

ТЕМА УРОКА:
**«КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД
РЕШЕНИЯ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ».**

Планируемый результат обучения:

- формировать ЗУН по данной теме;
- применять их в заданиях повышенной сложности;
- подготовка к ЕГЭ.

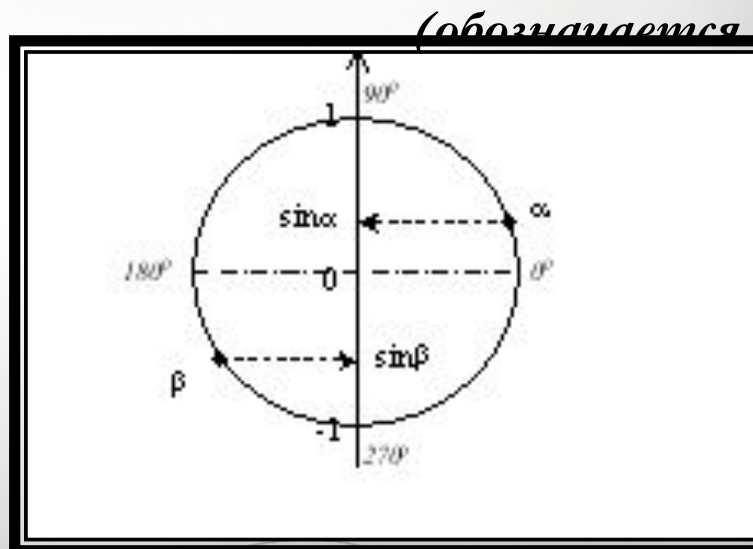
Практическое применение графиков ТФ в современной жизни встречается везде, где нужно некоторую зависимость числовых величин подать более наглядно:

- текущие курсы валют (день за днём)
- кривая уровня безработицы (по месяцам)
- рост народонаселения (по годам)
- уровень инфляции (по месяцам)
- рост прожиточного минимума и рост среднего дохода (по годам)
- температура воздуха (по дням или по часам)
- температурная кривая у постели больного в больнице
- электрокардиограмма...

ВОПРОС : «ДАТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИНУСА УГЛА x ДЛЯ ТОЧКИ НА ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ».

❖ *Синусом угла x называется ордината точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол x ($\sin x$).*

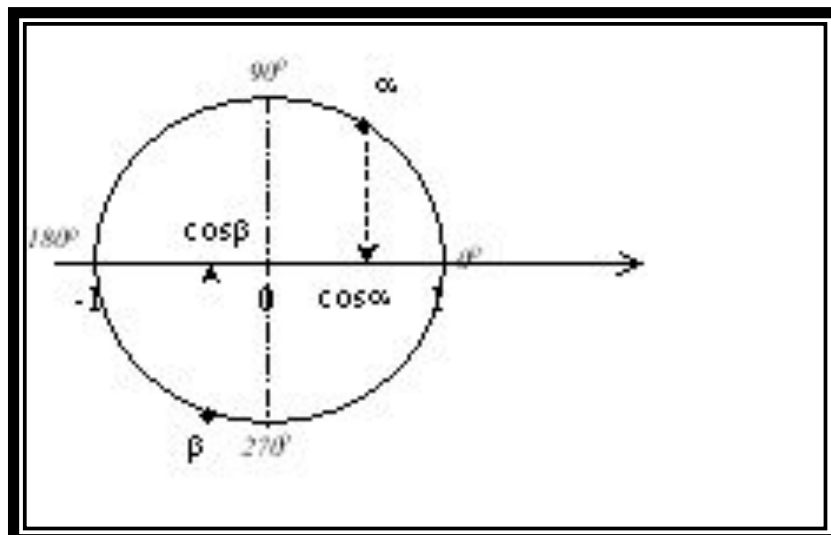
❖ **Вопрос:** *Какие знаки имеет функция $y = \sin x$?*



ВОПРОС: «ДАТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОСИНУСА УГЛА x ДЛЯ ТОЧКИ НА ЕДИНИЧНОЙ ОКРУЖНОСТИ».

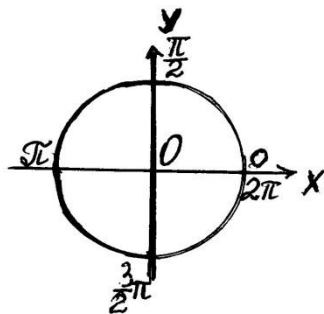
❖ Косинусом угла x называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол x (обозначается $\cos x$).


❖ **Вопрос:** Какие знаки имеет функция $y = \cos X$?



Контрольные вопросы и задания:

1. Указать общие основные свойства функций $Y=\text{SIN}(X)$, $Y=\text{COS}(X)$.
2. Определить свойство четности для данных функций.
3. Найти область определения функций:
а) $y=\sqrt{\sin(x)}$, б) $y=\sqrt{\sin(-x)}$, в) $y=\frac{1}{\sqrt{\cos(x)}}$, г) $y=\sqrt{-\cos(x)}$.





Условие.	Корни ТУ.	Решение дополнительных заданий.
<p>Решить уравнения:</p> <p>1) $\cos X = \frac{1}{2}$, 2) $\cos X = -\frac{1}{2}$.</p> <p>Определить :</p> <p>а) сколько корней на $[-3\pi; 3\pi]$; б) какие это корни; в) наименьший положительный корень; г) наибольший отрицательный корень.</p>		

Условие.

Решить уравнения:

- 1) $\cos X = \frac{1}{2}$,
- 2) $\cos X = -\frac{1}{2}$.

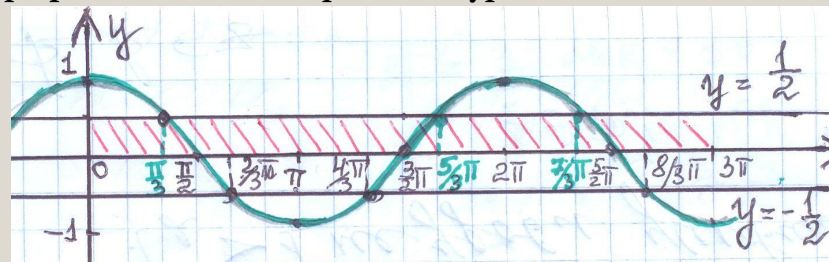
Определить:

- а) сколько корней на $[-3\pi; 3\pi]$;
- б) корни на $[-3\pi; 3\pi]$;
- в) наименьший положительный корень;
- г) наибольший отрицательный корень.

Корни ТУ.

Решение дополнительных заданий.

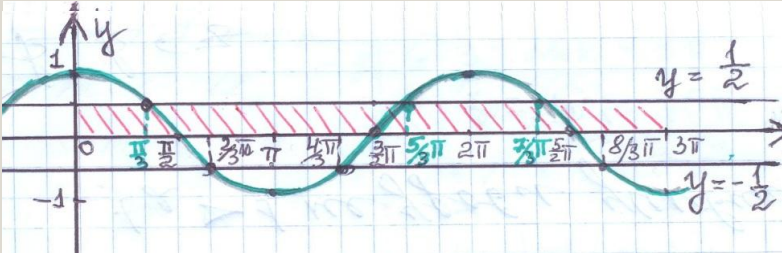
Графический способ решения уравнений:



Функция $y = \cos X$ – четная, значит график ... тогда можно найти корни на отрезке...

Аналитический способ:

$$\begin{aligned} -3\pi &\leq \frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 3\pi, \\ -10\pi &\leq 2\pi k \leq 8\pi, \\ -\frac{5}{3} &\leq k \leq \frac{4}{3}, \quad k = \{-1; 0; 1\}, \quad 3 \cdot 2 = 6 \\ \text{а) } &6 \text{ корней на } [-3\pi; 3\pi] \end{aligned}$$

Условие.	Корни ТУ.	Решение дополнительных заданий.
<p>Решить уравнения:</p> <p>1) $\cos X = \frac{1}{2}$, 2) $\cos X = -\frac{1}{2}$.</p> <p>Определить :</p> <p>а) сколько корней на $[-3\pi; 3\pi]$; б) корни на $[-3\pi; 3\pi]$; в) наименьший положительный корень; г) наибольший отрицательный корень.</p>		

Классификация ТУ по методам решения.

- ❖ 1. Разложение на множители.
- ❖ 2. Введение новой переменной
 - ❖ а) сведение к квадратному;
 - ❖ б) универсальная подстановка
- ❖ в) введение вспомогательного аргумента.
- ❖ 3. Сведение к однородному уравнению
 - ❖ а) 1 степени;
 - ❖ б) 2 степени.

- ❖ 4. Использование свойств функций, входящих в уравнение:
 - ❖ а) условие равенства тригонометрических функций;
 - ❖ б) свойства ограниченности.
- ❖ 5. Применение формул триг-рии, неуказанных выше.

Дом. задание**Указать
соответствие:****Классификация ТУ по
методам решения.**

а) $\cos^2(x) - \sin^2(x) - \cos(x) = 0;$

б) $2 \sin(x)\cos(5x) - \cos(5x) = 0;$

в) $\cos(2x) + \sin(2x) = 0;$

г) $\sin(4x) - \cos(2x) = 0;$

д) $3 \sin^2(3x) - 2\sqrt{3} \sin(3x)\cos(3x) + 5\cos^2(3x) = 2$

а	б	в	г	д

1. Разложение на множители.
2. Введение новой переменной
 - а) сведение к квадратному;
 - б) универсальная подстановка
 - в) введение вспомогательного аргумента.
3. Сведение к однородному уравнению
 - а) 1 степени;
 - б) 2 степени.
4. Использование свойств функций, входящих в уравнение:
 - а) условие равенства тригонометрических функций;
 - б) свойства ограниченности.
5. Применение формул триг-рии, не указанных выше.

Дом. задание**Указать
соответствие:****Классификация ТУ по
методам решения.**

а) $\cos^2(x) - \sin^2(x) - \cos(x) = 0;$

б) $2 \sin(x)\cos(5x) - \cos(5x) = 0;$

в) $\cos(2x) + \sin(2x) = 0;$

г) $\sin(4x) - \cos(2x) = 0;$

д) $3 \sin^2(3x) - 2\sqrt{3} \sin(3x)\cos(3x) + 5\cos^2(3x) = 2$

а	б	в	г	д
2а	1	3а	1	3б

1. Разложение на множители.
2. Введение новой переменной
 - а) сведение к квадратному;
 - б) универсальная подстановка
 - в) введение вспомогательного аргумента.
3. Сведение к однородному уравнению
 - а) 1 степени;
 - б) 2 степени.
4. Использование свойств функций, входящих в уравнение:
 - а) условие равенства тригонометрических функций;
 - б) свойства ограниченности.
5. Комбинированный метод.

С1. РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ:

$$(4\cos^2 x - 12\cos x + 5)\sqrt{-7\sin x} = 0$$

1. $-7\sin x = 0 \iff \sin x = 0 \iff x = \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

2.
$$\begin{cases} 4\cos^2 x - 12\cos x + 5 = 0, \\ \sin x \leq 0. \end{cases}$$

Решим уравнение системы.

$$4\cos^2 x - 12\cos x + 5 = 0.$$

Обозначим $\cos x = t, |t| \leq 1.$

$$\text{Уравнение примет вид: } 4t^2 - 12t + 5 = 0 \iff \begin{cases} t = \frac{1}{2}, \\ t = 2,5. \end{cases}$$

$t = 2,5$ не удовлетворяет условию $|t| \leq 1.$

Вернёмся к исходной переменной: $\cos x = \frac{1}{2}, x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n.$

Условию $\sin x \leq 0$ удовлетворяет $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ (см. рис. 133).

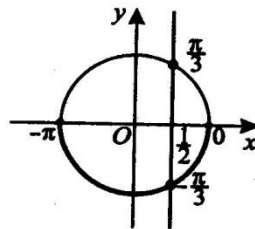


Рис. 133.

Ответ: $\pi n, -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$



Спасибо за урок!

Районный семинар учителей математики

13 ноября 2012 год



