«О, сколько нам открытий чудных

Готовят просвещенья дух

И опыт, сын ошибок трудных,

И гений, парадоксов друг,

И случай, бог-изобретатель...»

А.С.Пушкин

www.arabesko.ru

Все ли события, происходящие в нашей жизни, случайны?

ТЕМА УРОКА:

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.

Понятие о независимости событий.

ПЛАН УРОКА:

1. Событие, виды событий
2. Вероятность события
3. Сложение и умножение вероятностей
4. Понятие о независимости событий
5. Самостоятельная работа

«Чтобы в математике решать успешно любую задачу, прежде всего нужно хорошо считать».

№1. Вычислите:

а) $\frac{0,24}{0,4} =$ 6

б) $\frac{0,56}{0,2} =$ 0, 28

в) 3 : 5 = ?

$\frac{3}{5} = \frac{3 * 2}{5 * 2} = \frac{6}{10} = 0,6$

№2. Найдите:

а) $\frac{2}{3}$ от числа 4,5;

3

б) 0,08 от 12;

0,96

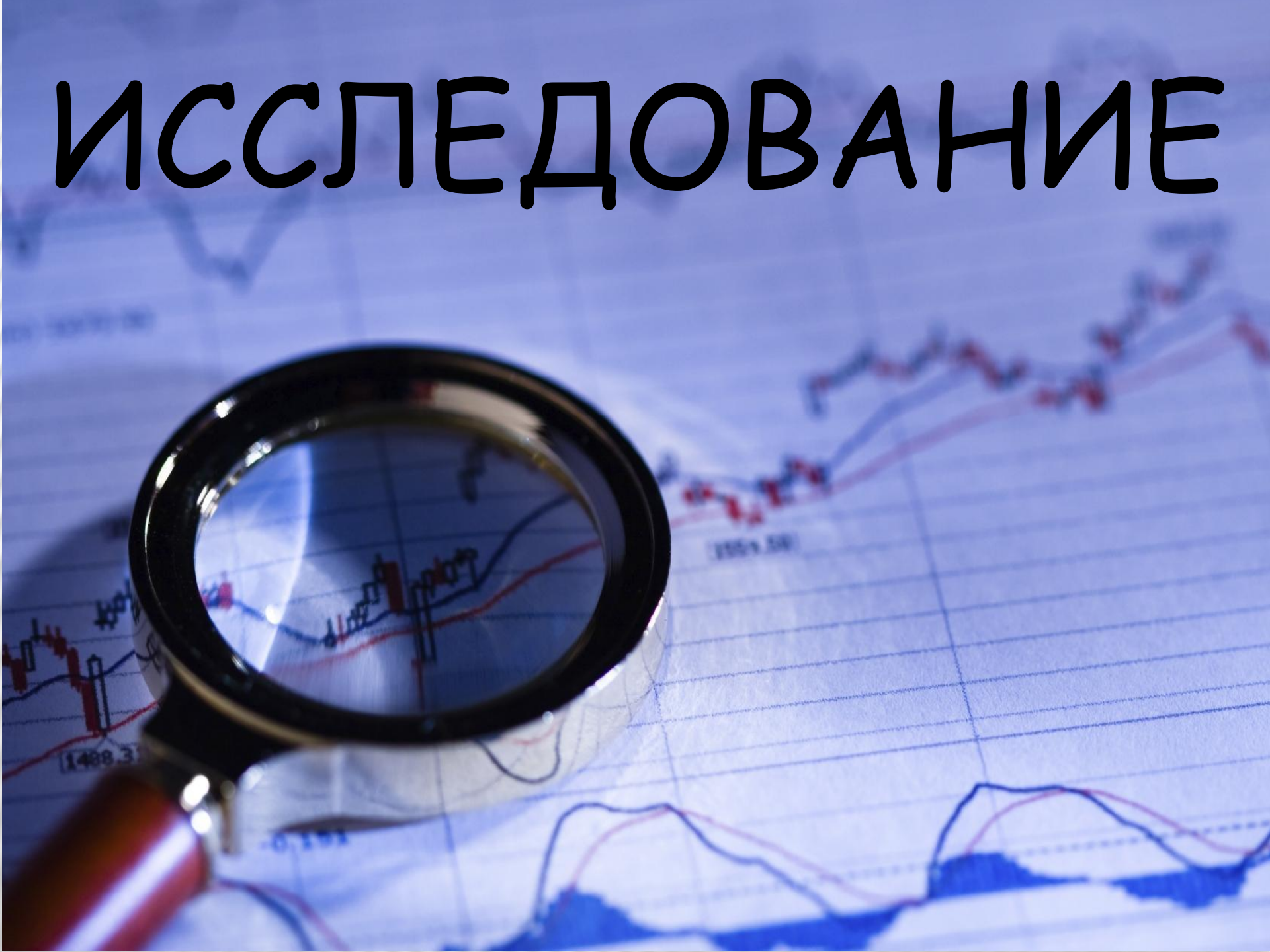
в) 25% от 5,6

1,4

ЗАДАЧА:

В коробке лежат 3 красных и 5 синих шариков. Какое наименьшее количество шариков, не глядя, нужно достать из коробки, чтобы среди них обязательно оказалось хотя бы 2 шарика одного цвета?

ИССЛЕДОВАНИЕ

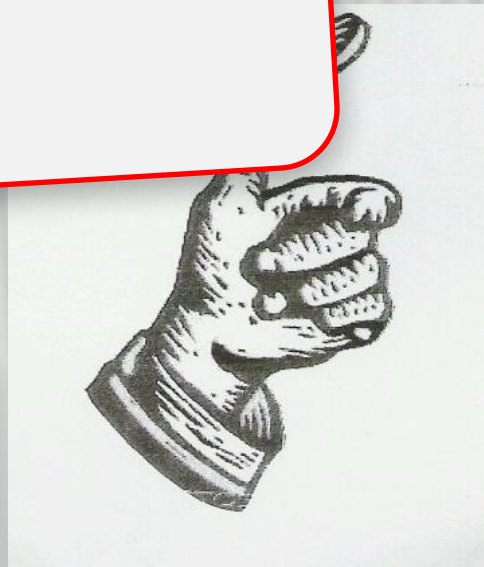


Историческая справка:

Экспериментатор	Число бросаний монеты	Число выпадений герба	Относительная частота
Бюффон	4040	2048	0,5080
Пирсон	12000	6014	0,5016
Пирсон	24000	12012	0,5006

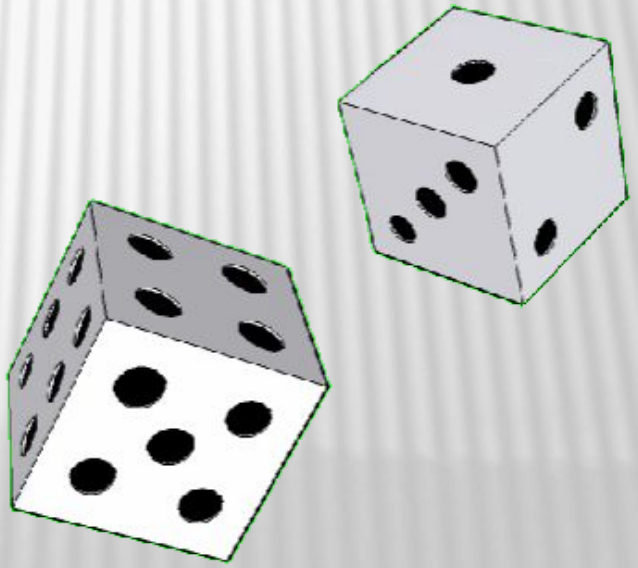
Эксперимент (опыт) – совокупность условий, при которых рассматривается появление случайного события.

- *Событие* – это ожидаемый результат эксперимента (наблюдения).



СОБЫТИЯ
Достоверные
Случайные
Невозможные

Теория вероятностей – это раздел математики, изучающий *вероятностные закономерности* массовых однородных *случайных событий*.



Предметом теории вероятностей является изучение закономерностей, которым подчиняются случайные события при многократном повторении одного и того же опыта в одних и тех же условиях.

Блез Паскаль
(19 июня1623г. – 19 августа 1662г)
французский математик, физик, философ, один из основателей теории вероятностей

Пьер де Ферма
(17 августа 1601 — 12 января 1665)

французский математик, один из теории
вероятностей и теории чисел.

Из письма Б.Паскаля П.Ферма
Париж, 19 ноября 1654 г,
Г-ну Пьеру Ферма,Тулуза.

«...В мире господствует случай и одновременно действует порядок и закономерность, которые формируются из массы случайностей, согласно законам случайного»

ЗАДАНИЕ

Среди следующих событий укажите случайные, достоверные, невозможные события, заполнив при этом таблицу

1. черепаха научится говорить;
2. ваш день рождения – 19 октября
3. день рождения вашего друга – 30 февраля;
4. вы выиграете, участвуя в лотереи;
5. вы не выигрываете, участвуя в беспроигрышной лотерее;
6. вы проиграете партию в шахматы;
7. 1 июля в Новочеркасске будет солнечно;
8. вы выходите на улицу, а навстречу вам идет слон.
9. на следующей неделе наступит апрель;
10. вы нажали на звонок, а он не зазвонил;
11. после четверга будет пятница.

Событие	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Достоверное											
Случайное											
Невозможное											

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ

Вероятностью события A называется отношение числа элементарных исходов опыта, благоприятствующих данному событию, к числу всех равновозможных элементарных исходов опыта:

$$P(A) = \frac{m}{n}, \text{ где}$$

A – событие,

m - число благоприятствующих исходов опыта,

n - число всех равновозможных элементарных исходов опыта,

P(A) - вероятность наступления события A.

Алгоритм решения задач на расчет вероятности по классическому определению

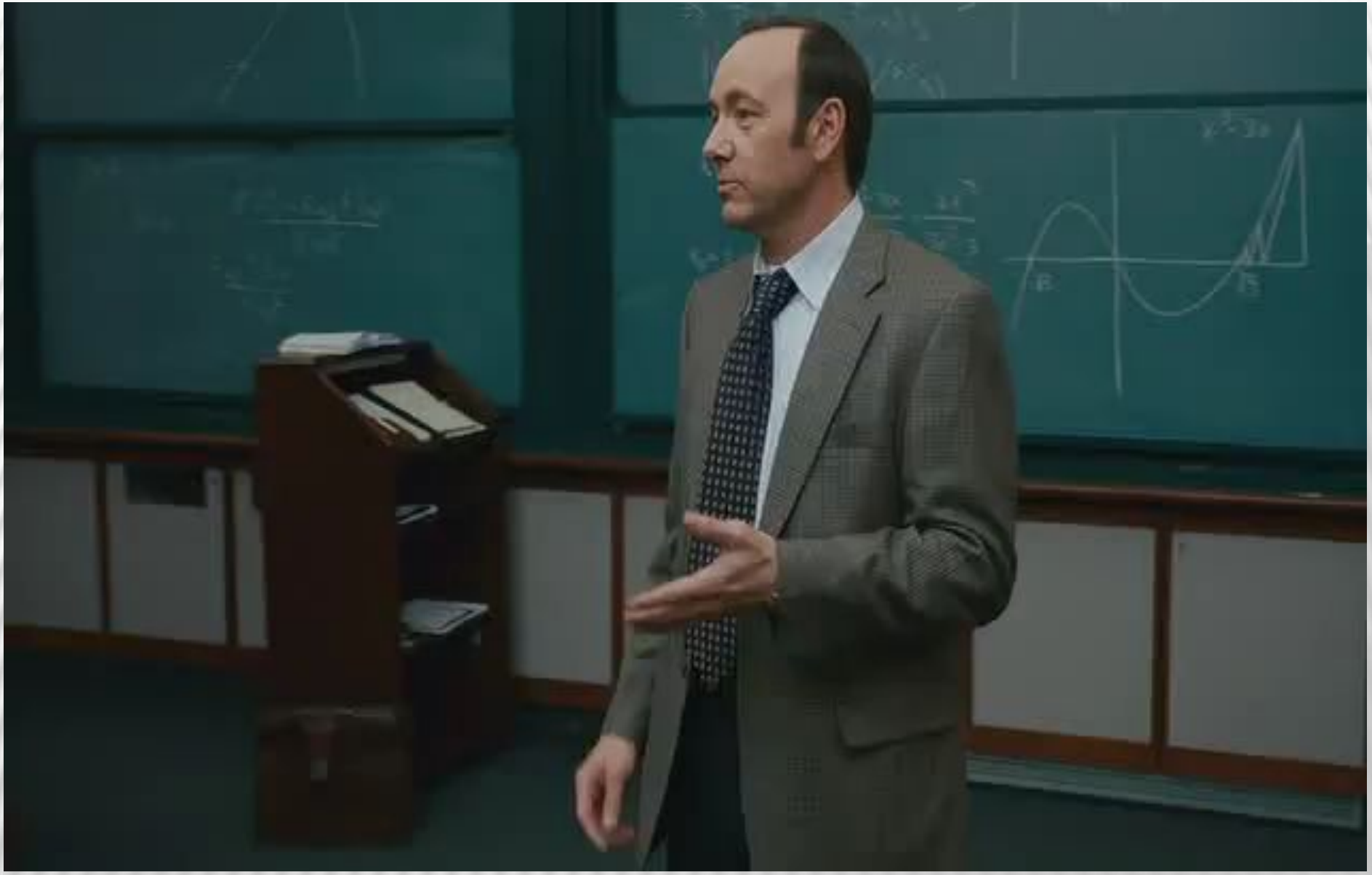
1. Обозначить событие A

2. Найти число возможных исходов - n

3. Найти число исходов, благоприятствующих наступлению события A – m

4. Найти искомую вероятность по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$



ЗАДАЧА №1.

В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?

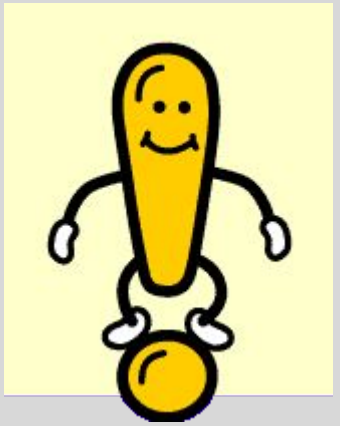
ЗАДАЧА №2.

Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.

СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОБЫТИЯ

1. Если A – событие, то $0 \le P(A) \le 1$.
2. Если A – достоверное событие, то $P(A) = 1$.
3. Если A – невозможное событие, то $P(A) = 0$.

4. Если A – случайное событие, то
   $0 < P(A) < 1$.

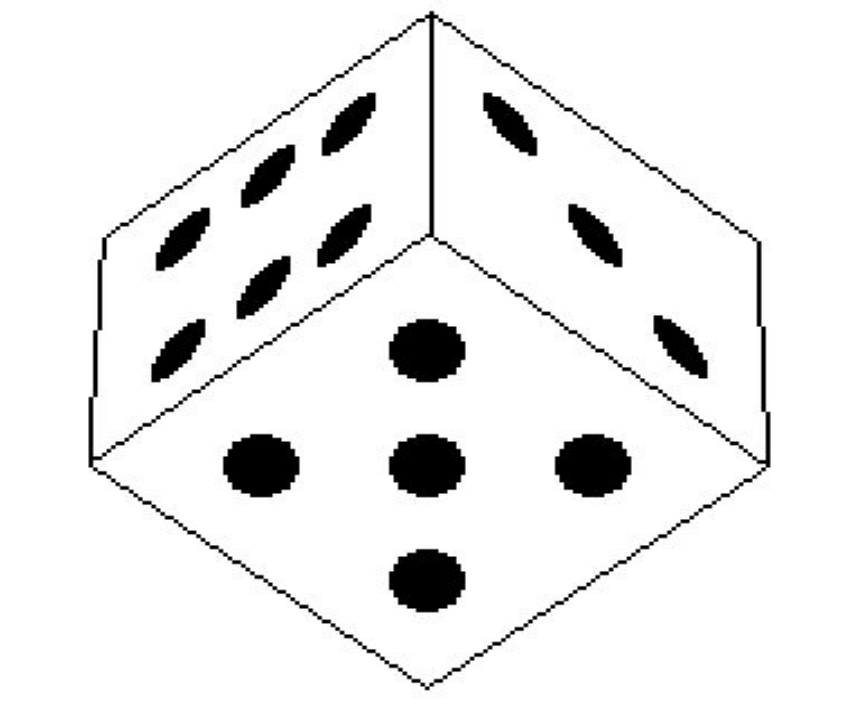


5. Если A и $\bar{A}$ - противоположные события, то
   $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

ЗАДАЧА №3.

На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено 1 бригадой, 15 – 2бригадой и 10 – 3 бригадой. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная 2 или 3 бригадой.

События A и B называются **независимыми**, если появление события B не оказывает влияния на появление события A, а появление события A не оказывает влияния на появление события B.



ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕРОЯТНОСТЯМИ (ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ)

Сложение вероятностей несовместных событий	**наступит или A, или B**	**$P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$**
Умножение вероятностей несовместных событий	наступит и A, и B	$P(AB) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
Сложение вероятностей совместных независимых событий	наступит или A, или B, или A и B	$P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$

ЗАДАЧА №4.

Прибор, работающий в течении времени t, состоит из 3 узлов, каждый из которых, независимо от других, может в течение времени t отказать (выйти из строя). Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. За время t вероятность безотказной работы 1 узла = 0,8, 2 узла = 0,9, 3 узла = 0,7. Найти надежность прибора в целом.

ЗАДАЧА №5.

Вероятность попадания в мишень для 1 стрелка 0,85, а для 2 стрелка 0,8. Стрелки независимо друг от друга произвели по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один стрелок?

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
№1. Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов: четыре с 1-го, пять со 2-го, семь с 3-го и четыре с 4-го. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или третьего склада.	**№1.** Аптека получила лекарства в коробках с трех оптовых складов: пять с 1-го, три со 2-го, шесть с 3-го. Случайным образом выбрана коробка для продажи. Какова вероятность того, что это будет коробка со второго или третьего склада.
№2. В трех урнах имеется по 6 белых и по 4 черных шара. Из каждой урны извлекают наудачу по одному шару. Найти вероятность того, что: все три шара будут белыми.	**№2.** В трех урнах имеется по 6 белых и по 4 черных шара. Из каждой урны извлекают наудачу по одному шару. Найти вероятность того, что: все три шара будут черными.
№3. Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попадёт в мишень.	**№3.** Груз в пункт назначения можно доставить речным транспортом или автотранспортом. Вероятность того, что груз будет доставлен по реке, равна 0,7, автотранспортом – 0,5. Найти вероятность того, что груз будет доставлен хотя бы одним видом транспорта.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

ДОСТОВЕРНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в данном опыте.

Например:
Опыт: извлечение мяча из коробки, в которой находятся только красные мячи.
Достоверное событие: «извлеченный, на удачу, мяч окажется красным».

НЕВОЗМОЖНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в данном опыте.

Например:
Опыт: извлечение мяча из коробки, в которой находятся только красные мячи.
Невозможное событие: «извлеченный, на удачу, мяч окажется зеленым».

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **случайным,** если оно может произойти, а может и не произойти в данном опыте.

Например:
Опыт: *сдача студентом экзамена по математике.*
Случайное событие: *«студент на экзамене получит оценку отлично».*

РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
№ 1. Дано: A_1 – «Выбран ящик с 1 склада»; A_2 – «Выбран ящик со 2 склада»; A_3 – «Выбран ящик с 3 склада»; A_4 – «Выбран ящик с 4 склада»; B – «Выбран ящик с 1 или 3 склада»; $n = 4+5+7+4 = 20$, $m_1 = 4, m_2 = 5,$ $m_3 = 7, m_4 = 4.$	№ 1. Дано: A_1 – «Выбрана коробка с 1 склада»; A_2 – «Выбрана коробка со 2 склада»; A_3 – «Выбрана коробка с 3 склада»; B – «Выбрана коробка со 2 или 3 склада»; $n = 5+3+6 = 14,$ $m_1 = 5, m_2 = 3, m_3 = 6,$
$P(B) = ?$	$P(B) = ?$
Решение: $P(A_1) = \frac{m_1}{n} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0{,}2.$ $P(A_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{7}{20} = 0{,}35.$ $P(B) = P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) =$ $= 0{,}2 + 0{,}35 = 0{,}55.$ Ответ: P(B) = 0,55	Решение: $P(A_2) = \frac{m_2}{n} = \frac{3}{14}.$ $P(A_3) = \frac{m_3}{n} = \frac{6}{14}.$ $P(B) = P(A_2 + A_3) = P(A_2) + P(A_3) =$ $= \frac{3}{14} + \frac{6}{14} = \frac{9}{14}.$ Ответ: $P(B) = \frac{9}{14}.$

РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
№ 2. Дано: A_1 – «Из 1 урны извлечен белый шар», A_2 – «Из 2 урны извлечен белый шар», A_3 - «Из 3 урны извлечен белый шар», A – «Все три шара белые», $n = 6 + 4 = 10$, $m_1 = m_2 = m_3 = 6$.	№ 2. Дано: A_1 – «Из 1 урны извлечен черный шар», A_2 – «Из 2 урны извлечен черный шар», A_3 - «Из 3 урны извлечен черный шар», A – «Все три шара черные», $n = 6 + 4 = 10$, $m_1 = m_2 = m_3 = 4$.
$P(A) = ?$	$P(A) = ?$
Решение: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) =$ $= \frac{m_1}{n} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0{,}6.$ $P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) =$ $= 0{,}6^3 = 0{,}216.$ Ответ: $P(A) = 0{,}216.$	Решение: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) =$ $= \frac{m_1}{n} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4..$ $P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) =$ $= 0{,}4^3 = 0{,}064.$ Ответ: $P(A) = 0{,}064.$

РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
№ 3. Дано: *A* – «Первый стрелок попал в мишень», *P(A) =0,8;* *B* – «Второй стрелок попал в мишень», *P(B) =0,6;* *C* – «Хотя бы один стрелок попал в мишень».	№ 3. Дано: *A* – «Груз доставлен речным транспортом», *P(A) =0,7;* *B* – «Груз доставлен автотранспортом», *P(B) =0,5;* *C* – «Груз доставлен хотя бы одним видом транспорта».
P(C) =?	*P(C) =?*
Решение: $P(C) = P(A) + P(B) -$ $-P(A) \cdot P(B) = 0,8 + 0,6 -$ $-0,8 \cdot 0,6 = 0,92.$ Ответ: *P(C) =0,92.*	Решение: $P(C) = P(A) + P(B) -$ $-P(A) \cdot P(B) = 0,7 + 0,5 -$ $-0,7 \cdot 0,5 = 0,85.$ Ответ: *P(C) =0,85.*