

Тригонометрические уравнения и неравенства

Подготовила
Орлова Людмила Владимировна
г. Дружковка, ОШ № 7

Цель изучения темы:

1. Изучить понятие обратной функции, обратных тригонометрических функций. Рассмотреть их графики и свойства.
2. Ввести понятие тригонометрического уравнения и неравенства.
3. Научиться решать простейшие уравнения и неравенства и отдельные виды тригонометрических уравнений, которые приводятся к простейшим.

Знать:

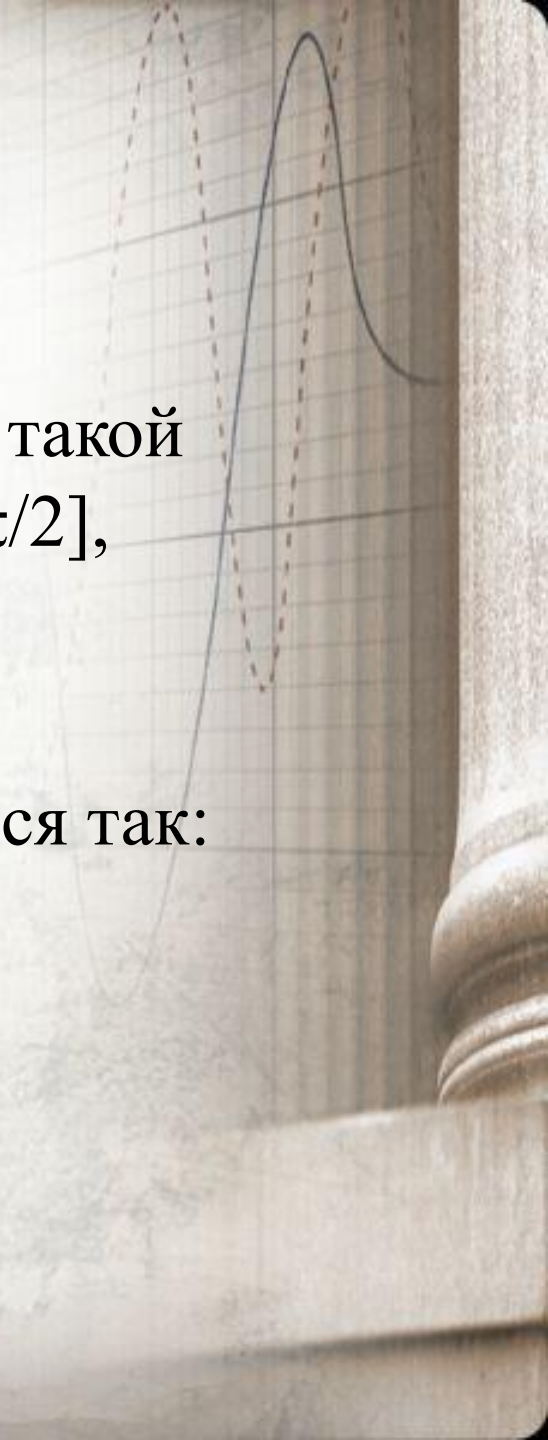
формулы общего решения простейших тригонометрических уравнений

Уметь:

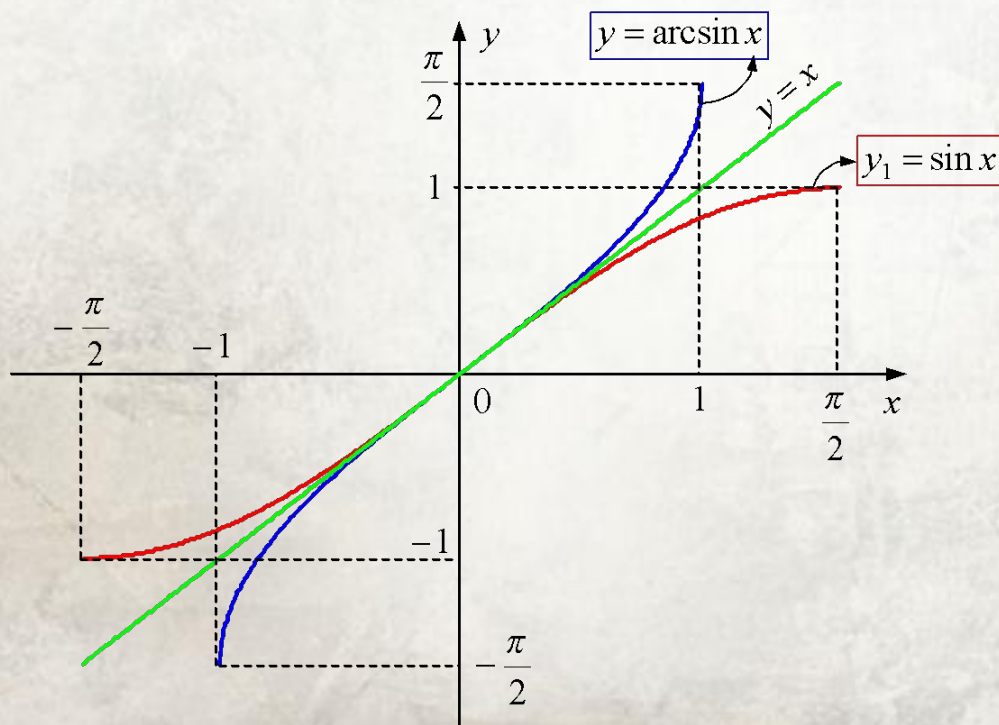
решать тригонометрические уравнения, простейшие тригонометрические неравенства

Арксинус и его свойства

- *Арксинусом числа a ($|a| \leq 1$)* называется такой угол α , принадлежащий отрезку $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a .
- Обозначается этот угол **$\arcsin a$** . Читается так: *угол, синус которого равен a* .



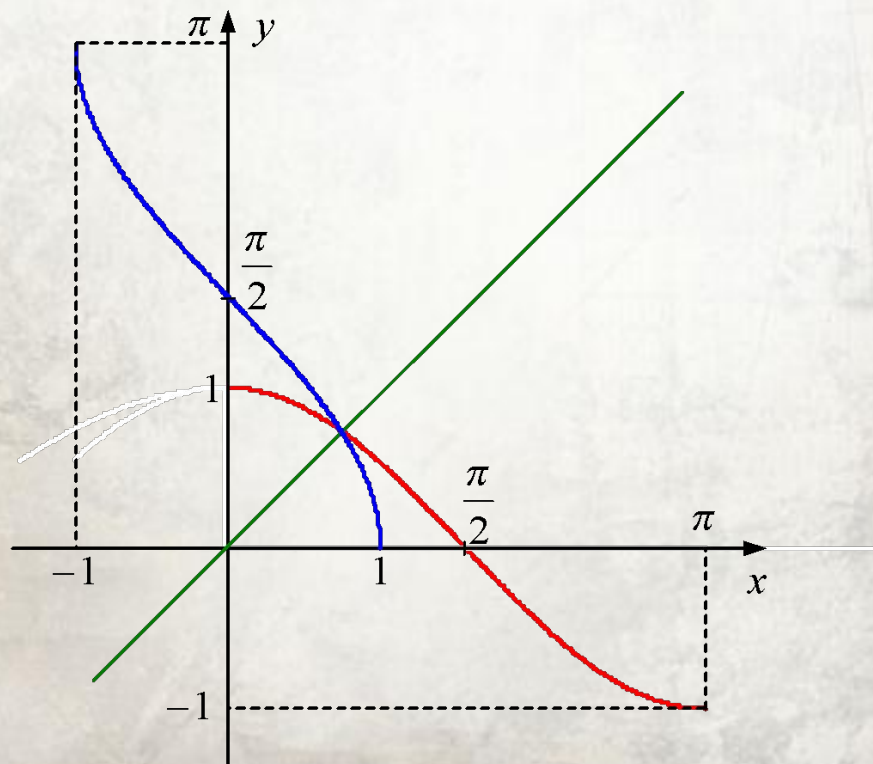
- Область определения функции $y = \arcsin x$ – отрезок $[-1;1]$
- Область значений – отрезок $[-\pi/2; \pi/2]$.
- График функции $y = \arcsin x$ симметричен графику функции $y = \sin x$, относительно прямой $y = x$.



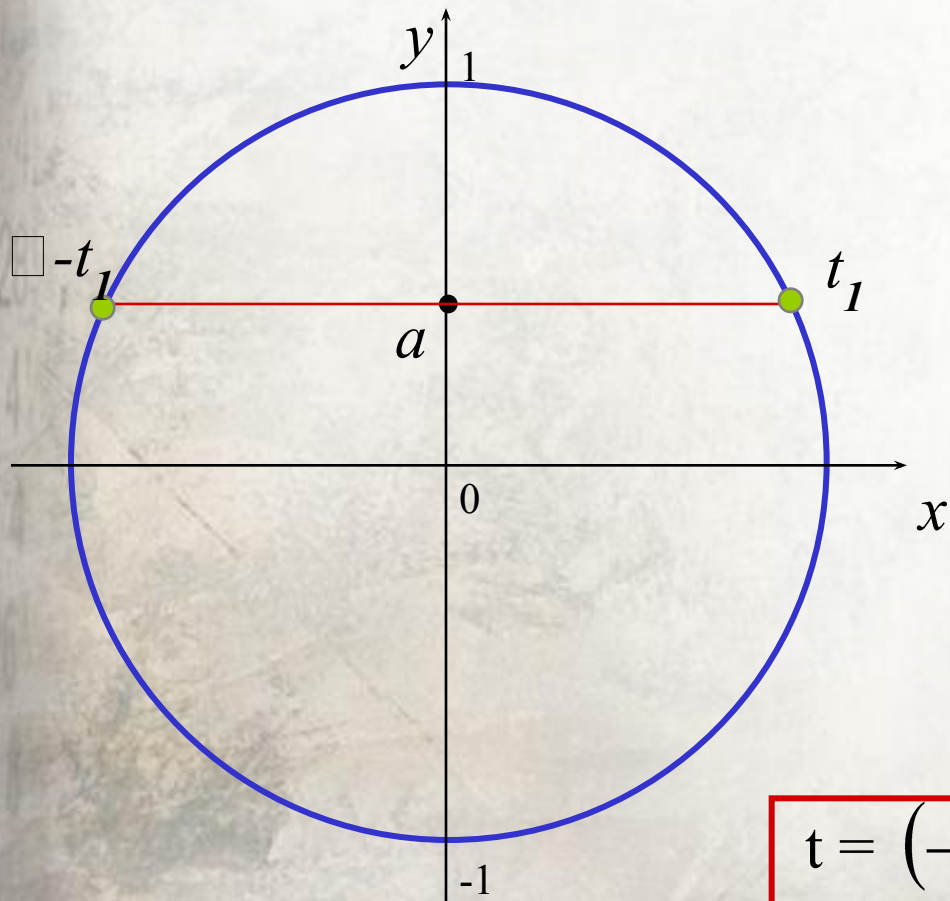
Арккосинус и его свойства

- *Арккосинусом числа a ($|a| \leq 1$)* называется такой угол α , принадлежащий отрезку $[0; \pi]$, косинус которого равен a .
- Обозначается этот угол **$\arccos a$** . Читается так: *угол, косинус которого равен a* .

- Область определения функции $y = \arccos x$ – отрезок $[-1; 1]$
- Область значений – отрезок $[0; \pi]$.
- График функции $y = \arccos x$ симметричен графику функции $y = \cos x$, относительно прямой $y = x$



Уравнение $\sin t = a$



1. Проверить условие $|a| \leq 1$
2. Отметить точку a на оси ординат.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные точки – решение уравнения $\sin t = a$.
6. Записать общее решение уравнения.

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи уравнения $\sin t = a$

$$\sin t = 1$$

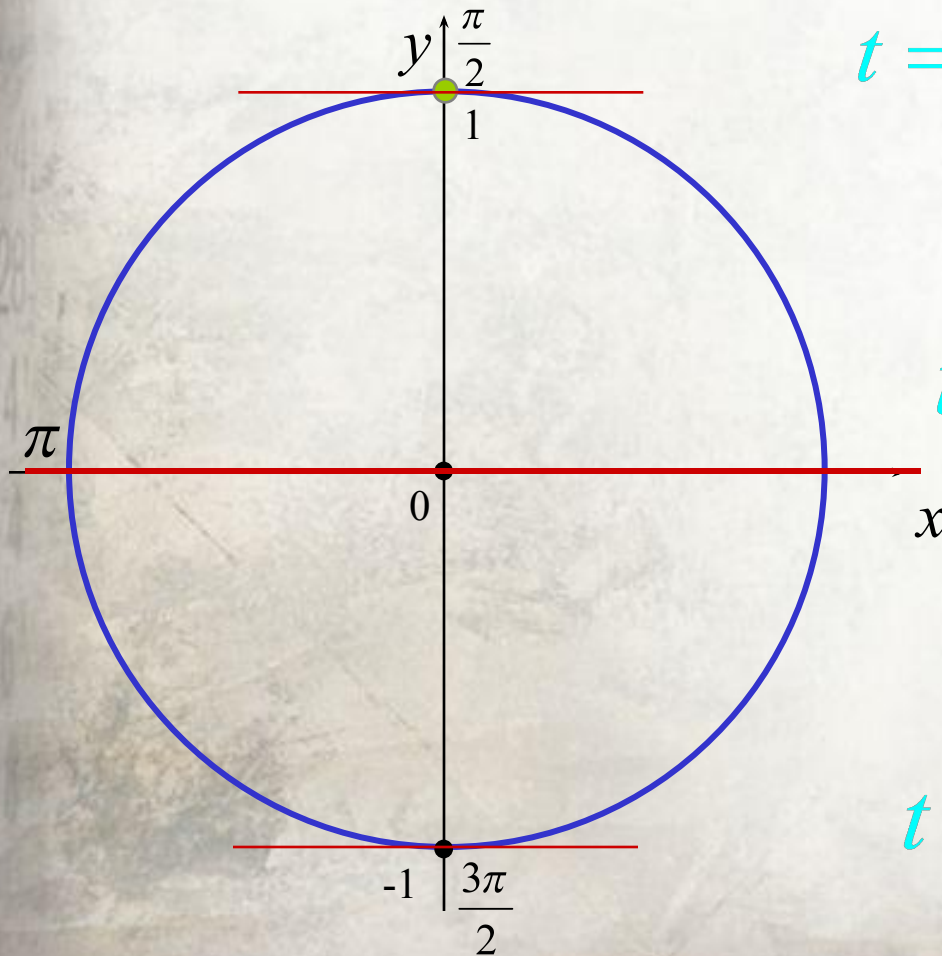
$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0$$

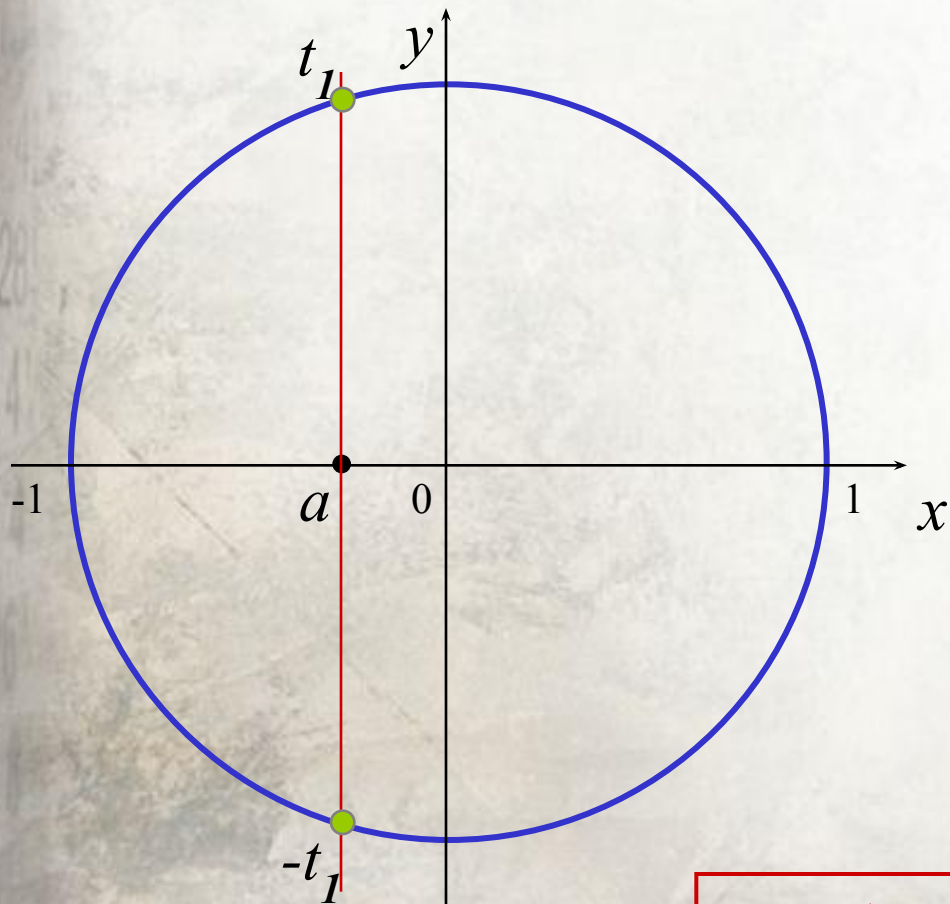
$$t = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



Уравнение $\cos t = a$



1. Проверить условие $|a| \leq 1$
2. Отметить точку a на оси абсцисс.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные точки – решение уравнения $\cos t = a$.
6. Записать общее решение уравнения.

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи уравнения $\cos t = a$

$$\cos t = 1$$

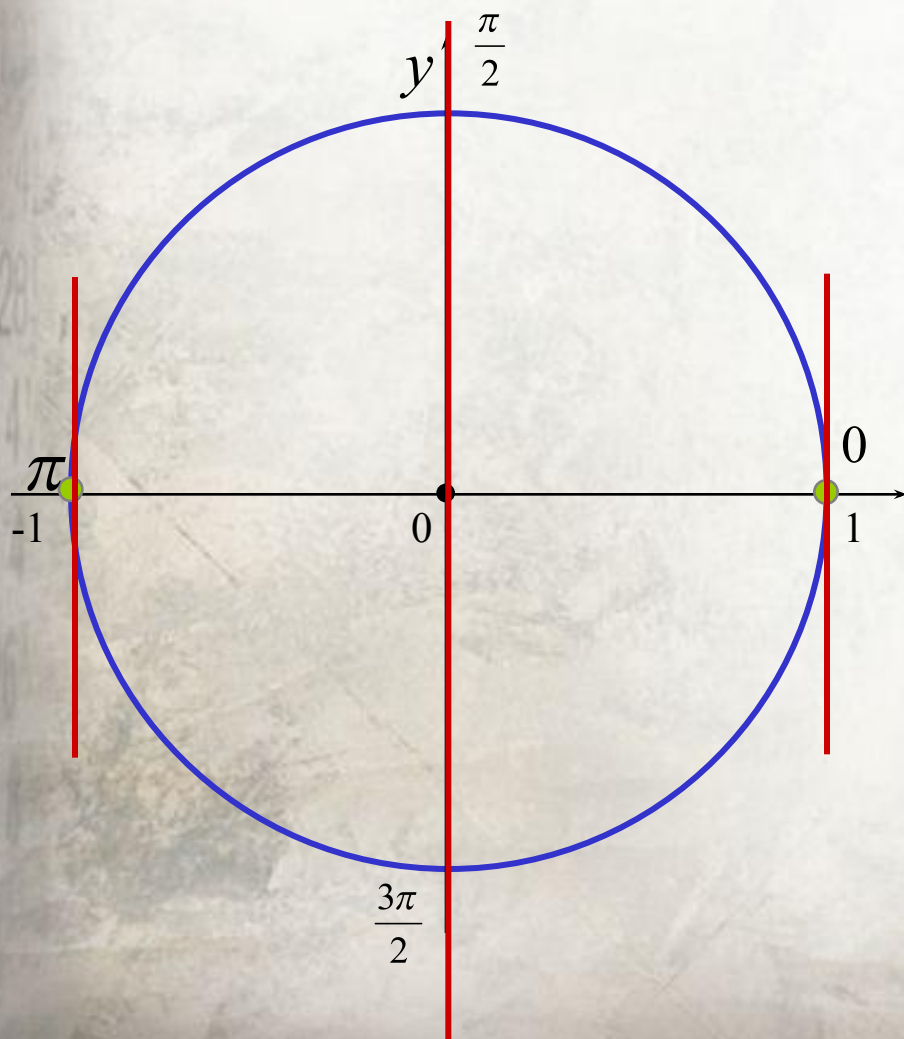
$$t = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

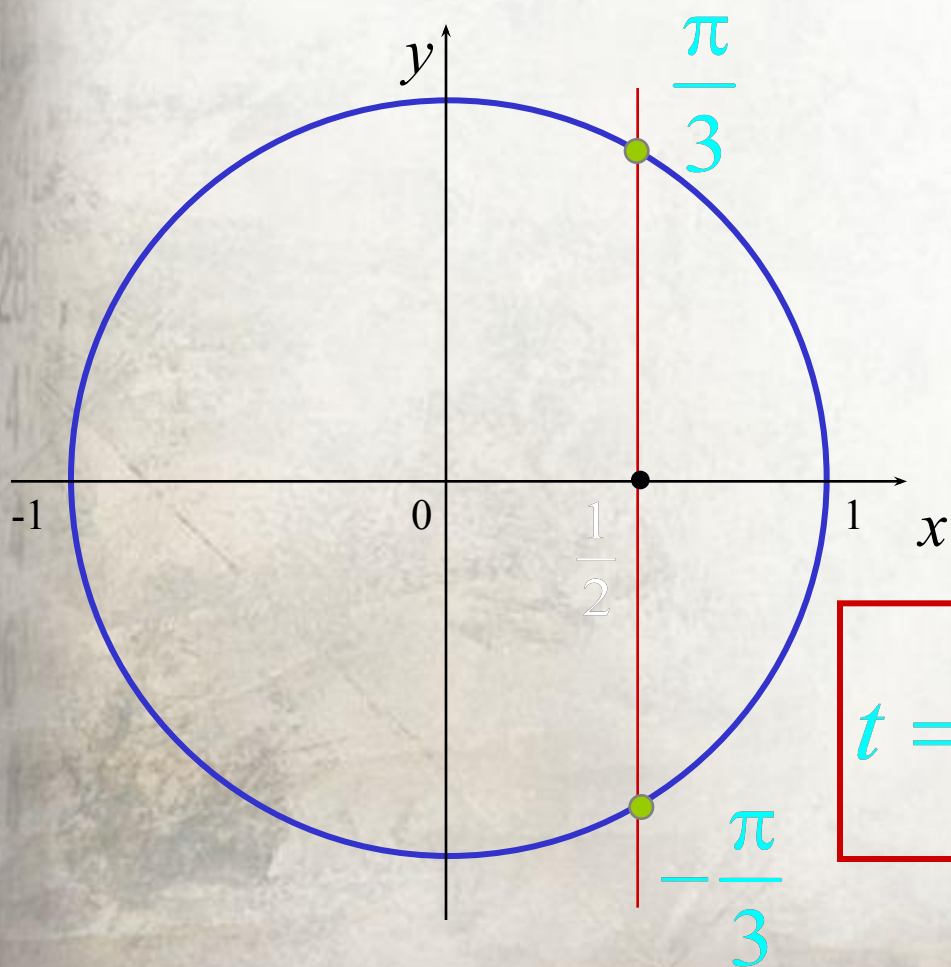
$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



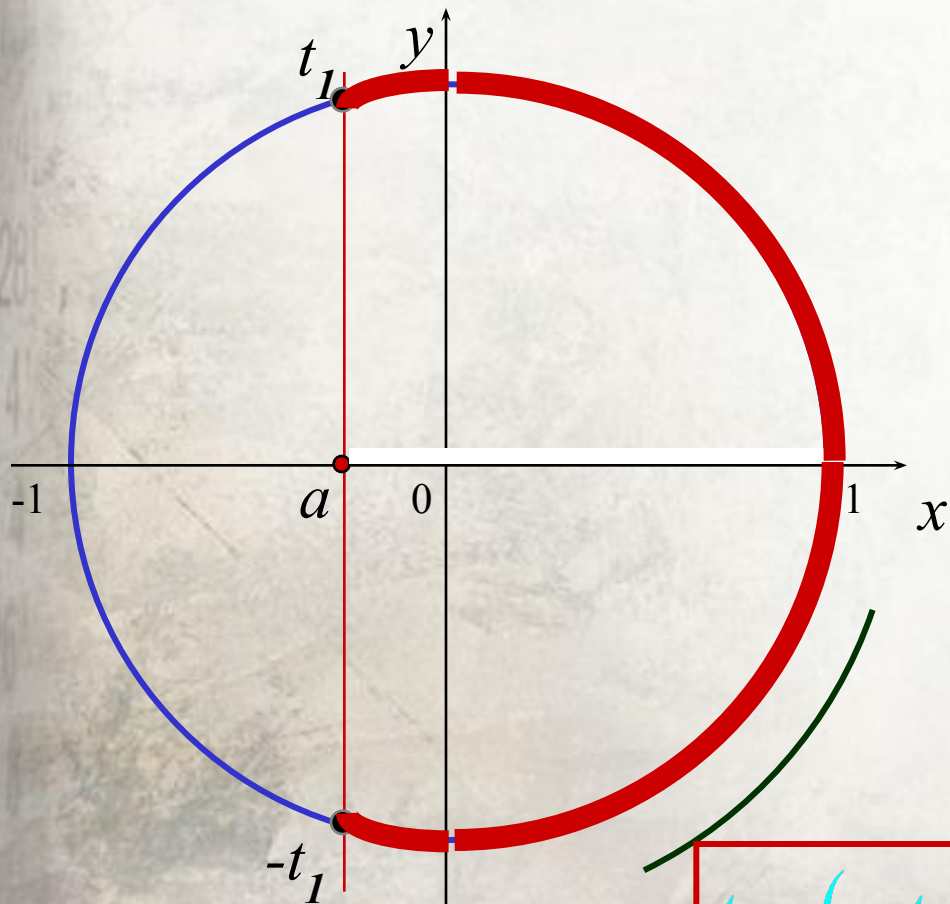
Примеры уравнений

$$\cos x = \frac{1}{2}$$



$$t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

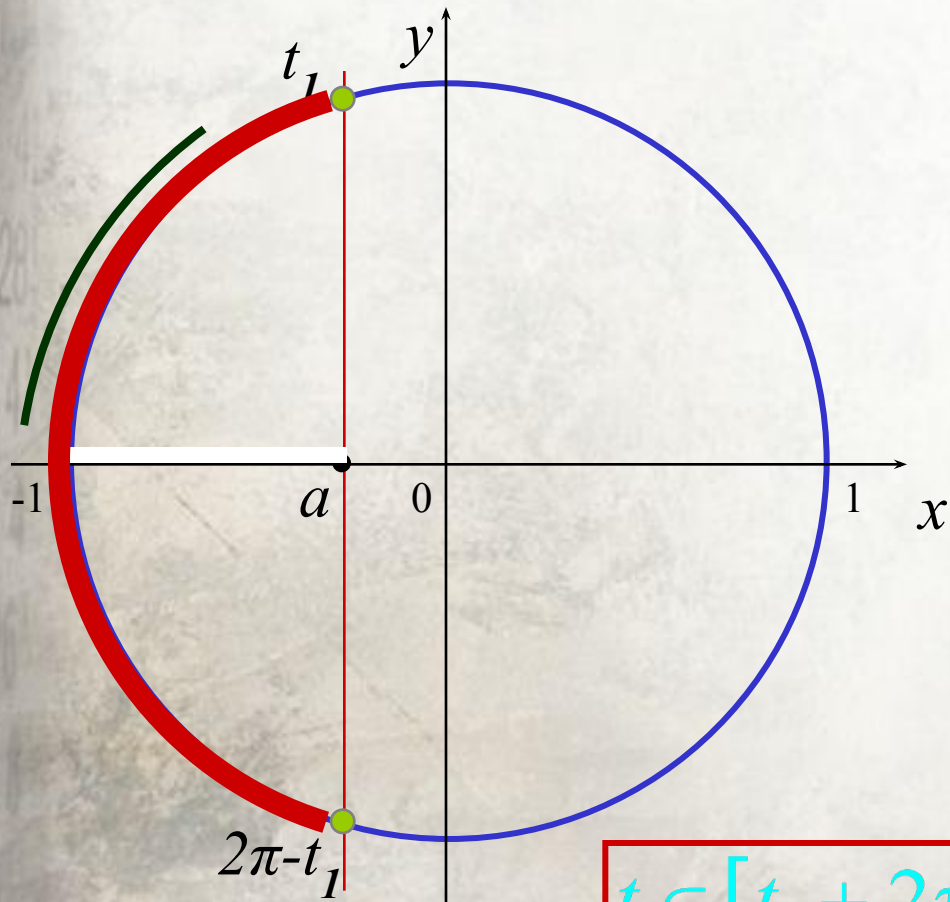
Неравенство $\cos t > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in (-t_1 + 2\pi n; t_1 + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

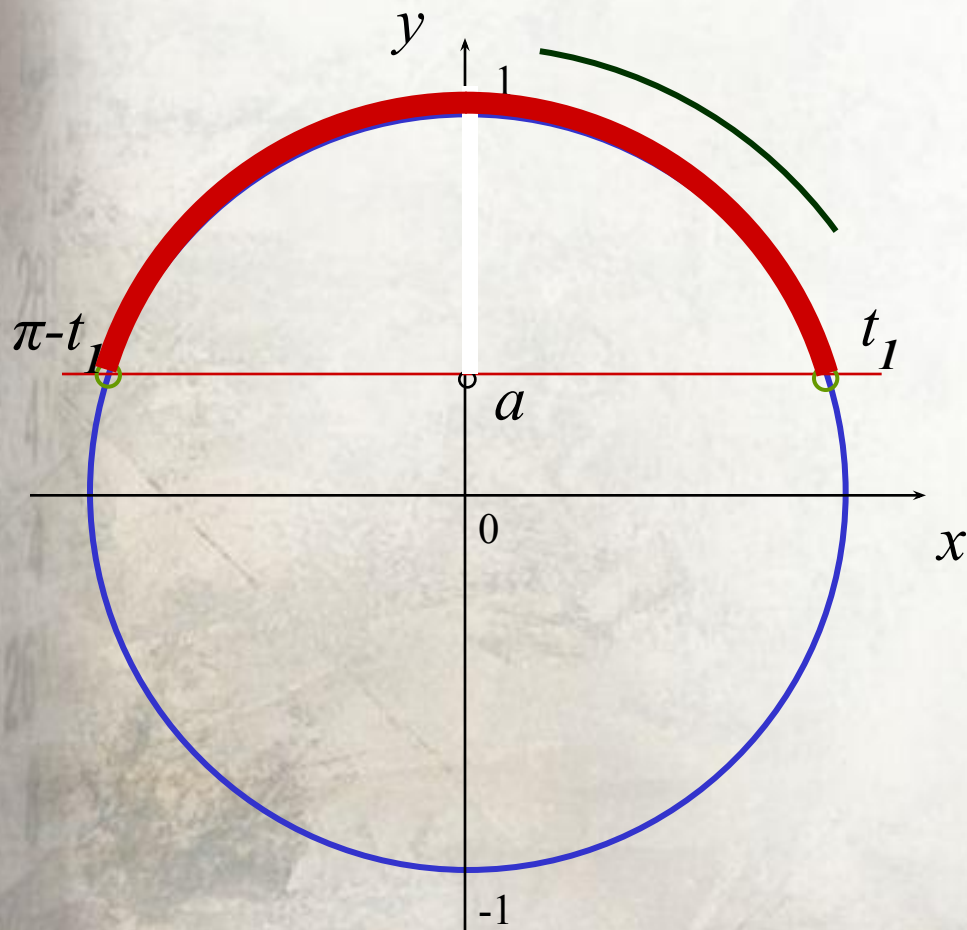
Неравенство $\cos t \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x \leq a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 2\pi - t_1 + 2\pi n], \quad n \in \mathbb{Z}$$

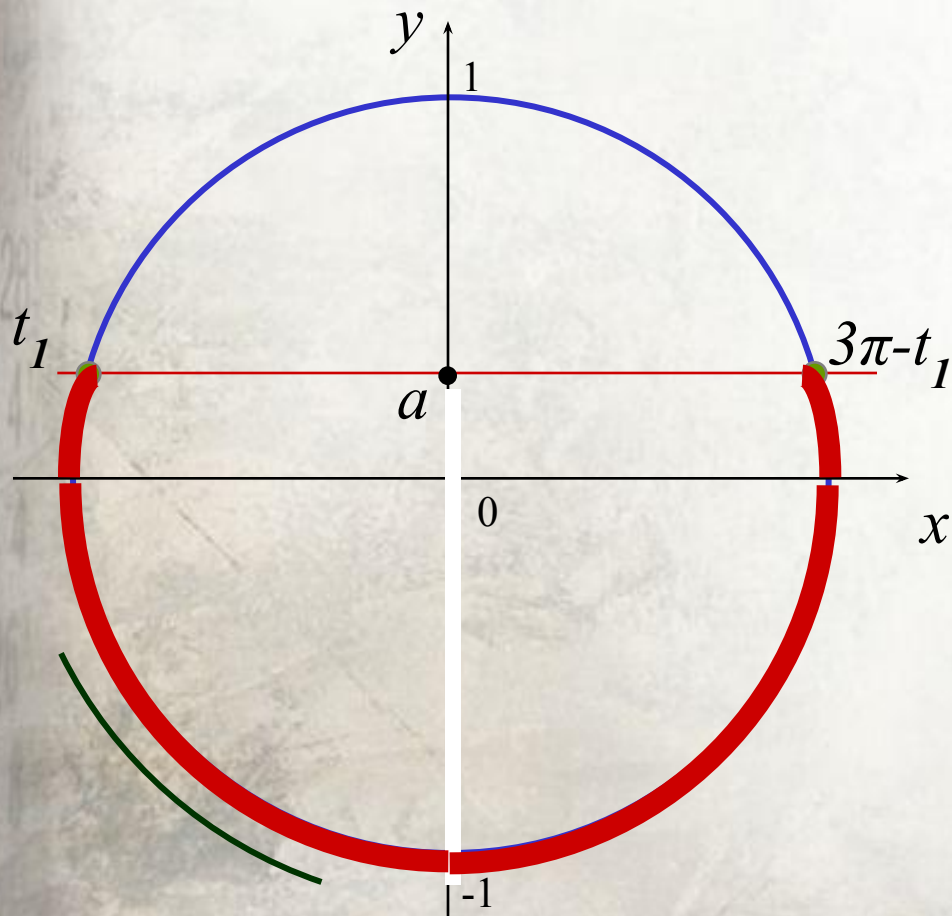
Неравенство $\sin t > a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in (t_1 + 2\pi n; \pi - t_1 + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

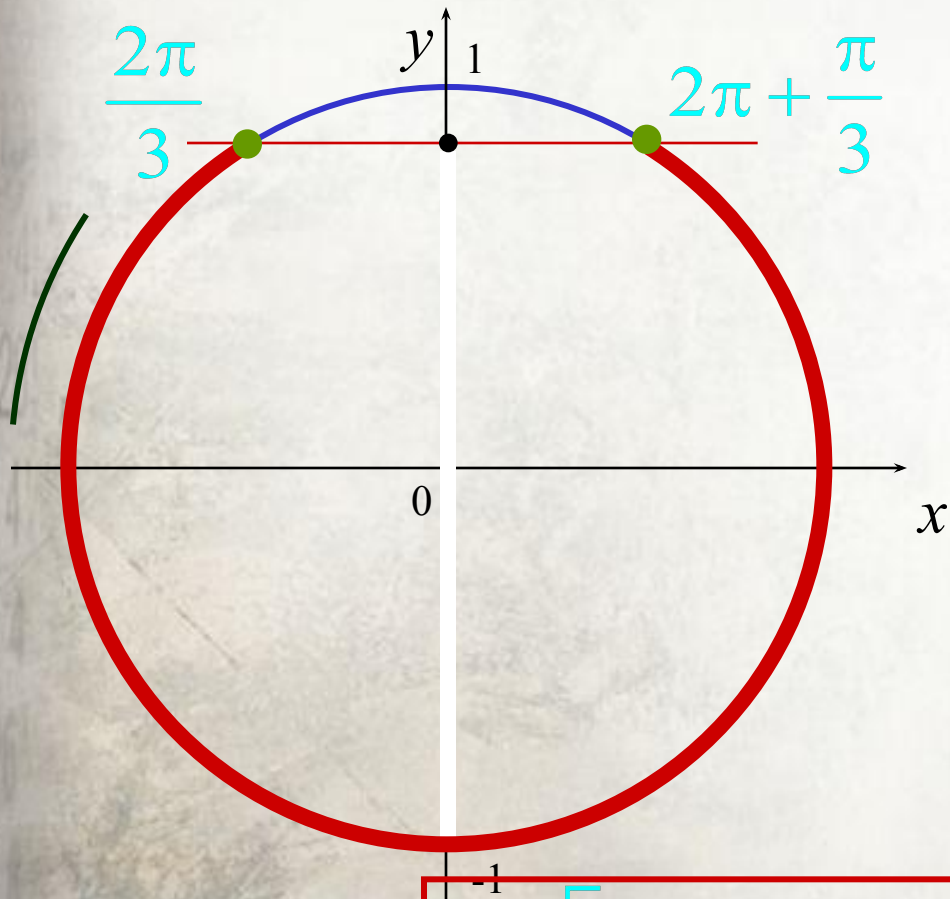
Неравенство $\sin t \leq a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y \leq a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 3\pi - t_1 + 2\pi n], \quad n \in \mathbb{Z}$$

Примеры неравенств



$$\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t \in \left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n \right], \quad n \in \mathbb{Z}$$