

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ



Решение квадратных уравнений по формуле

$$ax^2+bx+c=0$$

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называют *дискриминантом* квадратного уравнения.

Корни квадратного уравнения:

Если $D > 0$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Если $D < 0$, $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, **Нет корней**

$ax^2+bx+c=0$
 $(x+\frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$
 $D=b^2-4ac$
↑
Дискриминант квадратного уравнения

$ax^2+bx+c=0$
При $D > 0$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
↑
Формула корней квадратного уравнения

1 способ решения квадратных уравнений

$$x^2 + 10x - 39 = 0,$$

$$a = 1, b = 10, c = -39.$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 100 + 156 = 256, D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a};$$

$$x_1 = \frac{-10 + 16}{2} = 3; x_2 = \frac{-10 - 16}{2} = -13.$$

Ответ: 3, -13.

Решение квадратного уравнения через теорему Виета.

Т: Если x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$,
то $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

Т: Если $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$; $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$,
то числа x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Т: Пусть дано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$
с двумя различными действительными корнями. Тогда:

1. Если $ac > 0$ и $ab > 0$, то оба корня отрицательны;
2. Если $ac > 0$ и $ab < 0$, то оба корня положительны;
3. Если $ac < 0$, то корни имеют разные знаки.



Приёмы устного решения квадратных уравнений.

$$a x^2 + b x + c = 0.$$

1. Если $a + b + c = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$

2. Если $a - b + c = 0$,

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$



Алгоритм решения квадратных уравнений:

- $x^2 - 4x = 12$
- $4 - 12x = -8x^2$
- $10x^2 - 17x + 34 = 7x^2 - 26x + 28$

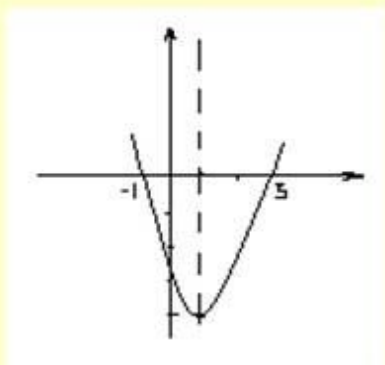
1. Перенести слагаемые влево
2. Привести уравнение к стандартному виду
(привести подобные слагаемые, расположить слагаемые в порядке уменьшения степени)
3. Выписать коэффициенты
4. Найти дискриминант
5. Найти корни уравнения
6. Записать ответ.

Примеры решения квадратных уравнений графическим способом



$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$y = x^2 - 2x - 3;$$



(1; -4) - вершина параболы.

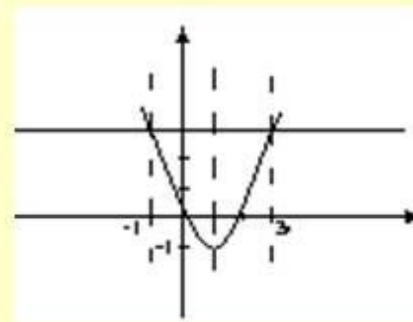
Ответ: $x = -1; x = 3$.

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$x^2 - 2x = 3;$$

$$y = x^2 - 2x;$$

$$y = 3.$$



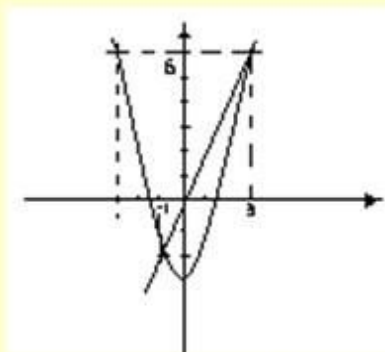
(1; -1) - вершина параболы. Ответ: $x = -1; x = 3$.

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$x^2 - 3 = 2x;$$

$$y = x^2 - 3;$$

$$y = 2x.$$



(0; -3) - вершина параболы.

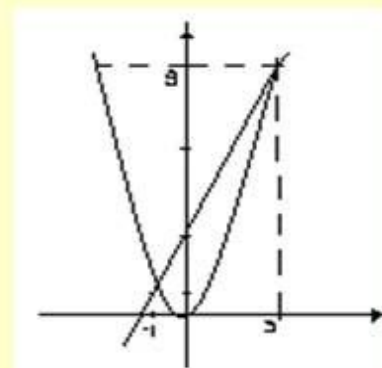
Ответ: $x = -1; x = 3$.

$$x^2 - 2x - 3 = 0;$$

$$x^2 = 2x + 3;$$

$$y = x^2;$$

$$y = 2x + 3.$$



(0; 0) - вершина параболы.

Ответ: $x = -1; x = 3$.



Решение квадратных уравнений выделением

полного квадрата

$$1) x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

$$2) x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x^2 + 2 \cdot 3x + 9) - 9 + 8 = 0$$

$$(x + 3)^2 - 1 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 1$$

$$x + 3 = -1 \text{ или } x + 3 = 1$$

$$x = -4 \text{ или } x = -2$$



Виды квадратных уравнений, которые встречаются в ОГЭ

• *ПОЛНОЕ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ:*

• $x^2 + 7x - 18 = 0$

• $-x^2 - 6x + 16 = 0$

• $x^2 - 4x = 12$

• $x^2 = 4x + 21$

• $4 - 12x = -8x^2$

• $10x^2 - 17x + 34 = 7x^2 - 26x + 28$