

«О, сколько нам открытий чудных  
Готовят просвещенья дух  
И опыт, сын ошибок трудных,  
И гений, парадоксов друг,  
И случай, бог-изобретатель...»

А.С.Пушкин

Все ли события происходящие в  
нашей жизни случайны?





## **ТЕМА УРОКА:**

Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей.

Понятие о независимости событий.

# ПЛАН УРОКА:

1. Событие, виды событий
2. Вероятность события
3. Сложение и умножение вероятностей
4. Понятие о независимости событий
5. Самостоятельная работа

«Чтобы в математике решать успешно любую задачу, прежде всего нужно хорошо считать».

№1. Вычислите:

а)  $\frac{0,24}{0,4} =$

б)  $\frac{0,56}{0,2} =$

в)  $3 : 5 = ?$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 * 2}{5 * 2} = \frac{6}{10} = 0,6$$

№2. Найдите:

а)  $\frac{2}{3}$  от числа 4,5;

б) 0,08 от 12;

в) 25% от 5,6

# ЗАДАЧА:

В коробке лежат 3 красных и 5 синих шариков. Какое наименьшее количество шариков, не глядя, нужно достать из коробки, чтобы среди них обязательно оказалось хотя бы 2 шарика одного цвета?





# ИССЛЕДОВАНИЕ

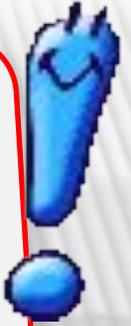


# Историческая справка:

Экспериментатор	Число бросаний монеты	Число выпадений герба	Относительная частота
Бюффон	4040	2048	0,5080
Пирсон	12000	6014	0,5016
Пирсон	24000	12012	0,5006

Эксперимент (опыт) – совокупность условий, при которых рассматривается появление случайного события.

• Событие – это ожидаемый результат эксперимента (наблюдения).



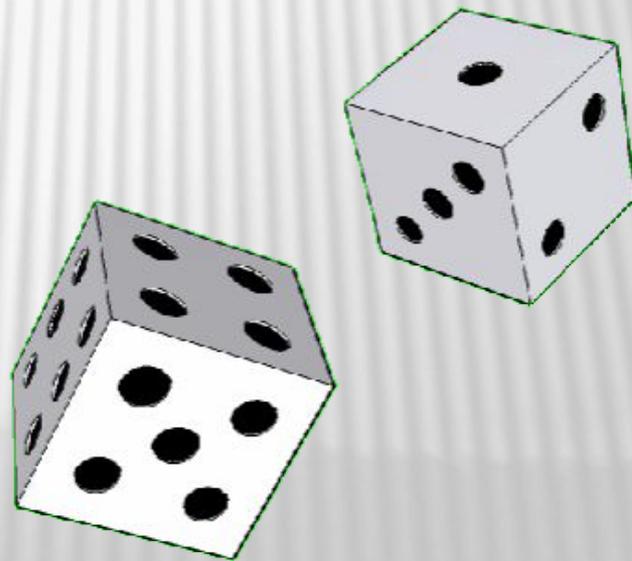
# СОБЫТІЯ

Достовѣрные

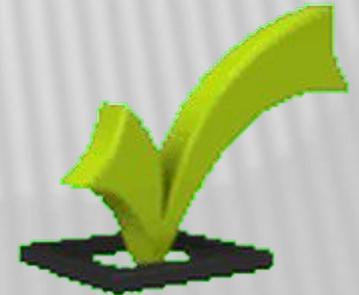
Невозможные

Случайные

Теория вероятностей - это раздел математики, изучающий вероятностные закономерности массовых однородных случайных событий.



Предметом теории вероятностей  
является изучение закономерностей,  
которым подчиняются случайные  
события при многократном  
повторении одного и того же опыта  
в одних и тех же условиях.





### **Блез Паскаль**

(19 июня 1623 г. – 19 августа 1662 г.)  
французский математик, физик,  
философ, один из основателей  
теории вероятностей



### **Пьер де Ферма**

(17 августа 1601 – 12 января 1665)  
французский математик, один  
из теории  
вероятностей и теории чисел.



Из письма Б.Паскаля П.Ферма  
Париж, 19 ноября 1654 г,  
Г-ну Пьеру Ферма, Тулуза.



«...В мире господствует случай и  
одновременно действует порядок  
и закономерность, которые  
формируются из массы  
случайностей, согласно законам  
случайного»



# КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЯ

Вероятностью события  $A$  называется отношение числа элементарных исходов опыта, благоприятствующих данному событию, к числу всех равновозможных элементарных исходов опыта:

$$\frac{m}{n} = \frac{\text{число благоприятствующих исходов}}{\text{число всех равновозможных исходов}}, \text{ где}$$

$A$  - событие,

$m$  - число благоприятствующих исходов опыта,

$n$  - число всех равновозможных элементарных исходов опыта,

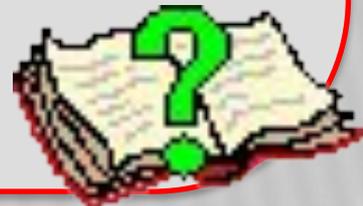
$P(A)$  - вероятность наступления события  $A$ .

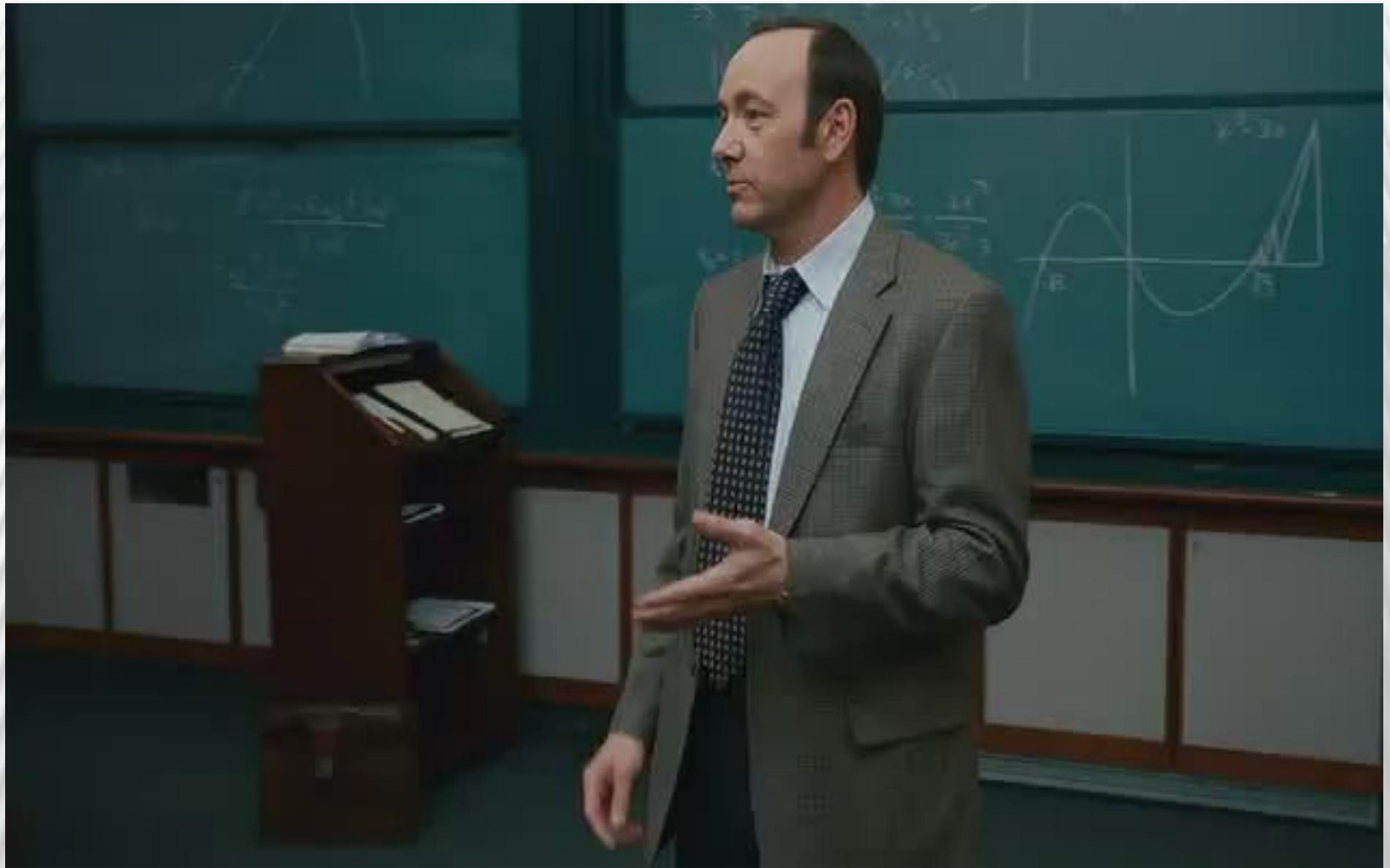


# Алгоритм решения задач на расчет вероятности по классическому определению

1. Обозначить событие  $A$
2. Найти число возможных исходов -  $n$
3. Найти число исходов, благоприятствующих наступлению события  $A$  -  $m$
4. Найти искомую вероятность по формуле:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$





## ЗАДАЧА №1.

В лотерее из 1000 билетов имеются 200 выигрышных. Вынимают наугад один билет. Чему равна вероятность того, что этот билет выигрышный?



## ЗАДАЧА №2.

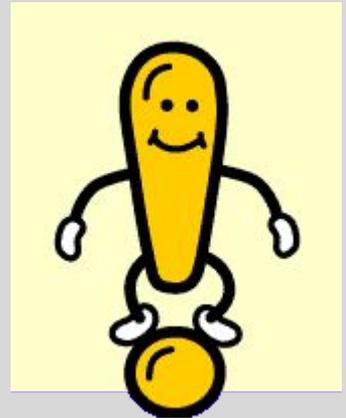
Из урны, в которой находятся 5 белых и 3 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.



# СВОЙСТВА ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОБЫТИЯ

1. Если  $A$  – событие, то  $0 \leq P(A) \leq 1$ .
2. Если  $A$  – достоверное событие, то  $P(A) = 1$ .
3. Если  $A$  – невозможное событие, то  $P(A) = 0$ .

4. Если  $A$  – случайное событие, то  
 $0 < P(A) < 1$ .



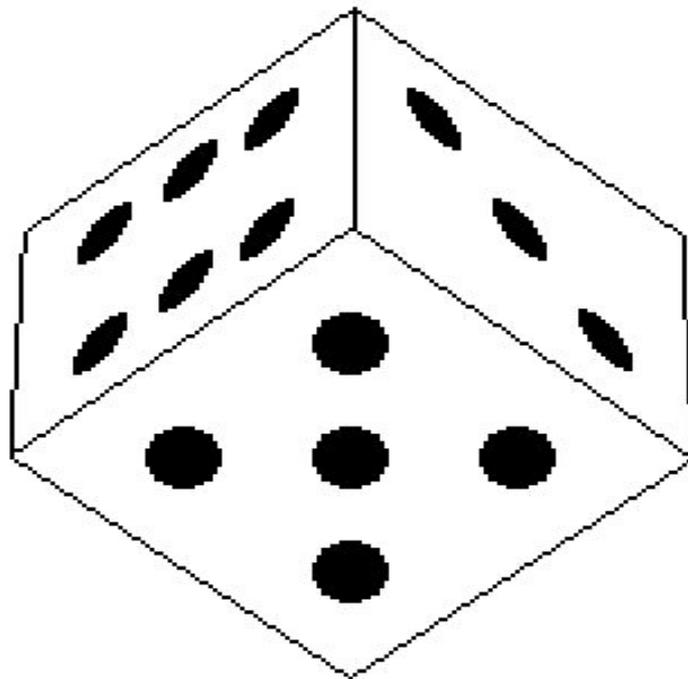
5. Если  $A$  и  $\bar{A}$  – противоположные события, то  
 $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ .

## ЗАДАЧА №3.

На складе имеется 50 деталей, изготовленных тремя бригадами. Из них 25 изготовлено 1 бригадой, 15 – 2 бригадой и 10 – 3 бригадой. Найти вероятность того, что на сборку поступила деталь, изготовленная 2 или 3 бригадой.



События  $A$  и  $B$  называются независимыми, если появление события  $B$  не оказывает влияния на появление события  $A$ , а появление события  $A$  не оказывает влияния на появление события  $B$ .



# ДЕЙСТВИЯ НАД ВЕРОЯТНОСТЯМИ (ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ)

<u>Сложение вероятностей несовместных событий</u>	наступит или А, или В	$P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
<u>Умножение вероятностей несовместных событий</u>	наступит и А, и В	$P(AB) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
<u>Сложение вероятностей совместных независимых событий</u>	наступит или А, или В, или А и В	$P(A+B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$



## ЗАДАЧА №4.

Прибор, работающий в течении времени  $t$ , состоит из 3 узлов, каждый из которых, независимо от других, может в течение времени  $t$  отказать (выйти из строя). Отказ хотя бы одного узла приводит к отказу прибора в целом. За время  $t$  вероятность безотказной работы 1 узла = 0,8, 2 узла = 0,9, 3 узла = 0,7. Найти надежность прибора в целом.



## ЗАДАЧА №5.

Вероятность попадания в мишень для 1 стрелка 0,85, а для 2 стрелка 0,8. Стрелки независимо друг от друга произвели по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишень попадет хотя бы один стрелок?



# САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
<p><b>№1.</b> Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов: четыре с 1-го, пять со 2-го, семь с 3-го и четыре с 4-го. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или третьего склада.</p>	<p><b>№1.</b> Аптека получила лекарства в коробках с трех оптовых складов: пять с 1-го, три со 2-го, шесть с 3-го. Случайным образом выбрана коробка для продажи. Какова вероятность того, что это будет коробка со второго или третьего склада.</p>
<p><b>№2.</b> В трех урнах имеется по 6 белых и по 4 черных шара. Из каждой урны извлекают наудачу по одному шару. Найти вероятность того, что: все три шара будут белыми.</p>	<p><b>№2.</b> В трех урнах имеется по 6 белых и по 4 черных шара. Из каждой урны извлекают наудачу по одному шару. Найти вероятность того, что: все три шара будут черными.</p>
<p><b>№3.</b> Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попадет в мишень.</p>	<p><b>№3.</b> Груз в пункт назначения можно доставить речным транспортом или автотранспортом. Вероятность того, что груз будет доставлен по реке, равна 0,7, автотранспортом – 0,5. Найти вероятность того, что груз будет доставлен хотя бы одним видом транспорта.</p>



# ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

---

# ДОСТОВЕРНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в данном опыте.

Например:

Опыт: извлечение мяча из коробки, в которой находятся только красные мячи.

Достоверное событие: «извлеченный, на удачу, мяч окажется красным».



# НЕВОЗМОЖНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в данном опыте.

Например:

Опыт: извлечение мяча из коробки, в которой находятся только красные мячи.

Невозможное событие: «извлеченный, на удачу, мяч окажется зеленым».



# СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ

Событие называется **случайным**, если оно может произойти, а может и не произойти в данном опыте.

Например:

Опыт: сдача студентом экзамена по математике.

Случайное событие: «студент на экзамене получит оценку отлично».



# РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
<p><b>№ 1. Дано:</b>  <math>A_1</math> - «Выбран ящик с 1 склада»  <math>A_2</math> - «Выбран ящик со 2 склада»  <math>A_3</math> - «Выбран ящик с 3 склада»  <math>A_4</math> - «Выбран ящик с 4 склада»  <math>B</math> - «Выбран ящик с 1 или 3 склада»  <math>n = 4 + 5 + 7 + 4 = 20</math>,  <math>n_{A_1} = 4, n_{A_2} = 5</math>,  <math>n_{A_3} = 7, n_{A_4} = 4</math>.</p>	<p><b>№ 1. Дано:</b>  <math>A_1</math> - «Выбрана коробка с 1 склада»  <math>A_2</math> - «Выбрана коробка со 2 склада»  <math>A_3</math> - «Выбрана коробка с 3 склада»  <math>B</math> - «Выбрана коробка со 2 или 3 склада»  <math>n = 5 + 3 + 6 = 14</math>,  <math>n_{A_1} = 5, n_{A_2} = 3, n_{A_3} = 6</math>,</p>
<p><math>P[B] = ?</math></p>	<p><math>P[B] = ?</math></p>
<p>Решение:</p> $P[A_1] = \frac{n_{A_1}}{n} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = 0,2.$ $P[A_3] = \frac{n_{A_3}}{n} = \frac{7}{20} = 0,35.$ $P[B] = P[A_1] + P[A_3] = \frac{4}{20} + \frac{7}{20} = \frac{11}{20} = 0,55.$ <p>Ответ: <math>P(B) = 0,55</math></p>	<p>Решение:</p> $P[A_2] = \frac{n_{A_2}}{n} = \frac{3}{14}.$ $P[A_3] = \frac{n_{A_3}}{n} = \frac{6}{14}.$ $P[B] = P[A_2] + P[A_3] = \frac{3}{14} + \frac{6}{14} = \frac{9}{14}.$ <p>Ответ: <math>P[B] = \frac{9}{14}</math>.</p>

# РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
<p>№ 2. Дано:</p> <p><math>A_1</math> - «Из 1 урны извлечен белый шар»;</p> <p><math>A_2</math> - «Из 2 урны извлечен белый шар»;</p> <p><math>A_3</math> - «Из 3 урны извлечен белый шар»;</p> <p><math>A</math> - «Все три шара белые»;</p> <p><math>n = 6 + 4 = 10</math>,</p> <p><math>\square\square_{\square 1} = \square\square_{\square 2} = \square\square_{\square 3} = 6</math>.</p>	<p>№ 2. Дано:</p> <p><math>A_1</math> - «Из 1 урны извлечен черный шар»;</p> <p><math>A_2</math> - «Из 2 урны извлечен черный шар»;</p> <p><math>A_3</math> - «Из 3 урны извлечен черный шар»;</p> <p><math>A</math> - «Все три шара черные»;</p> <p><math>n = 6 + 4 = 10</math>,</p> <p><math>\square\square_{\square 1} = \square\square_{\square 2} = \square\square_{\square 3} = 4</math>.</p>
<p><math>\square\square\square\square\square = ?</math></p>	<p><math>\square\square\square\square\square = ?</math></p>
<p>Решение:</p> $P[A_1] = P[A_2] = P[A_3] =$ $= \frac{\square\square_{\square 1}}{\square\square} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = 0,6.$ $\square\square\square\square\square = \square\square\square\square_{\square 1} \cdot \square\square\square\square_{\square 2} \cdot \square\square\square\square_{\square 3} =$ $= 0,6^3 = 0,216.$ <p>Ответ: <math>P[A] = 0,216</math>.</p>	<p>Решение:</p> $P[A_1] = P[A_2] = P[A_3] =$ $= \frac{\square\square_{\square 1}}{\square\square} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4..$ $\square\square\square\square\square = \square\square\square\square_{\square 1} \cdot \square\square\square\square_{\square 2} \cdot \square\square\square\square_{\square 3} =$ $= 0,4^3 = 0,064.$ <p>Ответ: <math>P[A] = 0,064</math>.</p>

# РЕШЕНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

ВАРИАНТ 1	ВАРИАНТ 2
<p>№ 3. Дано: А – «Первый стрелок попал в мишень», <math>P(A) = 0,8</math>; В – «Второй стрелок попал в мишень», <math>P(B) = 0,6</math>; С – «Хотя бы один стрелок попал в мишень».</p>	<p>№ 3. Дано: А – «Груз доставлен речным транспортом», <math>P(A) = 0,7</math>; В – «Груз доставлен автотранспортом», <math>P(B) = 0,5</math>; С – «Груз доставлен хотя бы одним видом транспорта».</p>
$P(C) = ?$	$P(C) = ?$
<p>Решение: <math>P[C] = P[A] + P[B] - P[A] \cdot P[B] = 0,8 + 0,6 - 0,8 \cdot 0,6 = 0,92</math>. Ответ: <math>P(C) = 0,92</math>.</p>	<p>Решение: <math>P[C] = P[A] + P[B] - P[A] \cdot P[B] = 0,7 + 0,5 - 0,7 \cdot 0,5 = 0,85</math>. Ответ: <math>P(C) = 0,85</math>.</p>