Тригонометрические уравнения и неравенства

Подготовила
Орлова Людмила Владимировна
г. Дружковка, ОШ № 7

Цель изучения темы:

1. Изучить понятие обратной функции, обратных тригонометрических функций. Рассмотреть их графики и свойства.
2. Ввести понятие тригонометрического уравнения и неравенства.
3. Научиться решать простейшие уравнения и неравенства и отдельные виды тригонометрических уравнений, которые приводятся к простейшим.

Знать:

формулы общего решения простейших тригонометрических уравнений

Уметь:

решать тригонометрические уравнения, простейшие тригонометрические неравенства

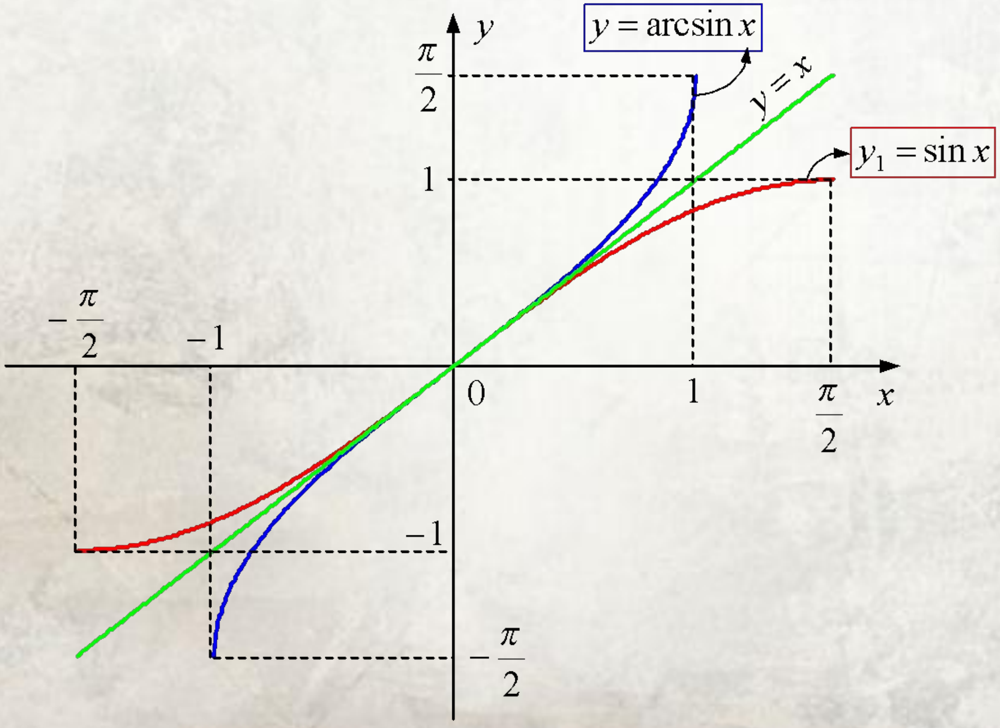
Арксинус и его свойства

- ***Арксинусом числа а*** (|**а**|≤1) называется такой угол α, принадлежащий отрезку [-π/2; π/2], синус которого равен **а**.
- Обозначается этот угол arcsin a. Читается так: ***угол, синус которого равен а*** .

- ***Область опрделения*** функции y = arcsin x – отрезок [-1;1]

- ***Область значений*** – отрезок [-π/2; π/2].

- ***График функции*** y = arcsin x симметричен графику функции y = sin x, относительно прямой y = x.



Арккосинус и его свойства

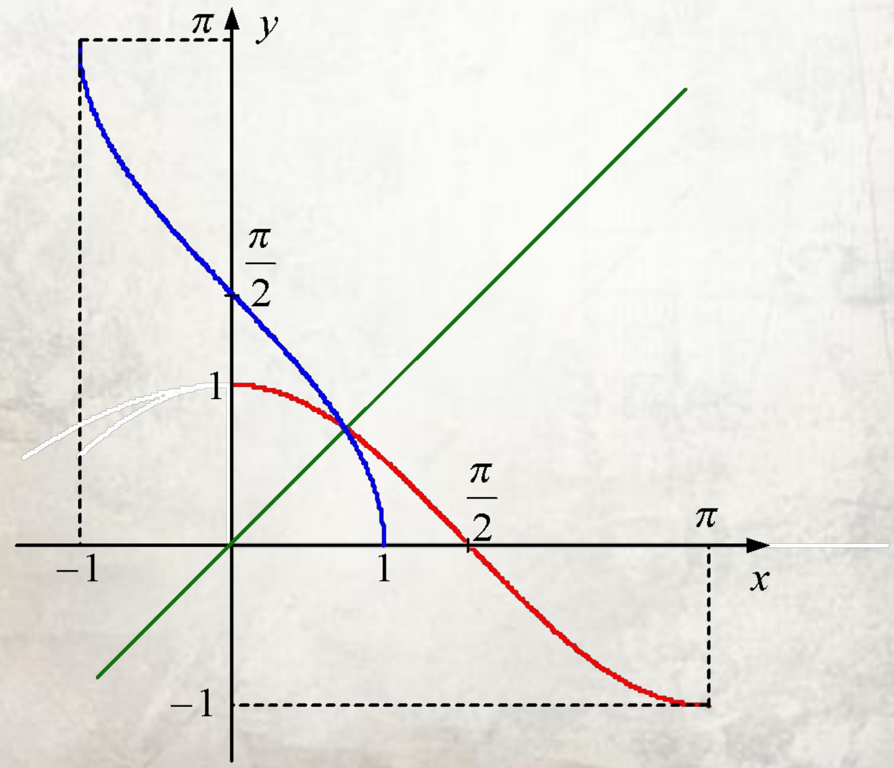
- ***Арккосинусом числа а*** (|**а**|≤1) называется такой угол α, принадлежащий отрезку [0; π], косинус которого равен **а**.

- Обозначается этот угол arccos a. Читается так: ***угол, косинус которого равен а*** .

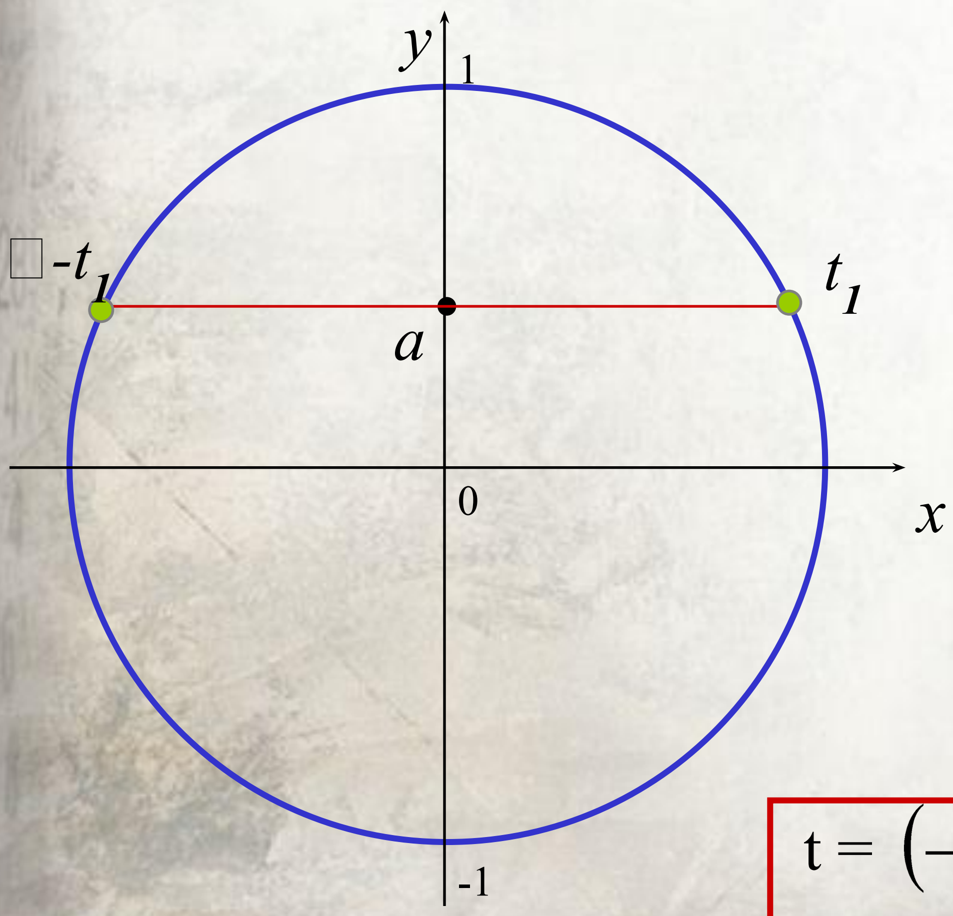
- ***Область опрделения*** функции y = arccos x – отрезок [-1;1]

- ***Область значений*** – отрезок [0; π].

- ***График функции*** y = arccos x симметричен графику функции y = cos x, относительно прямой y = x



Уравнение $sint = a$



1. Проверить условие $|\, a \,| \le 1$

2. Отметить точку a на оси ординат.

3. Построить перпендикуляр в этой точке.

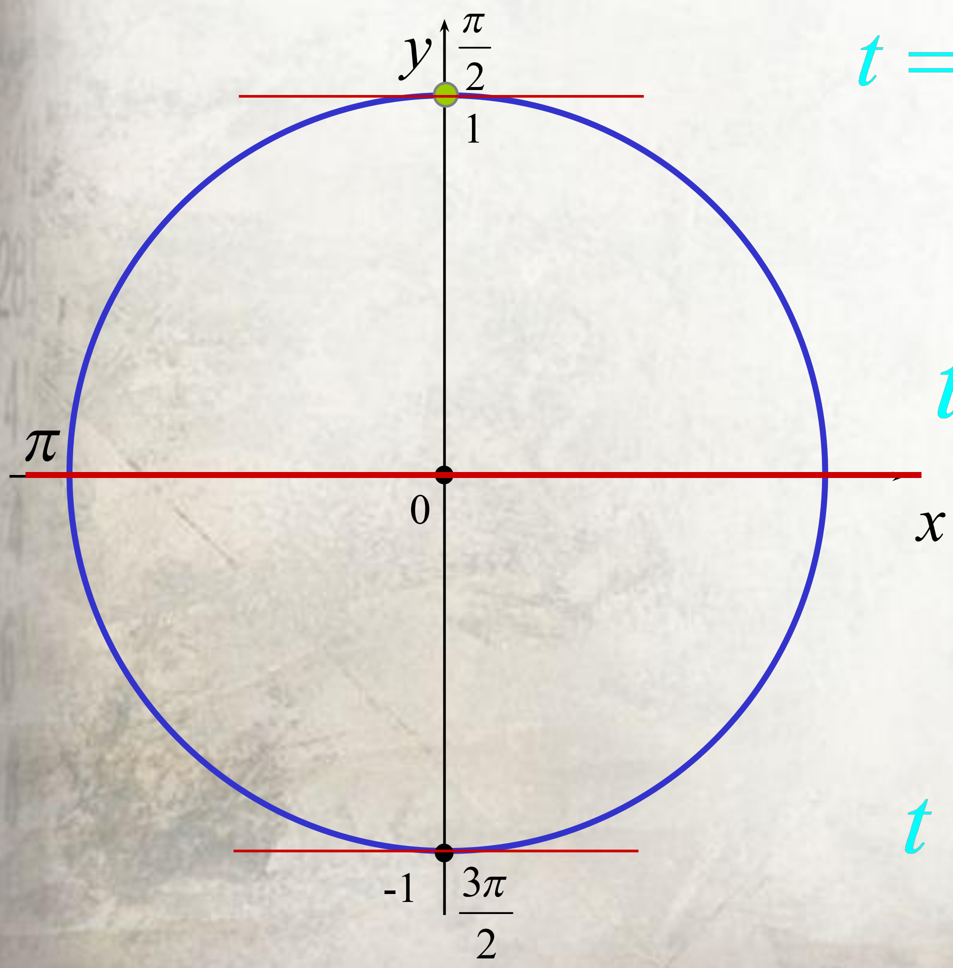
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.

5. Полученные точки – решение уравнения $sint = a$.

6. Записать общее решение уравнения.

$$\boxed{t = (-1)^n \arcsin a + \pi n;\ n \in Z}$$

Частные случаи уравнения $sint = a$



$sint = 1$

$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$$

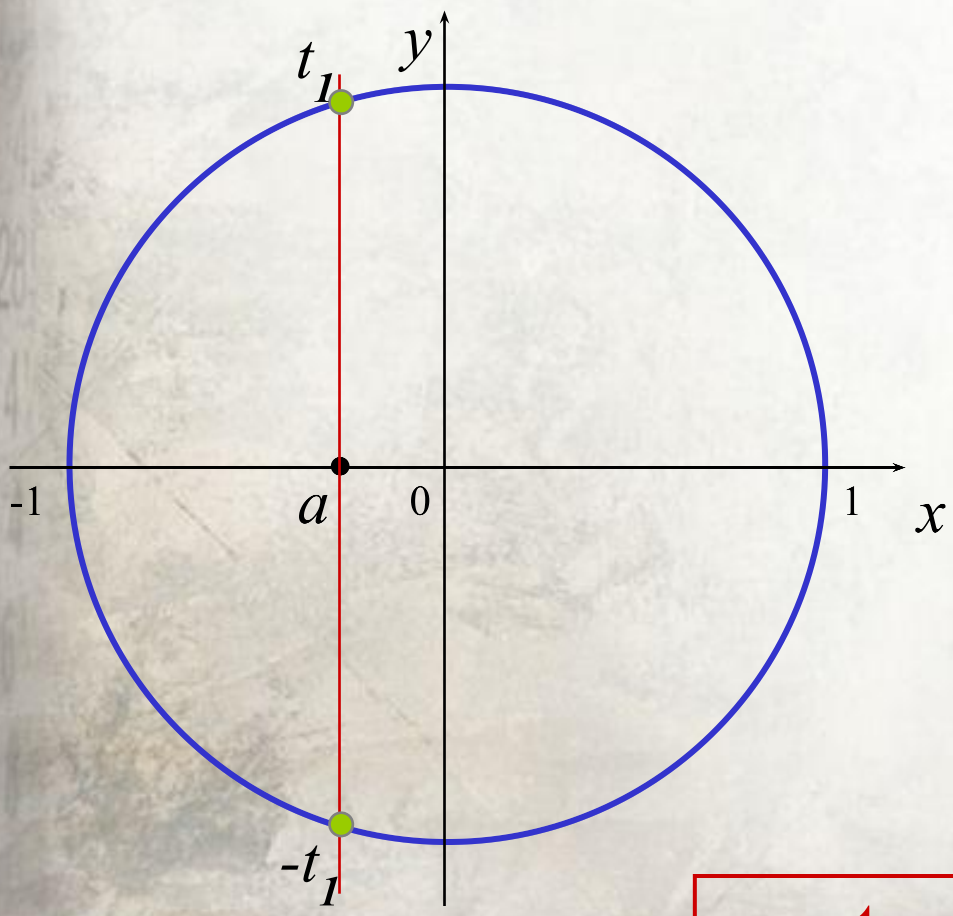
$sint = 0$

$$t = \pi n, \quad n \in Z$$

$sint = -1$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$$

Уравнение *cost = a*



1. Проверить условие $| a | \leq 1$

2. Отметить точку *a* на оси абсцисс.

3. Построить перпендикуляр в этой точке.

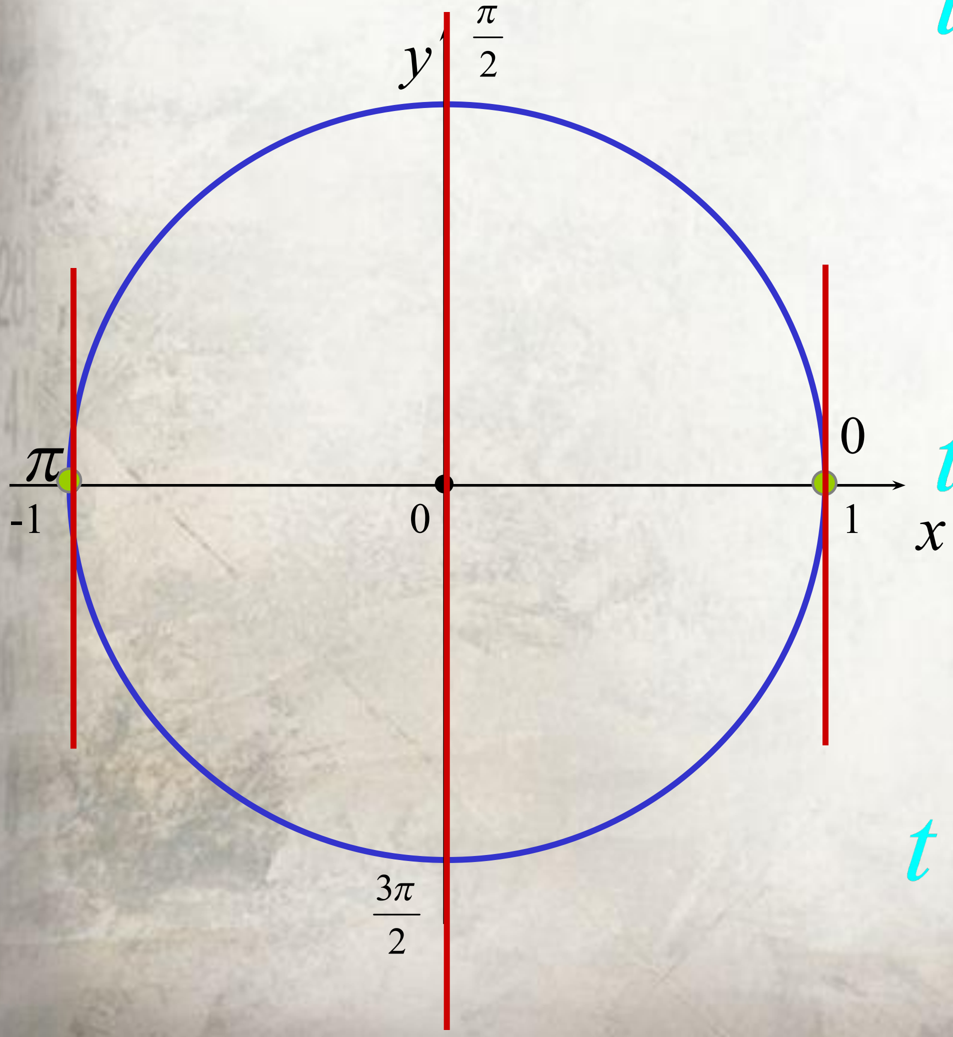
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.

5. Полученные точки – решение уравнения *cost = a*.

6. Записать общее решение уравнения.

$$\mathbf{t = \pm\ arccos\ a + 2\pi n;\ \ n \epsilon Z}$$

Частные случаи уравнения $\cos t = a$



$\cos t = 1$

$$t = 2\pi n, \quad n \in Z$$

$\cos t = 0$

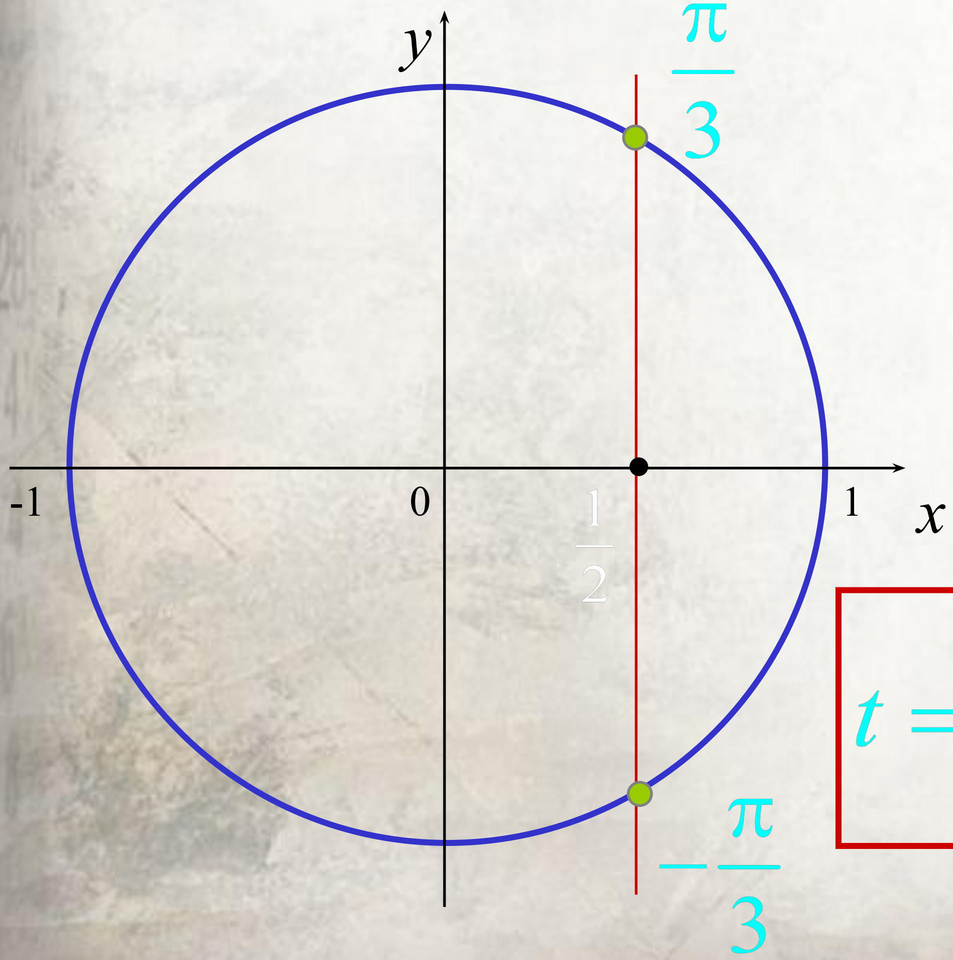
$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$$

$\cos t = -1$

$$t = \pi + 2\pi n, \quad n \in Z$$

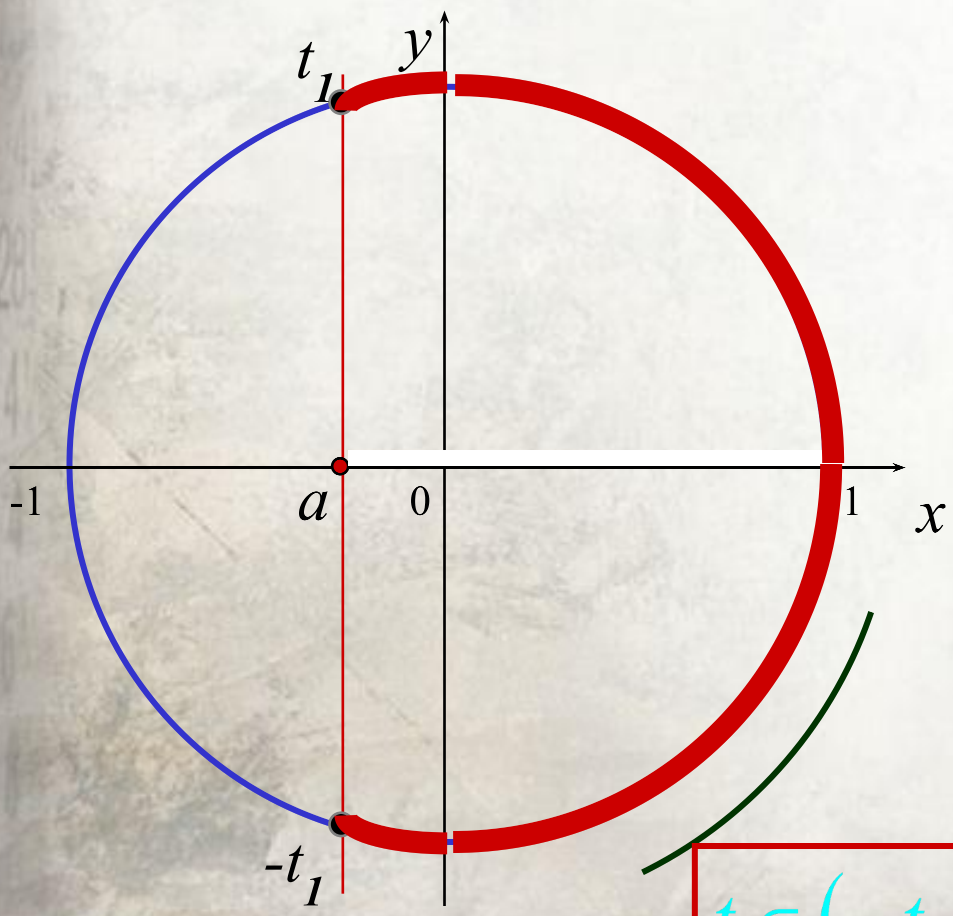
Примеры уравнений

cos x = ½



$$\boxed{t = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in Z}$$

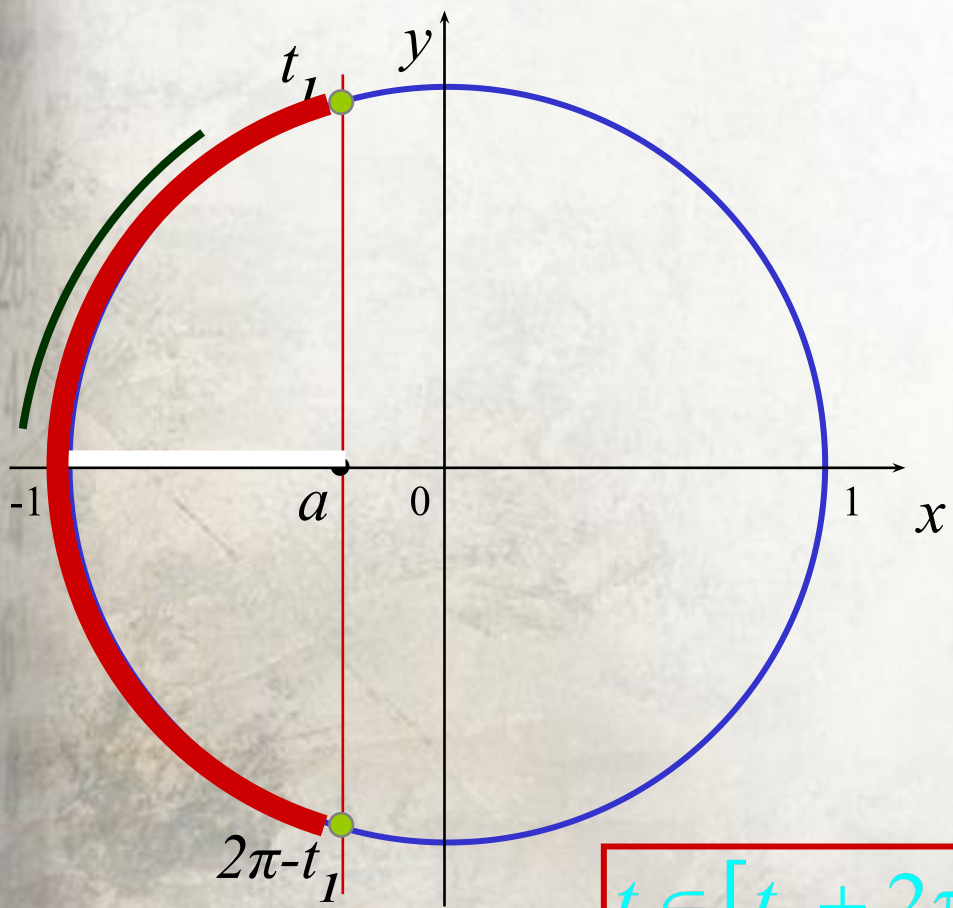
Неравенство $\cos t > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in \left(-t_1 + 2\pi n;\, t_1 + 2\pi n\right), \quad n \in Z$$

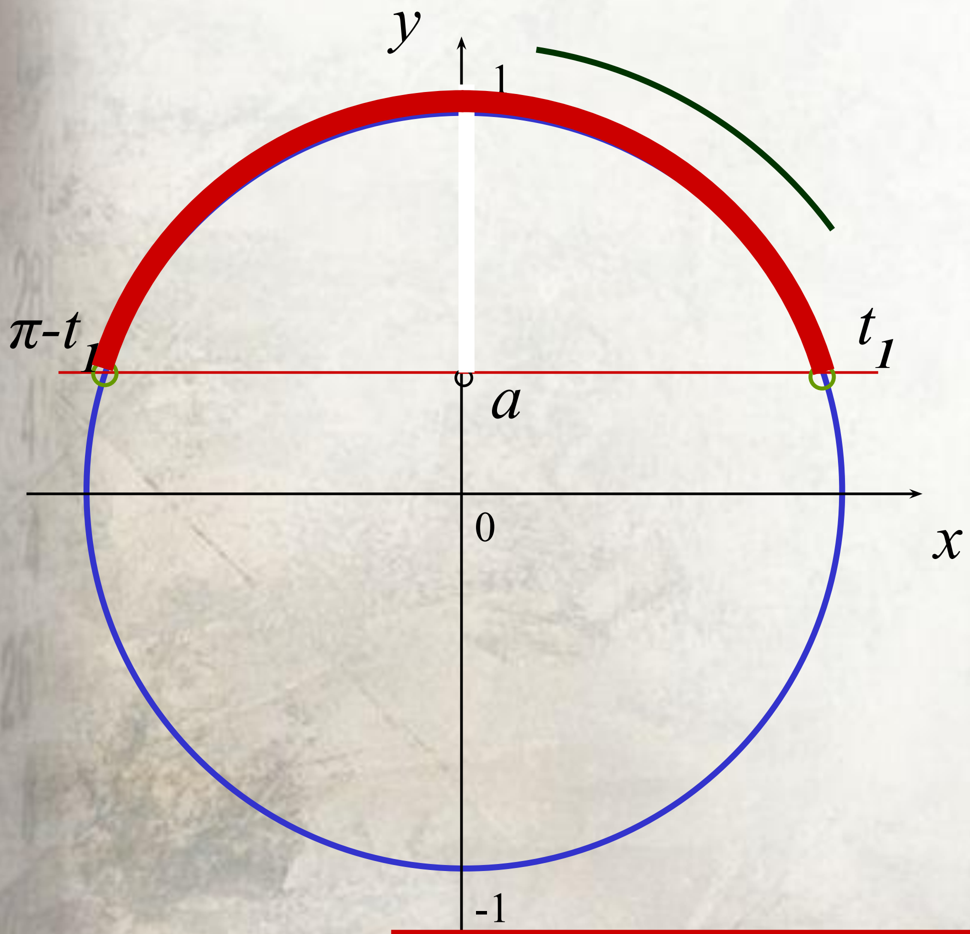
Неравенство $\cos t \le a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x \le a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$\boxed{t \in \left[t_1 + 2\pi n;\, 2\pi - t_1 + 2\pi n\right], \quad n \in Z}$$

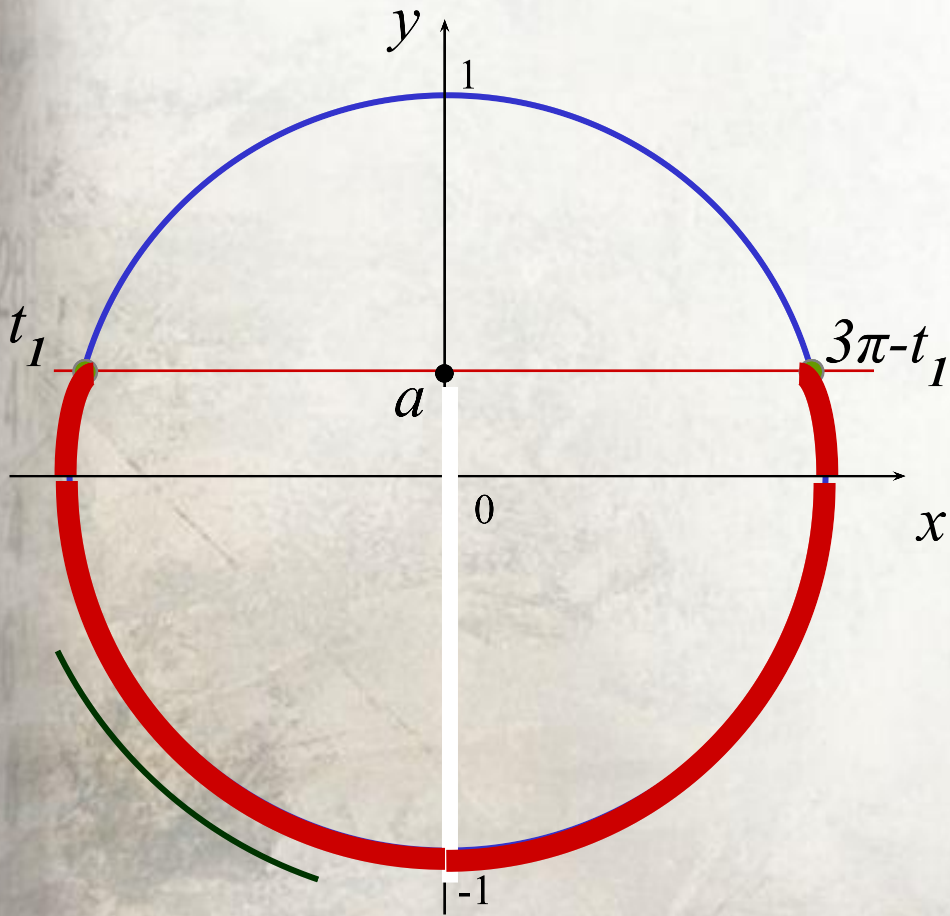
Неравенство $\sin t > a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in \left(t_1 + 2\pi n; \pi - t_1 + 2\pi n \right), \quad n \in Z$$

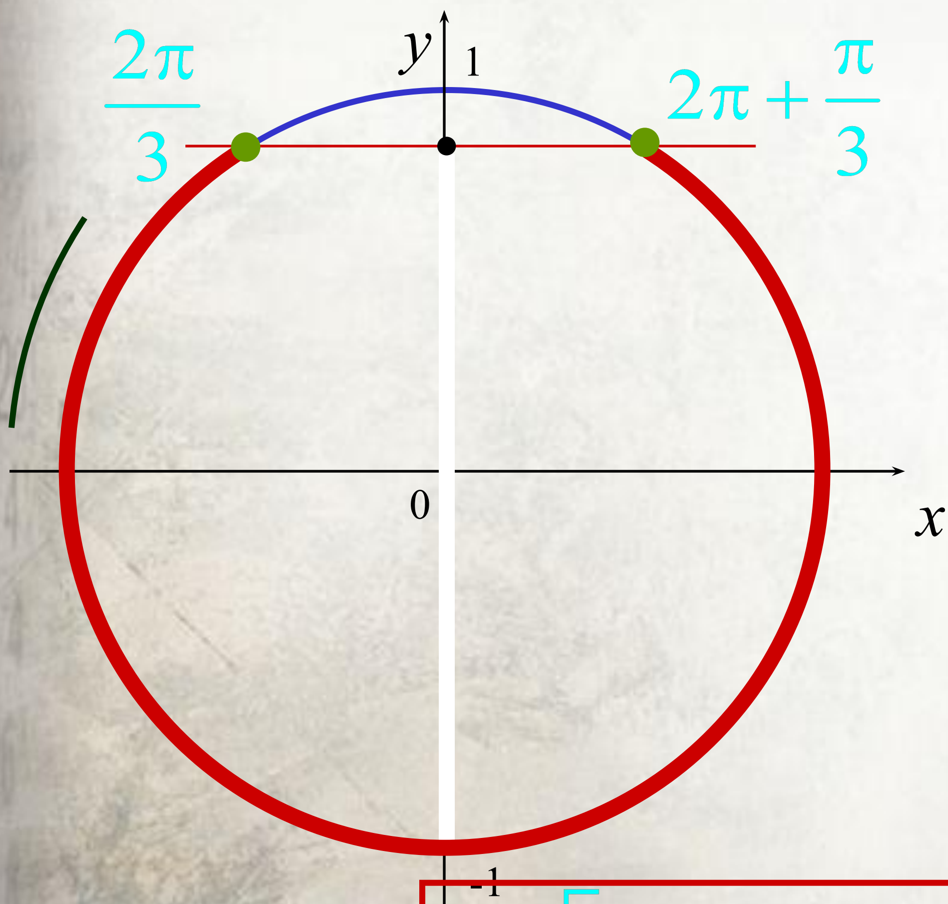
Неравенство $sint \leq a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y \leq a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 3\pi - t_1 + 2\pi n], \quad n \in Z$$

Примеры неравенств



$$\sin t \le \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t \in \left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n\right], \quad n \in Z$$