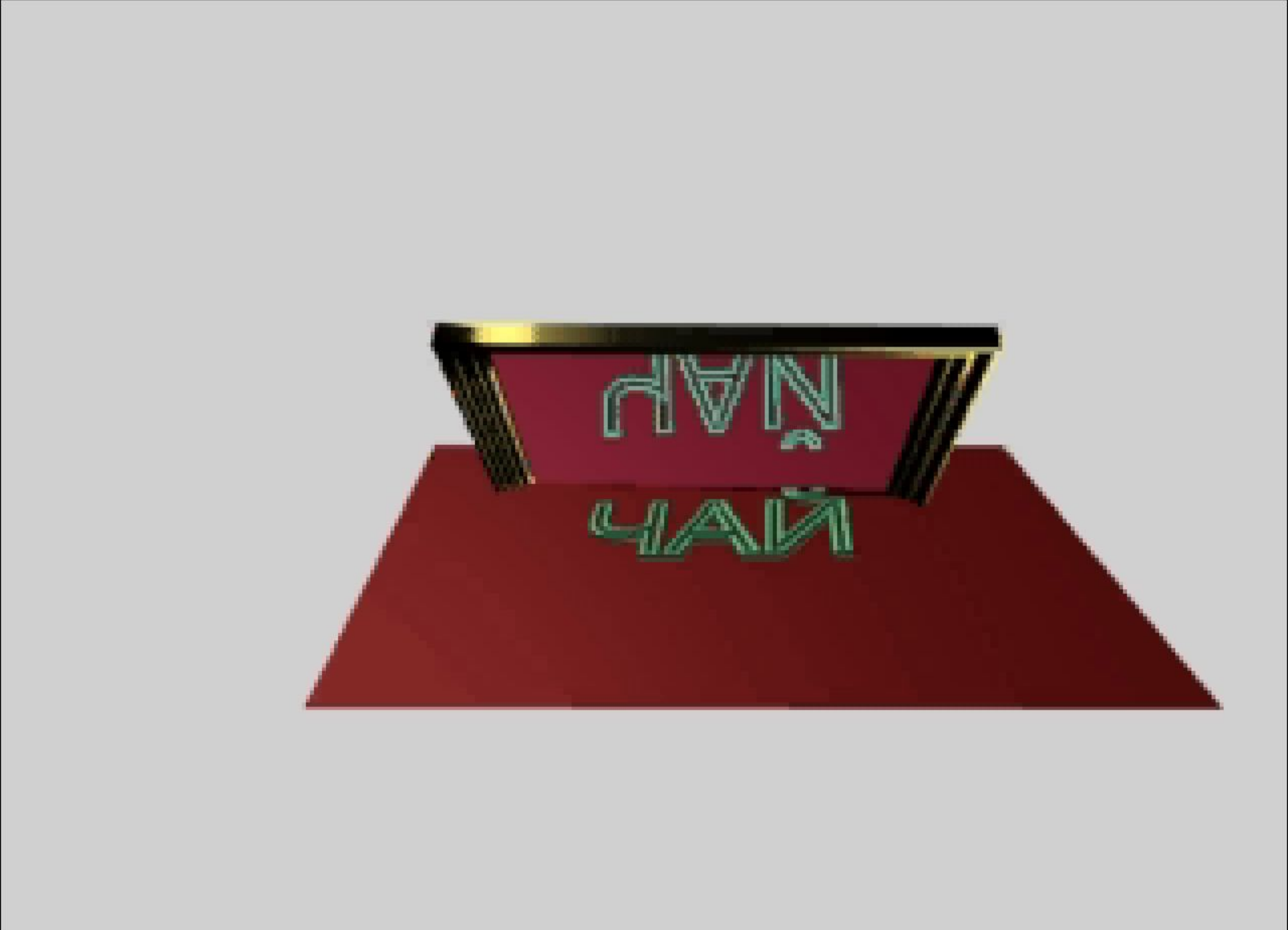
Две точки называются симметричными относительно данной плоскости (плоскости симметрии), если соединяющий их отрезок перпендикулярен этой плоскости и делится ею пополам.



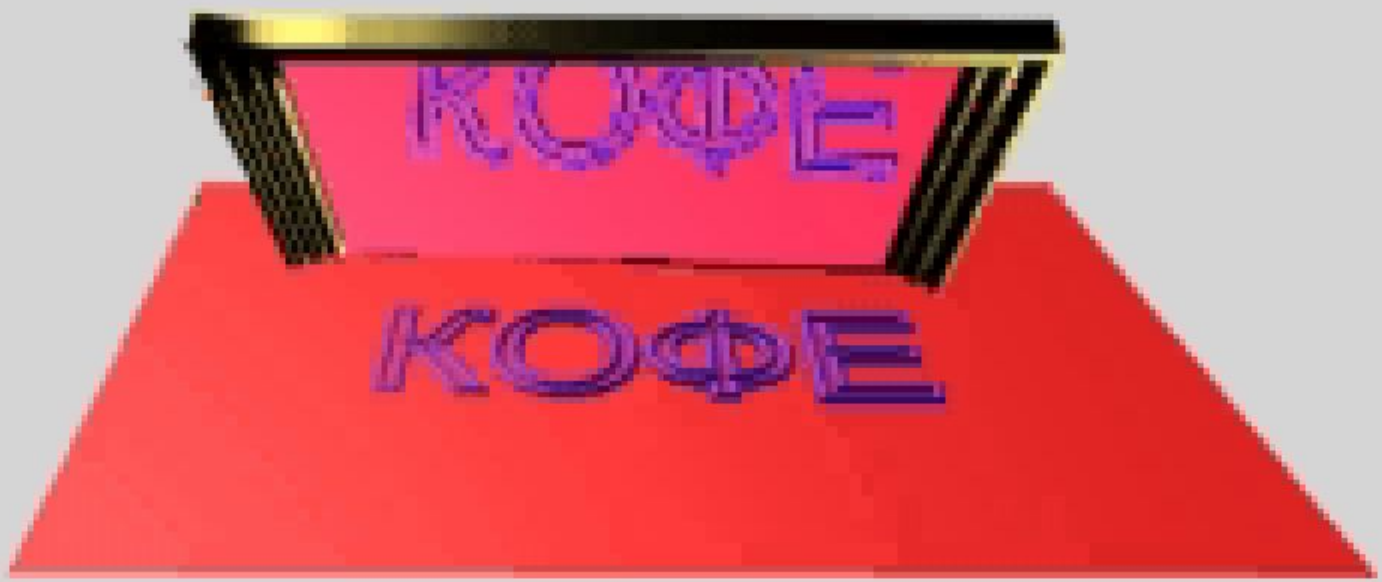
$$A_1 \to A_2 \Rightarrow \begin{cases} K = A_1A_2 \cap \Pi \\ A_1K = A_2K \\ \Pi \perp A_1A_2 \end{cases}$$

Эксперименты

Напишем на листе бумаги заглавными печатными буквами два слова "**КОФЕ**" и "**ЧАЙ**". Затем возьмем зеркало и поставим его вертикально так, чтобы линия пересечения плоскости зеркала с плоскостью листа делила эти слова по горизонтали.



zerkalo1[1]

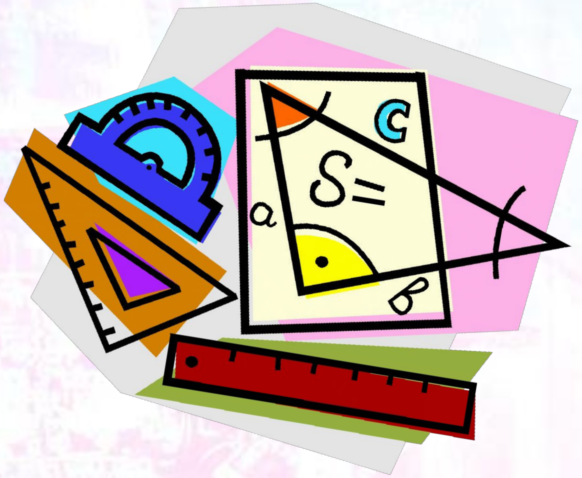


zerkalo[1]

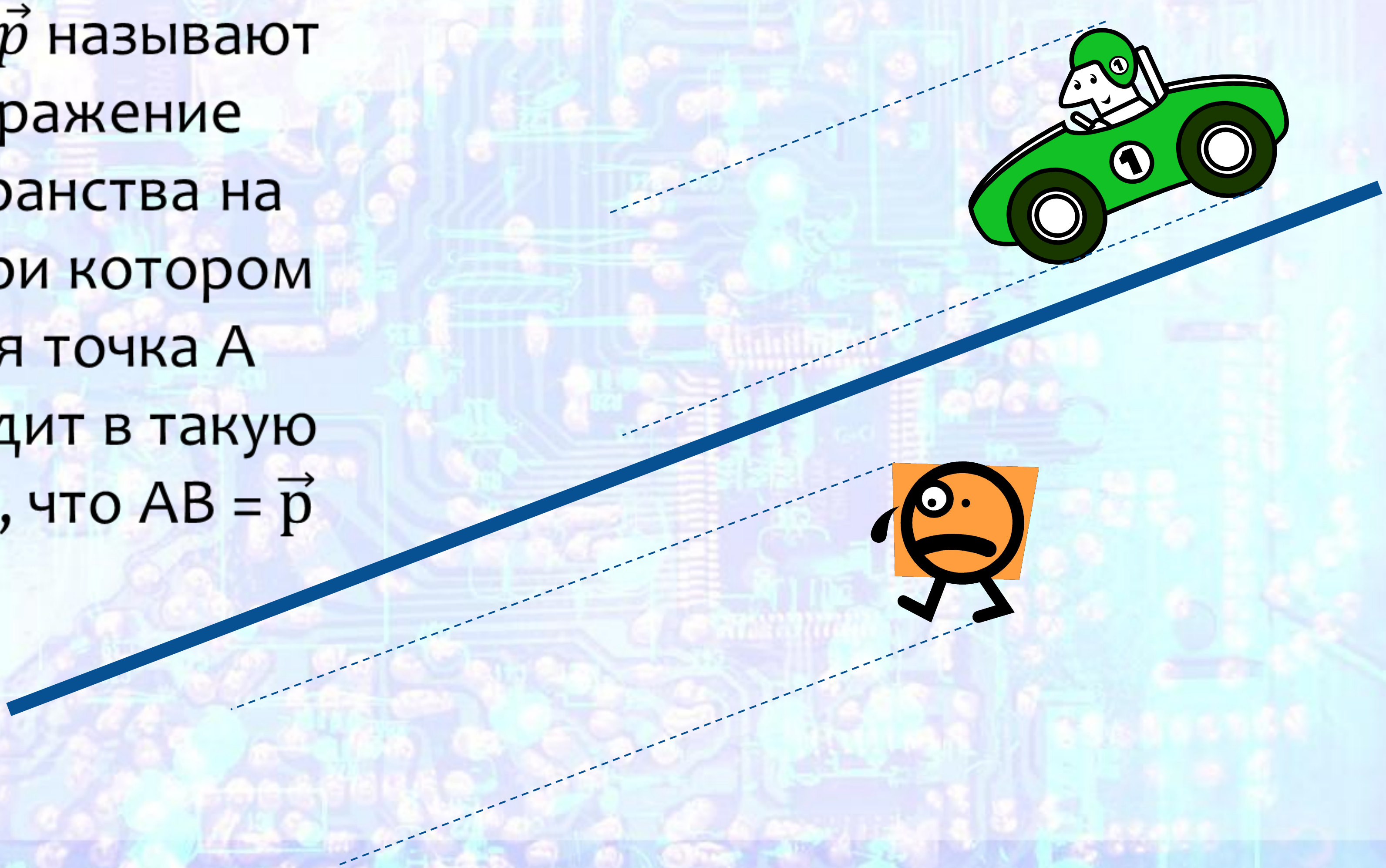
Эксперименты

Зеркало не подействовало на слово "**КОФЕ**", тогда как слово "**ЧАЙ**" оно изменило до неузнаваемости. Этот "фокус" имеет простое объяснение. Разумеется, зеркало одинаковым образом отражает нижнюю половину обеих слов. Однако в отличии от слова "**ЧАЙ**" слово "**КОФЕ**" обладает горизонтальной осью симметрии, именно поэтому оно не искажается при отражении в зеркале.

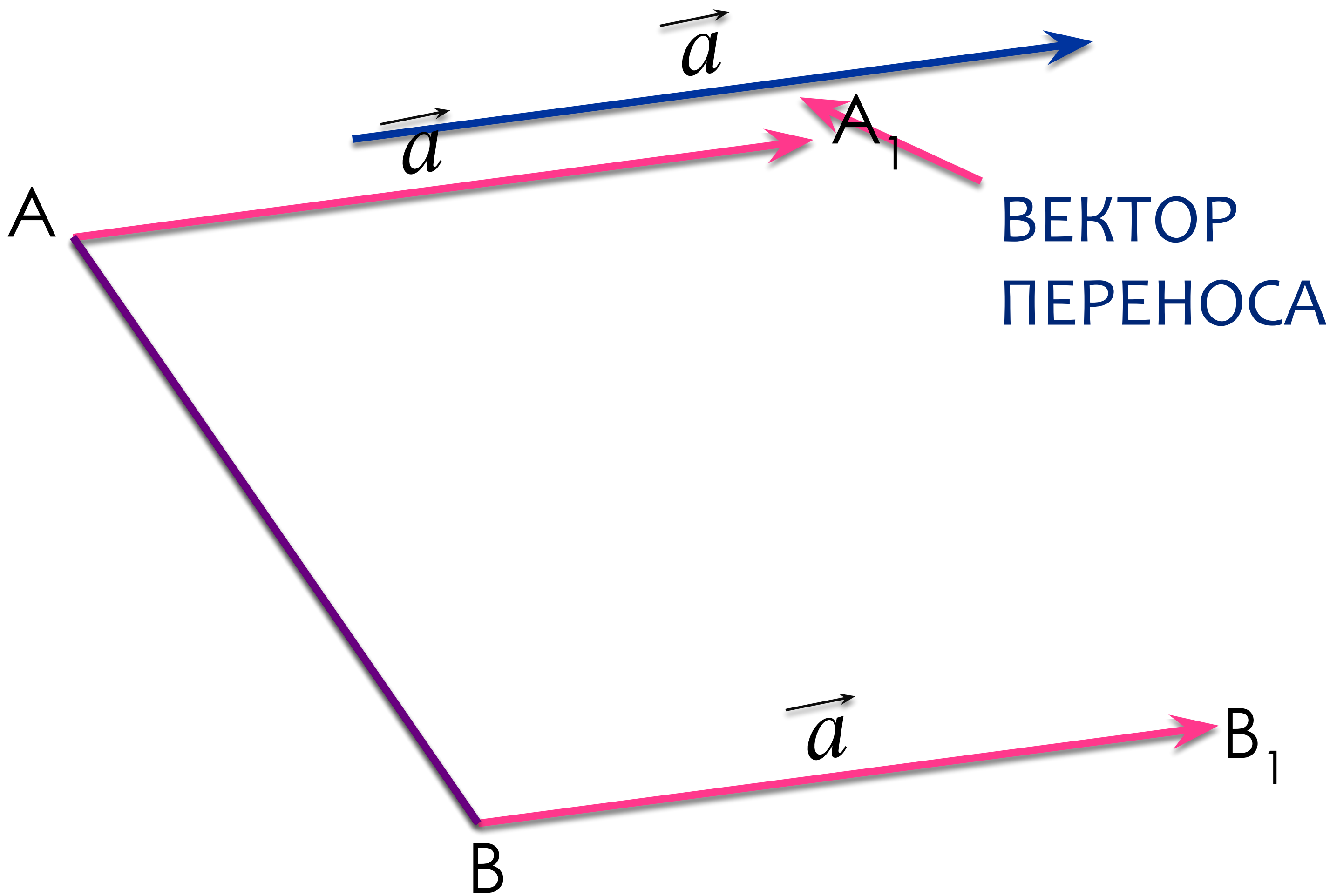
Параллельный перенос



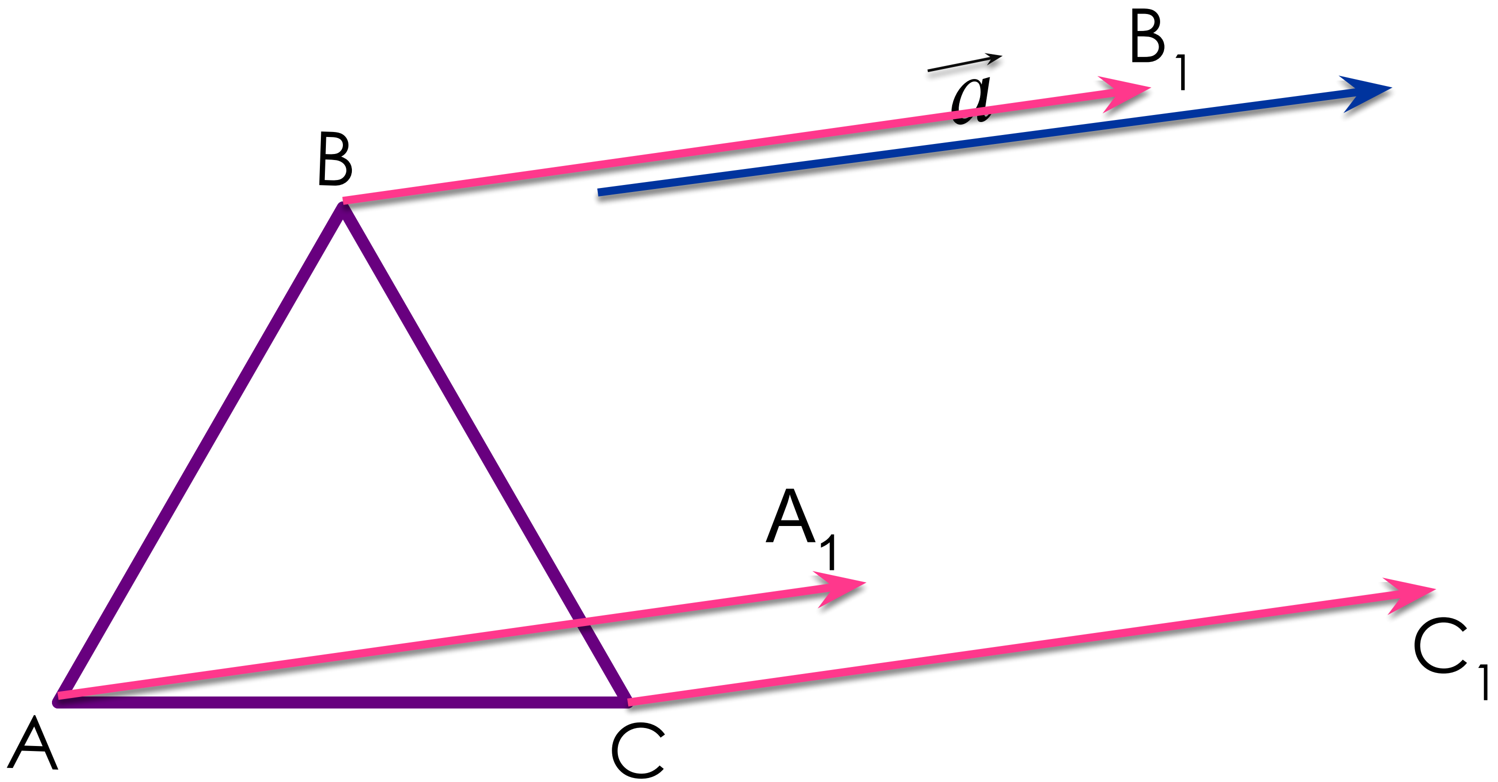
Параллельным переносом на вектор $\vec{p}$ называют отображение пространства на себя, при котором любая точка А переходит в такую точку В, что $\overrightarrow{AB} = \vec{p}$



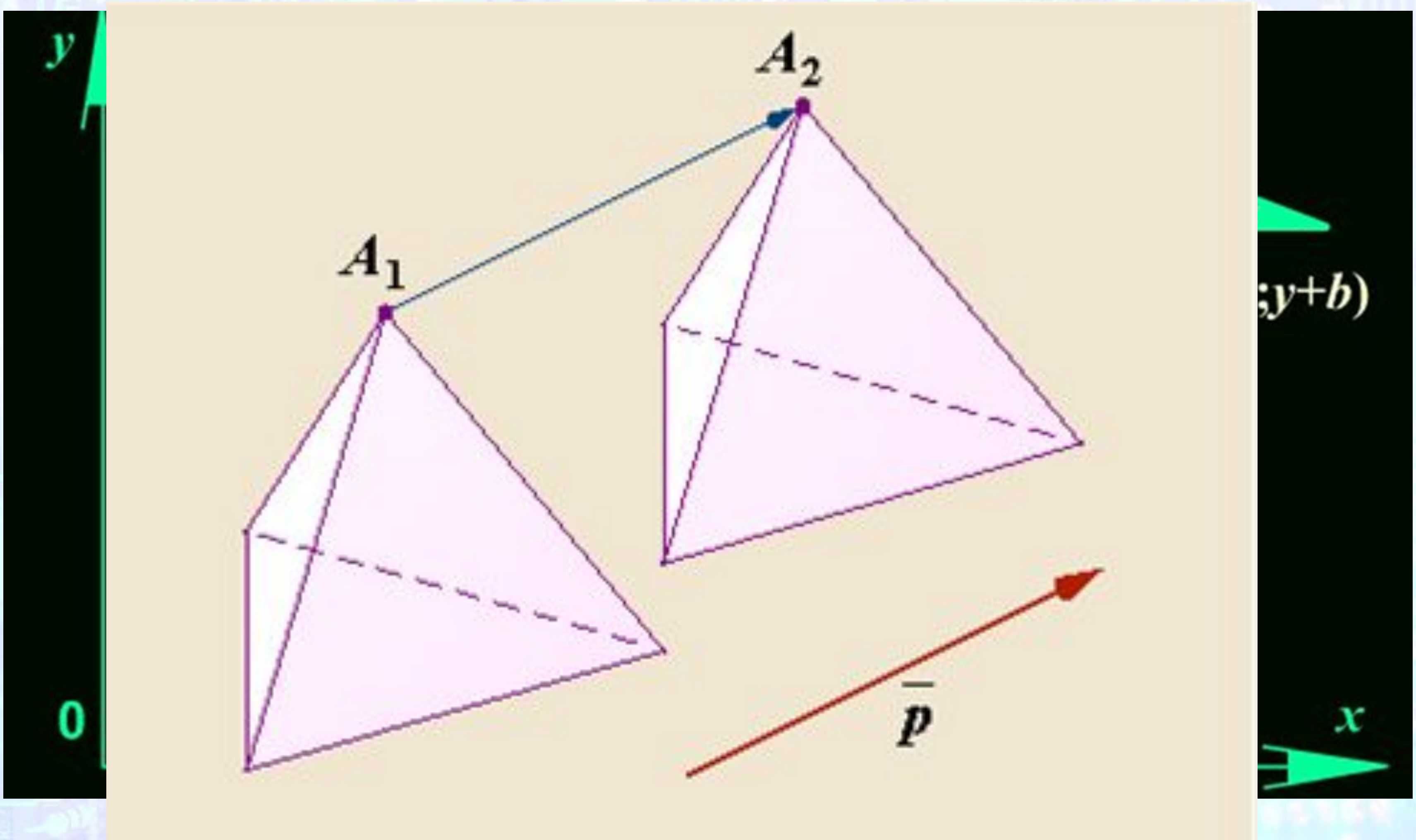
Параллельный перенос



Параллельный перенос



Параллельный перенос

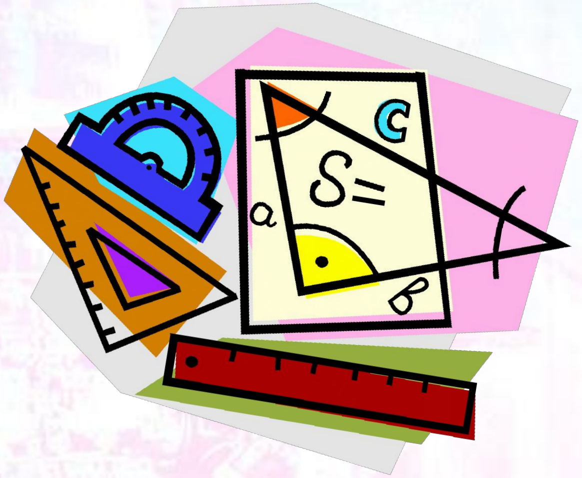


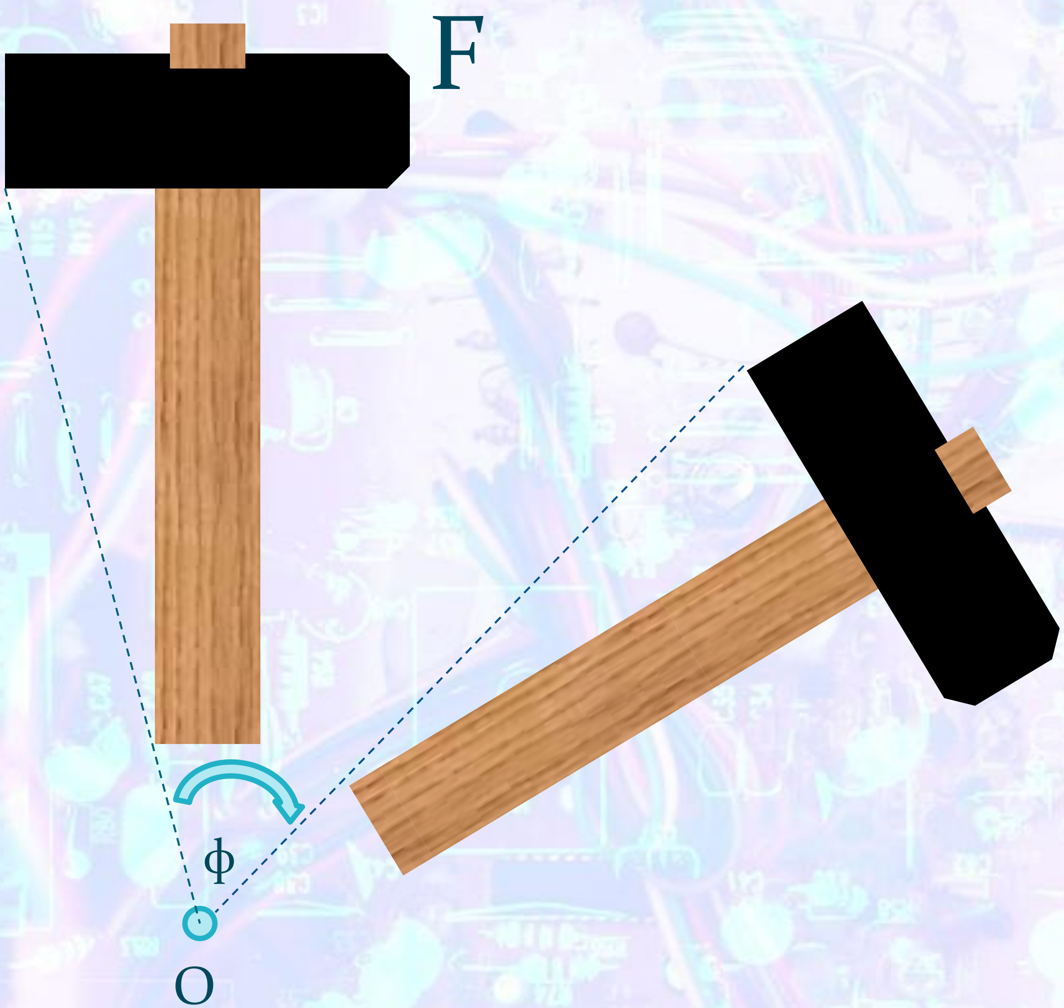
Параллельный перенос

Сделаем вывод:

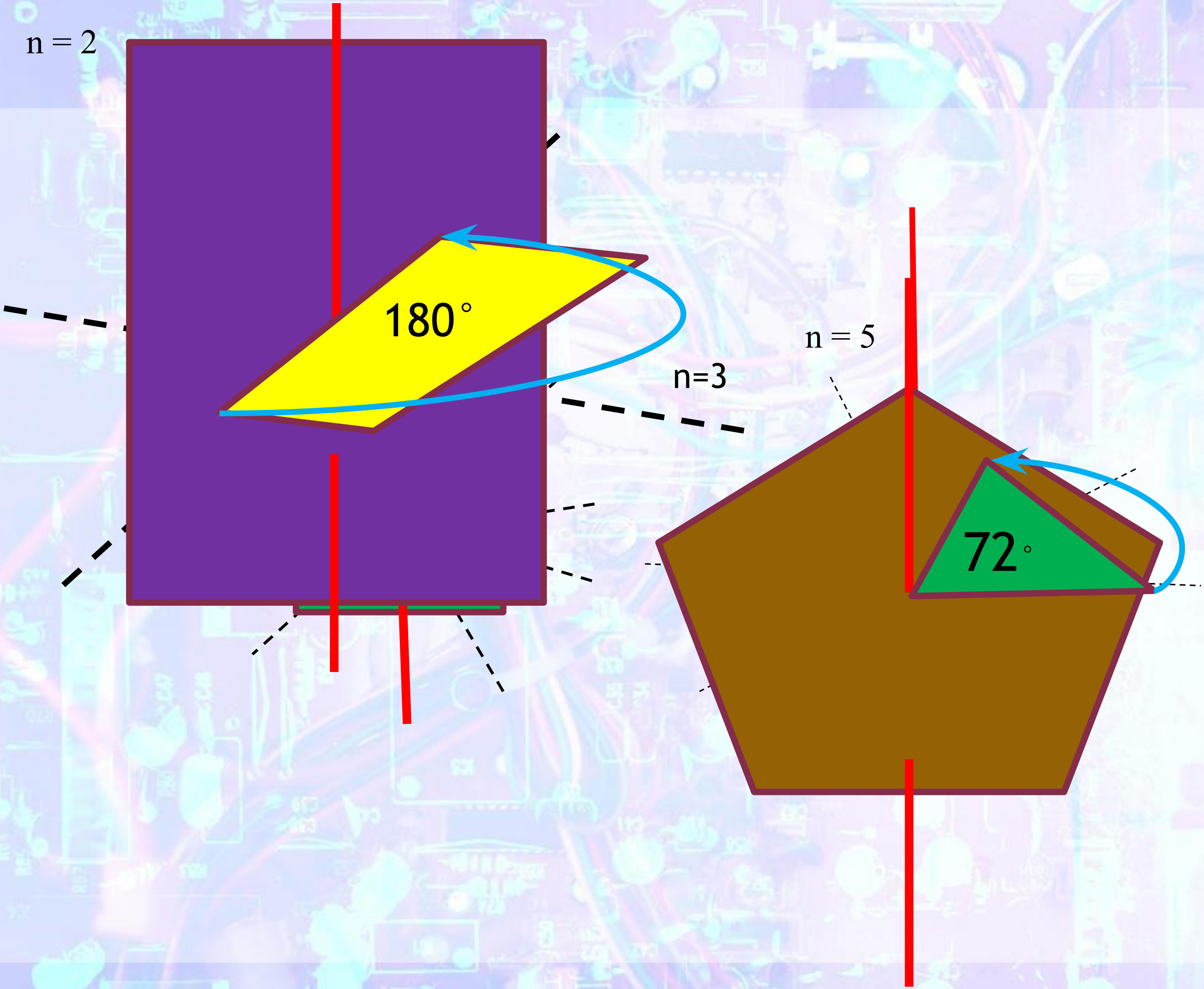
чтобы отобразить фигуру с помощью параллельного переноса, нужно каждую точку фигуры переместить на заданный вектор, а затем соединить полученные образы

Поворот

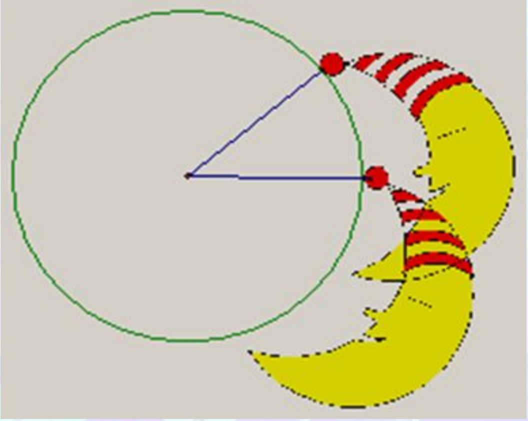




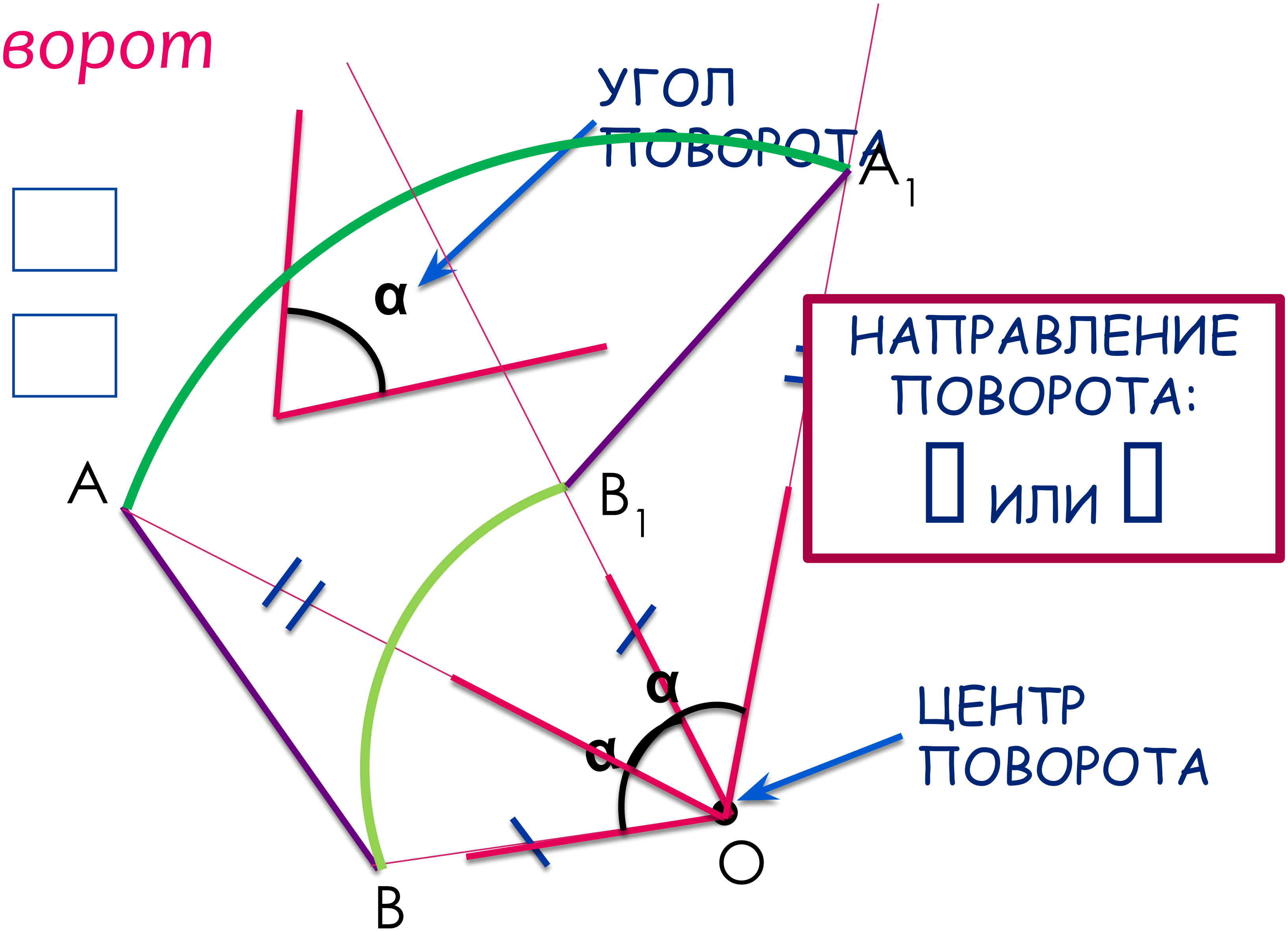
Поворотная симметрия – это такая симметрия при которой объект совмещается сам с собой при повороте вокруг некоторой оси на угол, равный **360° /n**, где
n = 2,3,4…


n = 2
180°
n=3
n = 5
72°

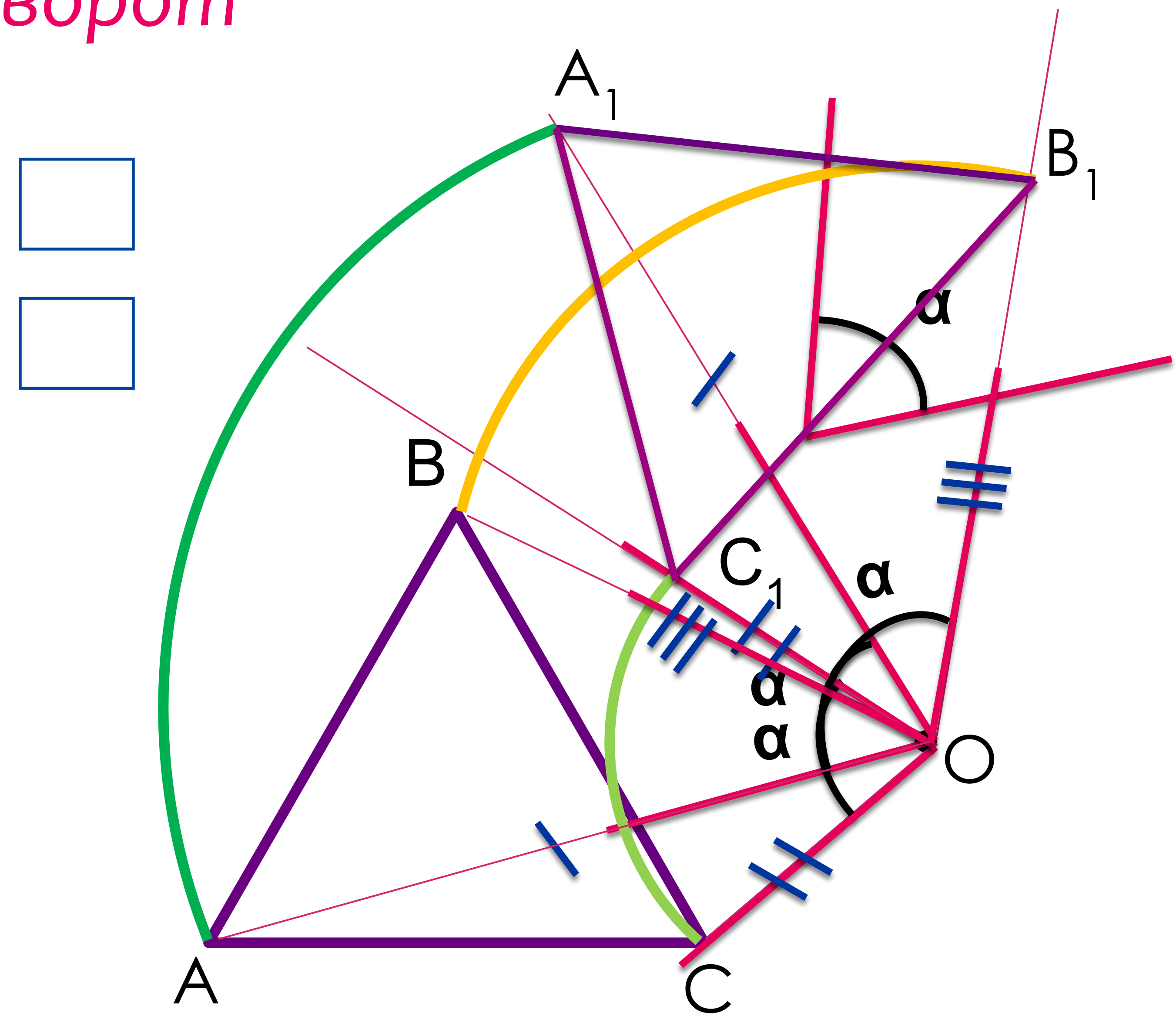
- При вращении плоскости неподвижная точка называется центром вращения, при вращении пространства неподвижная прямая называется **осью вращения** (при этом ось вращения также называется *осью поворотной симметрии порядка n*).
- Вращение плоскости (пространства) называется собственным (вращение первого рода) или несобственным (вращение второго рода) в зависимости от того, сохраняет оно или нет ориентацию плоскости (пространства).



Поворот


УГОЛ ПОВОРОТА
α
A
A_1
B
B_1
α
α
O
НАПРАВЛЕНИЕ ПОВОРОТА:
 или
ЦЕНТР ПОВОРОТА

Поворот

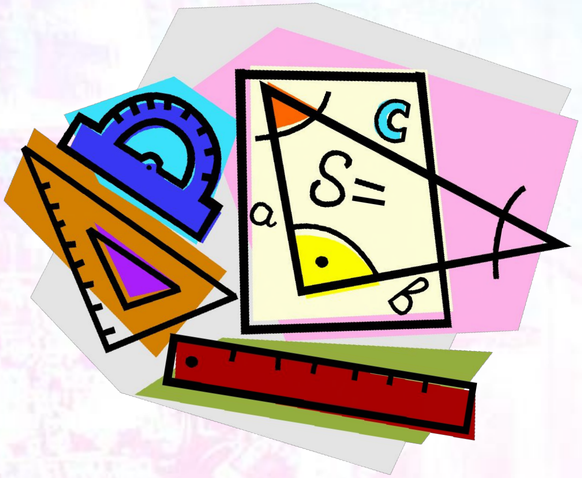


Поворот

Сделаем вывод:

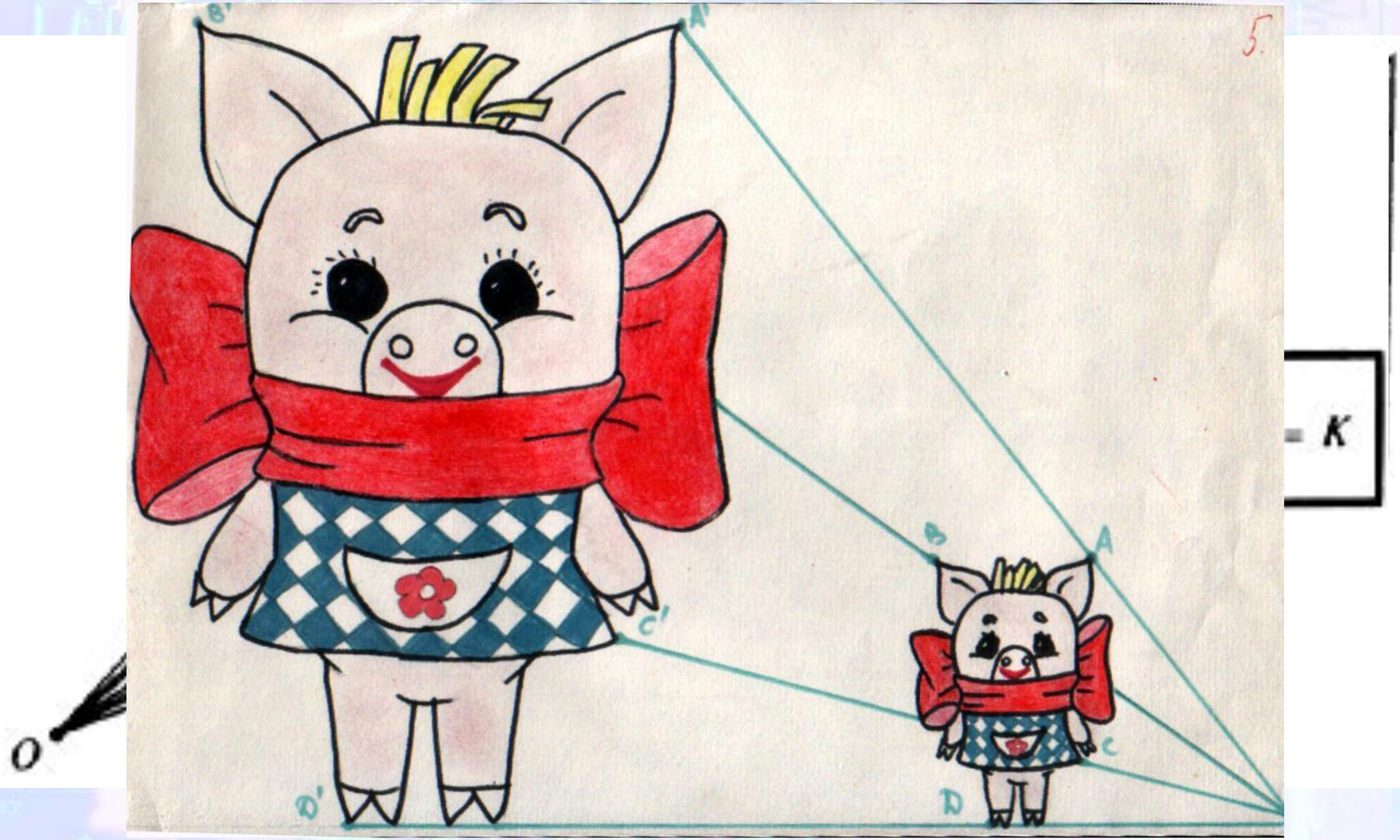
чтобы получить отображение фигуры при повороте около данной точки, нужно каждую точку фигуры повернуть на один и тот же угол в одном и том же направлении (по часовой стрелке или против часовой стрелки)

Гомотетия (преобразование подобия)



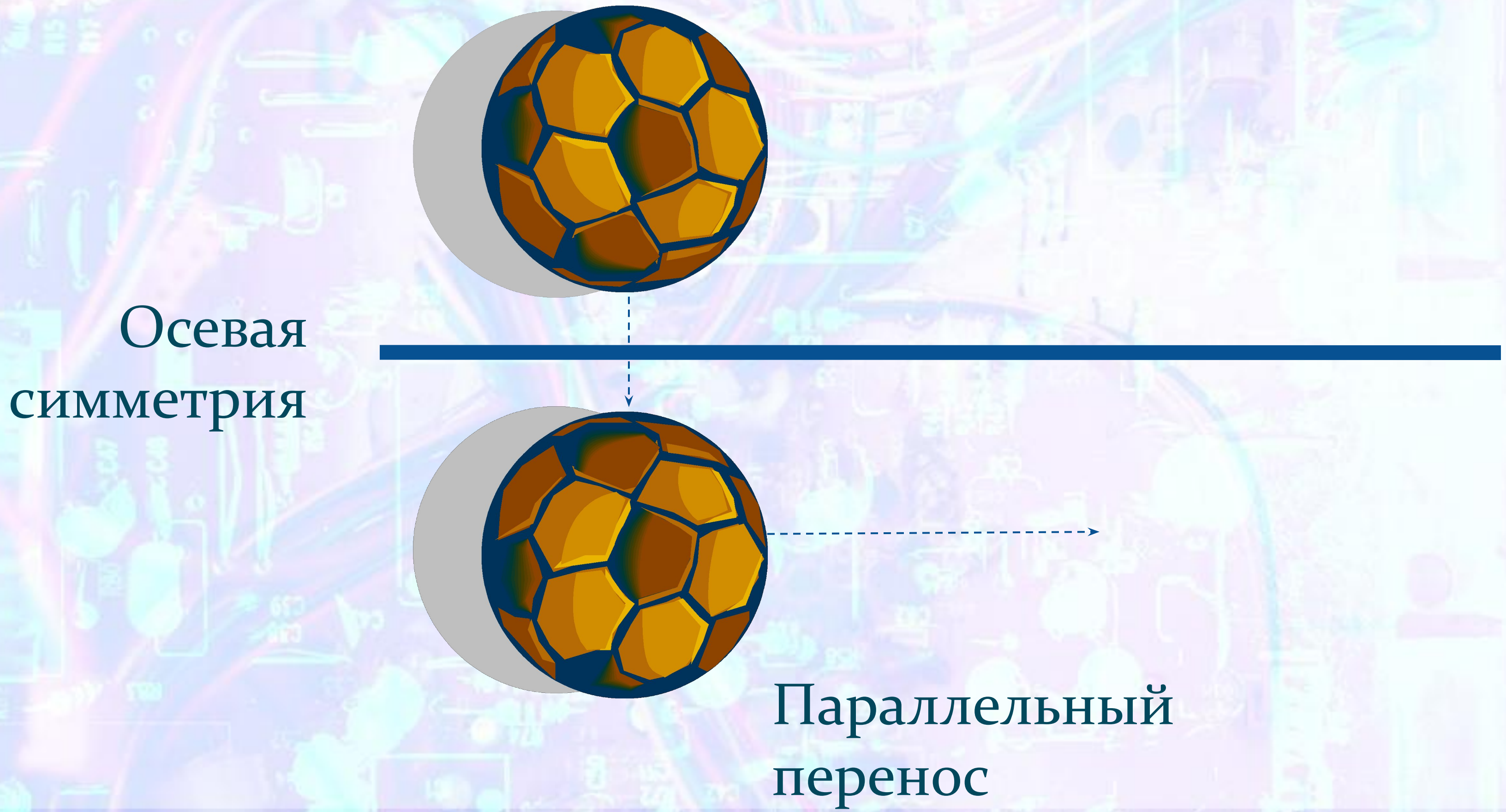
- Преобразование плоскости или пространства, при котором фиксированная точка О остается неподвижной, и каждая точка Х переходит в такую точку X_1, что $OX_1 = k\,OX$, где k – заданное число, называется **гомотетией**.
- Точка О называется *центром гомотетии*, k называется *коэффициентом гомотетии*.
- Если фигура F преобразуется в результате гомотетии в фигуру F_1, то фигуры F и F_1 называются *гомотетичными*.

Гомотетия



Композиция движений

Композиция – результат последовательного выполнения двух движений.



Спасибо за внимание