

Корнем уравнения называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Уравнение $3x - 12 = x + 12$

Имеет один корень – число 12.

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что корней нет.

Уравнение $x^2 = 9$ имеет два корня – числа -3 и 3.

Уравнение $(x - 3)(x + 3)$ также имеет корни -3 и 3.

Уравнения, имеющие одни и те же корни, называют равносильными.

Уравнения, не имеющие корней, также считаются равносильными.

Например:

$$3x - 12 = x + 12$$

$$3x - x = 12 + 12$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

При решении уравнений используются следующие свойства:

Если в уравнении перенести слагаемые из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение, равносильное данному. Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Уравнение вида $ax = b$, где x – переменная, a и b – некоторые числа, называются линейным уравнением с одной переменной.

1) $ax = b$

$a \neq 0$ - 1 корень

2) $a = 0, b \neq 0$ – не имеет корней

3) $a = 0, b = 0$ – бесконечное множество корней.

Квадратное уравнение.

Квадратным уравнением называется уравнение вида $ax^2+bx+c=0$, где x – переменная, a, b, c – некоторые числа.

a – первый коэффициент, b – второй коэффициент, c – свободный член.

Квадратное уравнение, в котором коэффициент при x^2 равен 1, называют приведенным квадратным уравнением.

Например: $x^2 - 11x + 30 = 0$, $x^2 - 6x = 0$

При решении квадратного уравнения можно поступить следующим образом:

1) вычислить дискриминант и сравнить его с нулем. $D = b^2 - 4ac$

2) Если $D > 0$ или $D = 0$, то имеем $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

3) Если $D < 0$, то корней нет.

Теорема Виета.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Утверждение обратное теореме Виета.

Если числа m и n таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно q , то эти числа являются корнями уравнения $x^2 + px + q = 0$

Уравнения, в которых левая и правая части являются рациональными выражениями, называют рациональными уравнениями.

При решении дробных рациональных уравнений поступают следующим образом:

- 1) Находят О.З. дробей, входящих в уравнение.
- 2) Умножают обе части уравнения на О.З.
- 3) Решают получившееся целое уравнение.
- 4) Исключают из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

Устное задание

Выбрать:

- А) линейные уравнения
- Б) квадратные уравнения
- В) дробные
рациональные уравнения

$$1) 2x + 5 = 7$$

$$2) x^2 - 3 = 0$$

$$3) x^2 - 3x = x^2 - 5$$

$$4) \frac{\square\square}{\square}x = \frac{\square\square}{\square}x - 10$$

$$5) \frac{\square\square - \square\square}{\square} + 3 = x - 7$$

$$6) 2x^2 - 3x + 5 = 0$$

$$7) 3x^2 - x = 0$$

$$8) \frac{\square\square}{\square}x^2 - x\left(\frac{\square\square}{\square}x - 25\right) = 0$$

$$9) \frac{\square\square}{\square\square - \square\square} - \frac{\square\square}{\square\square + \square\square} = 3$$

$$10) -4x - 9 = 6x$$

$$11) 5x^2 + 20x = 0$$

$$12) \frac{\square\square}{\square} + x = 2$$

Ответы

А) 1; 3; 4; 5; 8; 10

Б) 6; 7; 11

В) 9; 12;

Решить уравнение:

$$1) -8x - 10 = 0$$

$$2) 7 - (2x - 3) = x - (2 + 4x)$$

$$3) 3x - 5 = \frac{\square + \square}{\square}$$

$$4) 7x + 2 - 3x + 10 = 0$$

$$5) (x - 2)4 = 15$$

$$6) \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = 2$$

$$7) x^2 - 5x = 0$$

$$8) x^2 - 16 = 0$$

$$9) x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$10) 5y^2 - 6y + 1 = 0$$

$$11) 25 = 26x - x^2$$

$$12) \frac{\square \square}{\square \square - \square} = \frac{\square \square \square - \square}{\square \square - \square}$$

$$13) \frac{\square}{\square} = 3x + 2$$

$$14) \frac{\square \square}{\square \square + \square} = \frac{\square \square \square}{\square \square + \square}$$

Отвeты

1) -1,25

2) -12

3) $2\frac{\square\square}{\square\square\square\square}$

4) -3

5) 5,75

6) 12

7) 0,5

8) -4; 4

9) -1; 3

10) 0,2; 1

11) 1; 25

12) 3

13) -2; $1\frac{\square\square}{\square\square}$

14) 0; 7