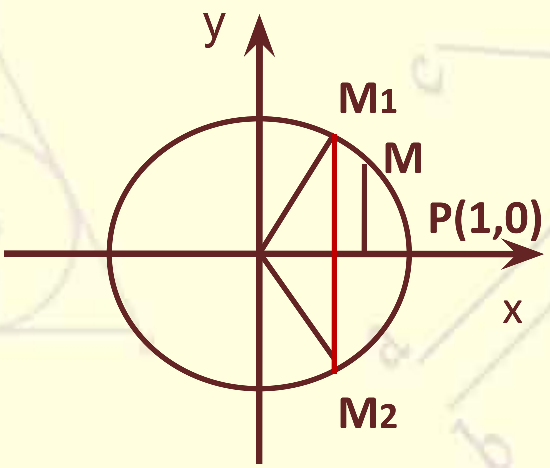
Примеры решения простейших тригонометрических неравенств

Задача 1. Решить неравенство cos x > 1/2

По определению cos x – это абсцисса точки единичной окружности. Чтобы решить неравенство cos x > 1/2, нужно выяснить, какие точки единичной окружности имеют абсциссу, большую 1/2. Абсциссу, равную 1/2, имеют две точки единичной окружности M_1 и M_2.

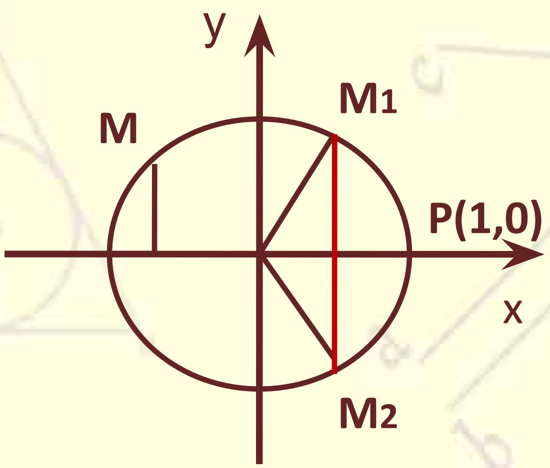


Точка M_1 получается поворотом точки P(1,0) на угол π/3, а также на углы π/3+2πn, где n = ±1,±2…. Точка M_2 получается поворотом на угол -π/3, а также на углы -π/3+2πn, где n = ±1,±2…. Абсциссу, большую 1/2, имеют все точки М дуги единичной окружности , лежащие правее прямой M_1M_2. Таким образом решениями неравенства cos x > 1/2 являются все числа x из промежутка –π/3<x<π/3/

Все решения данного неравенства – множество интервалов –π/3+2πn<x<π/3+2πn, nЄZ

Задача 2. Решить неравенство cos x ≤ 1/2

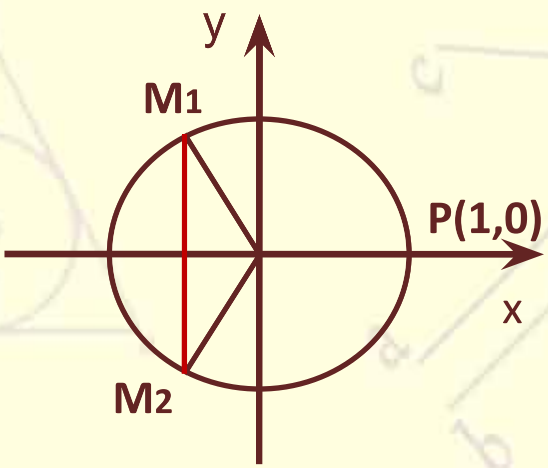
Абсциссу, не большую 1/2, имеют все точки дуги M_1MM_2. Поэтому решениями неравенства cos x ≤ ½ являются числа x, которые принадлежат промежутку π/3≤ x ≤ 5π/3



Все решения данного неравенства – множество отрезков –π/3+2πn≤x≤5π/3+2πn, nЄZ

Задача 3. Решить неравенство $\cos(x/4 - 1) \le -1/2$

Обозначим $x/4 - 1 = y$. Решая неравенство $\cos y \le -1/2$, находим $2\pi/3 + 2\pi n \le y \le 4\pi/3 + 2\pi n$, $n \in Z$. Заменяя $y = x/4 - 1$, получаем $2\pi/3 + 2\pi n \le x/4 - 1 \le 4\pi/3 + 2\pi n$, откуда $1 + 2\pi/3 + 2\pi n \le x/4 \le 1 + 4\pi/3 + 2\pi n$, $4 + 8\pi/3 + 8\pi n \le x \le 4 + 16\pi/3 + 8\pi n$, $n \in Z$.

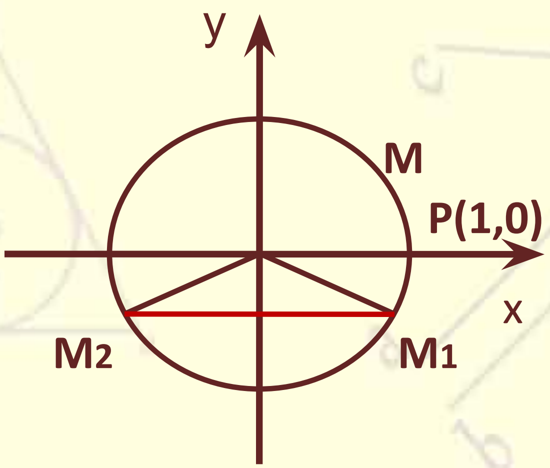


$4 + 8\pi/3 + 8\pi n \le x \le 4 + 16\pi/3 + 8\pi n$, $n \in Z$.

Задача 4. Решить неравенство $\sin x \geq -1/2$

По определению cos x – это ордината точки единичной окружности. Ординату, не меньшую - 1/2, имеют все точки дуги M_1MM_2.

Поэтому решениями неравенства $\sin x \geq -1/2$ являются числа x, принадлежащие промежутку $-\pi/6 \leq x \leq 7\pi/6$.



Все решения данного неравенства – множество отрезков $-\pi/6+2\pi n<x<7\pi/6+2\pi n$, nєZ