Приемы решения заданий с параметром

Шпилева Людмила Александровна

Начальные сведения

1. Понятие параметра. Контрольные значения параметра
2. Количество корней квадратного и линейного уравнений с параметром
3. Знаки корней квадратного уравнения с параметром.
4. Расположение корней квадратного трёхчлена на координатной прямой
5. Исследование квадратичной функции

Приемы решения

1. Разбиение уравнения на два уравнения
2. Уединение параметра
3. Применение монотонности функций при решении задач с параметрами
4. Применение метода областей для решения задач с параметром
5. Применение чётности функций при решении задач с параметром
6. Применение инвариантности при решении заданий с параметром
7. Применение графических интерпретаций при решении заданий с параметром
8. Применение геометрических интерпретаций

Определение

Уравнением (неравенством) с параметром ***называется семейство уравнений (неравенств) одного вида, коэффициенты которых вычисляются по одним и тем же формулам, зависящим от параметра (параметров).***

Под <u>областью изменения параметра</u> обычно подразумевают (если не сделано специальных оговорок) множество всех действительных чисел.

<u>Допустимыми значениями параметра а</u>
считаются все те значения а, при кото - рых выражения, входящие в *уравнение* (*неравенство*), *имеют смысл*.

Определение

Решить уравнение

(с переменной х и параметром а) - это значит решить семейство уравнений при всех действительных значениях параметра.

Определение

Контрольными значениями параметра

называются **те допустимые значения параметра, при которых или при переходе через которые происходят *качественные* изменения уравнения**

Определение

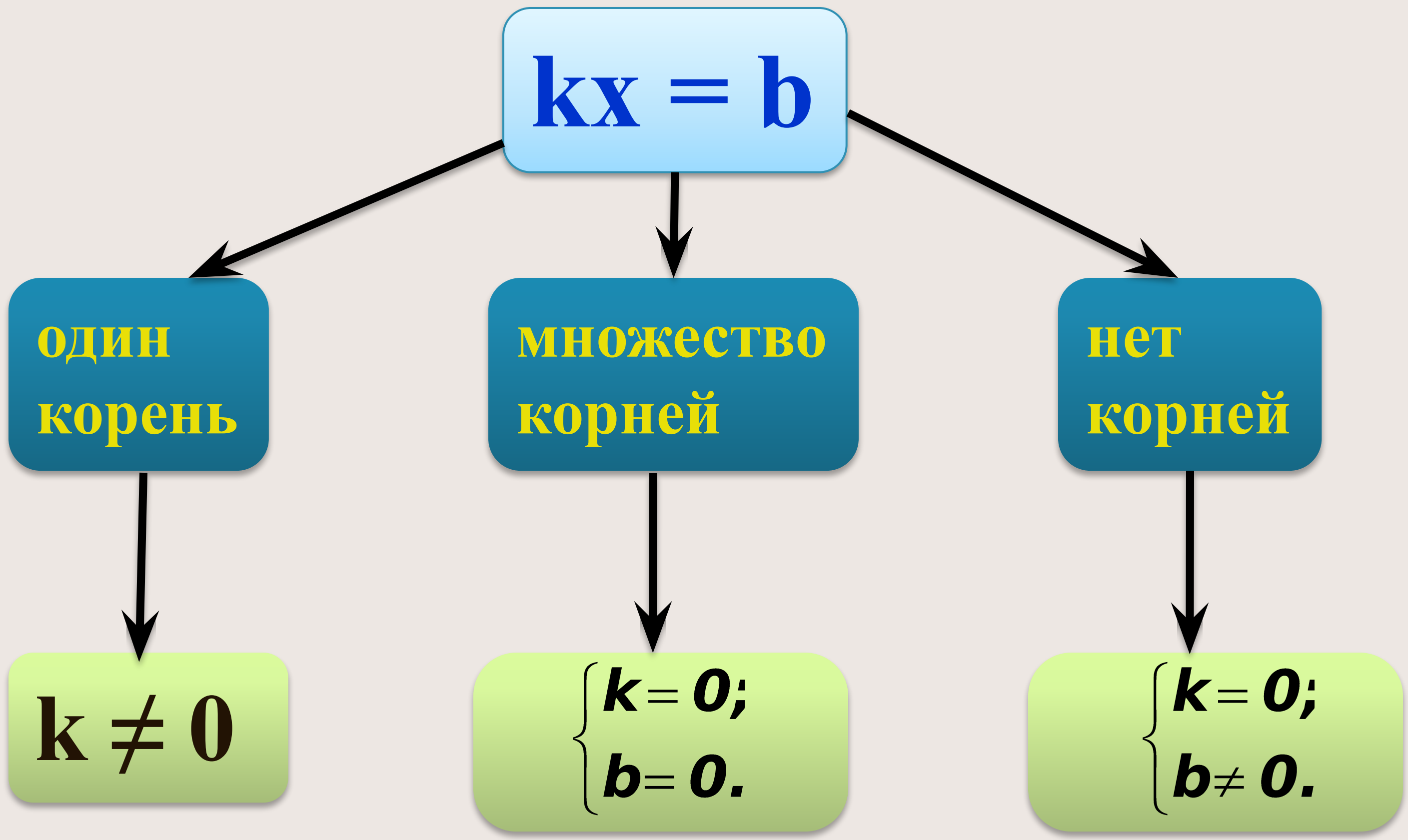
Качественными изменениями уравнения **являются изменения**

1. **способа поиска решения уравнения,**
2. **количества его корней**
3. **формул, по которым они вычисляются**

$kx = b$

Контрольными значениями параметра **линейного уравнения** являются те значения параметра, для которых **коэффициент при х обращается в нуль.**

Линейное уравнение с параметром



Уравнение степени не выше второй

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- **линейное уравнение** $a = 0$
  - один корень: $b \neq 0$
  - множество корней: $\begin{cases} b = 0; \\ c = 0. \end{cases}$
  - нет корней: $\begin{cases} b = 0; \\ c \neq 0. \end{cases}$
- **квадратное уравнение** $a \neq 0$
  - один корень: $D = 0$
  - два корня: $D > 0$
  - нет корней: $D < 0$

Задание №1

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых имеет решения уравнение

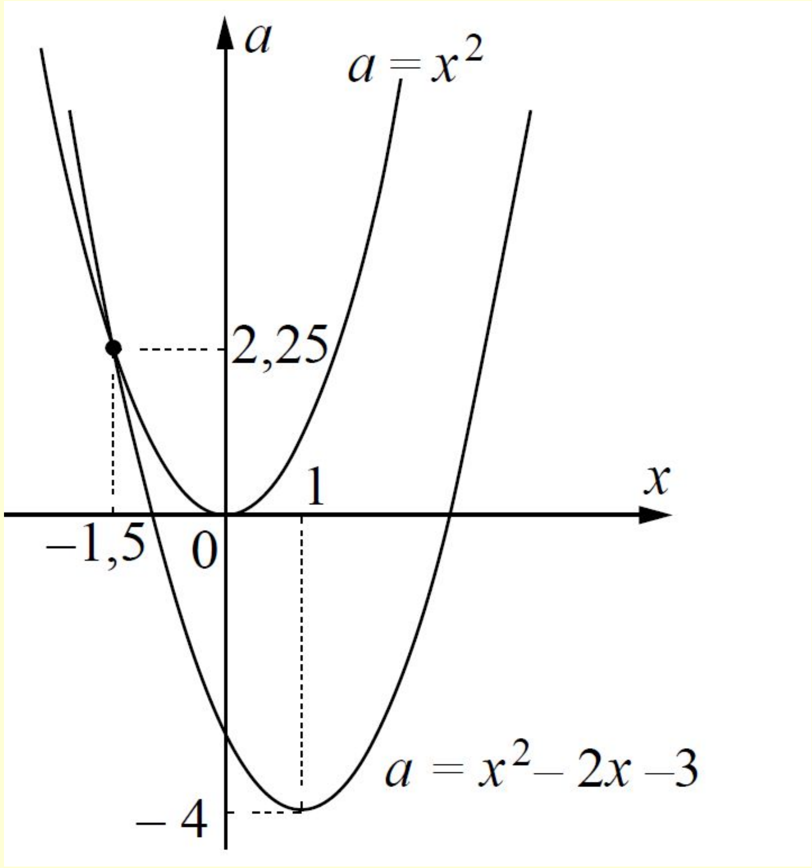
$$x^4 - 2x^3 - (2\text{a} + 3)x^2 + 2\text{a}x + 3\text{a} + \text{a}^2 = 0$$

Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра а.

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых имеет решения уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра а.



Задание № 2

- Найдите значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$(3x-1)ln(3x+a)=(3x-1)ln(4x-a)$$

имеет ровно один корень на отрезке [0;1]

Представим уравнение в виде произведения,

равного нулю

$$(3x-1)(ln(3x+a)-ln(4x-a))=0$$

На ОДЗ $(3x-1)=0$ или

$$(ln(3x+a)-ln(4x-a))=0$$

$$(3x-1)(\ln(3x+a)-\ln(4x-a))=0$$

$(3x-1)=0$ *при условии* $\begin{cases} 3x+a>0, \\ 4x-a>0. \end{cases}$

$x=\frac{1}{3}$ *при условии* $\begin{cases} 1+a>0, \\ \frac{4}{3}-a>0. \end{cases}$

$x=\frac{1}{3}$ *при условии* $-1<a<1\frac{1}{3}$

$$(3x-1)(\ln(3x+a)-\ln(4x-a))=0$$

$$\ln(3x+a)-\ln(4x-a)=0 \qquad \begin{cases} 3x+a>0, \\ 4x-a=3x+a \end{cases}$$

$x=2a$ *при условии* $a>-3x$

$x=2a$ *при условии* $a>-6a$

$x=2a$ *при условии* $a>0$

$$(3x-1)(\ln(3x+a)-\ln(4x-a))=0$$

1. $x=\frac{1}{3}$ при условии $-1<a<1\frac{1}{3}$

2. $x=2a$ при условии $a>0$

$x=2a$ принадлежит $[0;1]$ при $0<a\leq\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}=2a$ при $a=\frac{1}{6}$

Ответ: $-1<a\leq 0$, $a=\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}<a<1\frac{1}{3}$

Задание № 3

Найти все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$x+\sqrt{a^2-x^2}=1$$

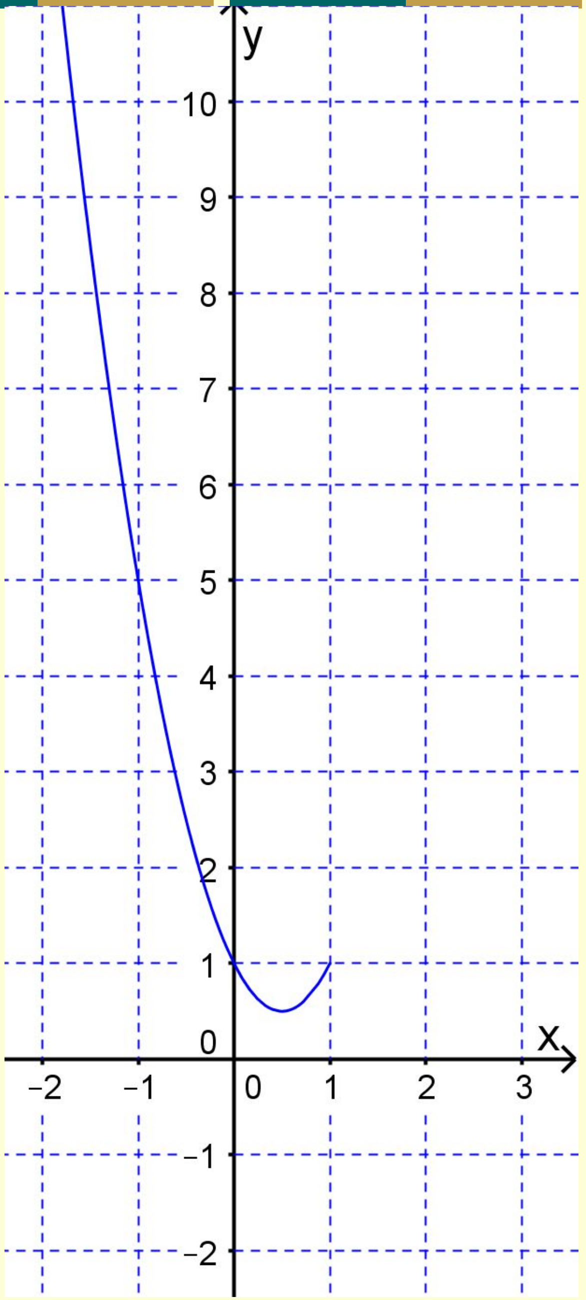
имеет два корня

Задание № 3

Найти все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$x+\sqrt{a^2-x^2}=1$$

имеет два корня



Задание № 4

Найдите все значения а при каждом из которых уравнение

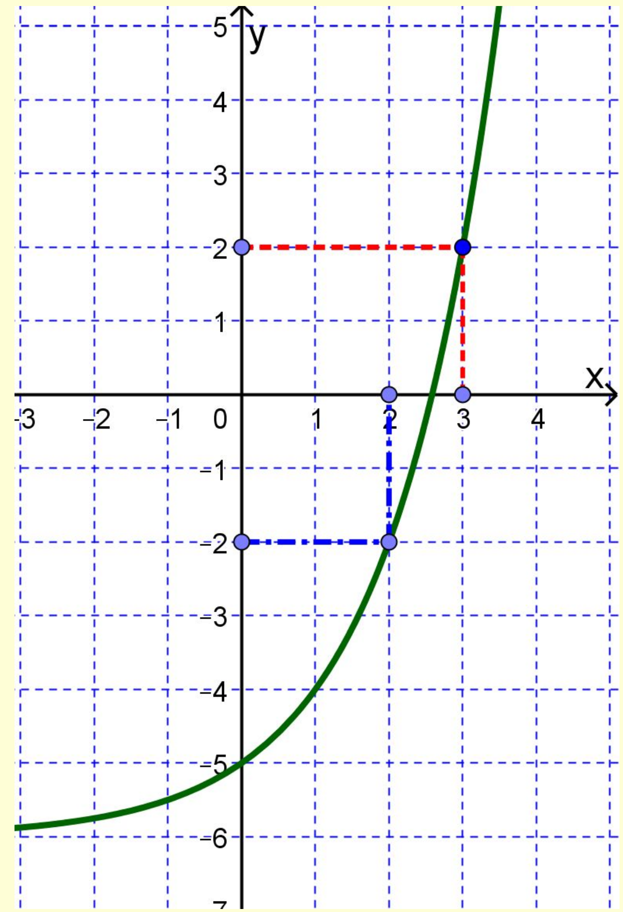
$$(4x-x^2)^2-32\sqrt{4x-x^2}=a^2-14a$$

имеет хотя бы одно решение

Применение монотонности функций при решении заданий с параметром

Свойство монотонной функции

Каждое своё значение монотонная функция принимает при одном значении аргумента



Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$$f(x_1) = f(x_2),$$ то

$$x_1 = x_2$$ на $D(f)$

Задание № 5

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$\sin^{14} x + (a - 3\sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3\sin x$$

Имеет хотя бы одно решение.

Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$f(x_1) = f(x_2)$, то

$x_1 = x_2$ на $D(f)$

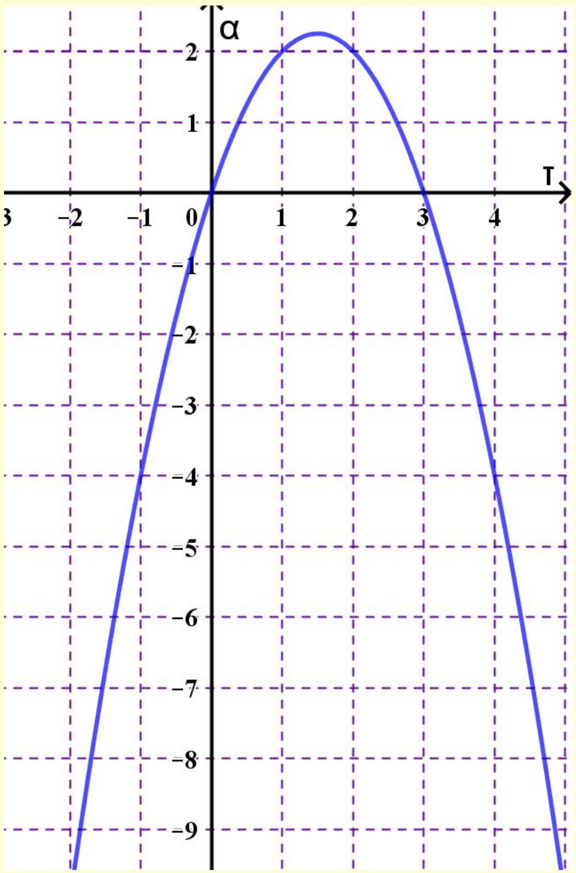
Задание № 5

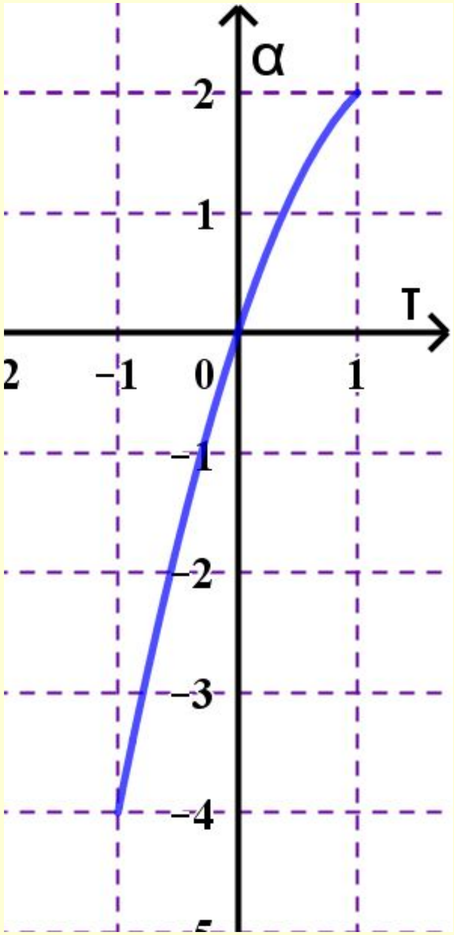
$$a = -t^2 + 3t$$

$$-1 \leq t \leq 1$$

$$a(-1) = -4$$

$$a(1) = 2$$





Ответ: a ∈ [-4; 2]

Применение монотонности функций

Задание № 6

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$

Применение монотонности функций

Задание № 7

- Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.

Задание № 8

Для каждого значения параметра а найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$

Применение замены переменных при решении заданий с параметром

Задание № 9

Найти все значения параметра а при которых уравнение

$$25^x - (a-4)\cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

1) ***имеет корни***
2) ***имеет два корня***
3) ***один корень***
4) ***Не имеет корней***

Найти все значения параметра а при которых уравнение

$$25^x-(a-4)\cdot 5^x-2a^2+10a-12=0$$

1) имеет корни; 2) имеет два корня; 3) один корень; 4) не имеет корней

$$t=5^x;\quad t>0;\quad t^2-(a-4)\cdot t-2a^2+10a-12=0\qquad \left[\begin{array}{l}t=2a-6;\\ t=2-a.\end{array}\right.$$

1. Есть корни $\left[\begin{array}{l}2a-6>0;\\ 2-a>0,\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l}a>3;\\ a<2.\end{array}\right.\quad (-\infty;2)\cup(3;+\infty)$

2. Два корня $\begin{cases}2a-6>0;\\ 2-a>0\end{cases}\quad \begin{cases}a>3;\\ a<2,\end{cases}\quad \varnothing$

3. Один корень $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2a-6\le 0,\\ 2-a>0,\end{cases}\\ \begin{cases}2a-6>0,\\ 2-a\le 0;\end{cases}\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a\le 3,\\ a<2,\end{cases}\\ \begin{cases}a\le 3,\\ a<2;\end{cases}\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l}a>3;\\ a<2.\end{array}\right.$

$(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$

4. Нет корней $\begin{cases}2a-6\le 0;\\ 2-a\le 0;\end{cases}\quad \begin{cases}a\le 3;\\ a\ge 2,\end{cases}\quad 2\le a\le 3$

Задание № 10

1. Найти все значения параметра а при которых уравнение

$$(a-3)\cdot 9^x - 2a\cdot 3^x + 6a = 0$$

имеет корни

Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	+ +		
два отрицательных	- -		
корни разных знаков	+ -		
положительный и ноль	+ 0		
отрицательный и ноль	- 0		
нет корней			

$$(a-3)\cdot 9^x - 2a\cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет корни

Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+	**Один корень**	**1**
один отрицательный	-	**Нет корней**	**0**
один равный нулю	**0**	**Нет корней**	**0**
два положительных	+ +	**Два корня**	**2**
два отрицательных	- -	**Нет корней**	**0**
корни разных знаков	+ -	**Один корень**	**1**
положительный и ноль	+ **0**	**Один корень**	**1**
отрицательный и ноль	- **0**	**Нет корней**	**0**
нет корней		**Нет корней**	**0**

$$(a-3)\cdot 9^x - 2a\cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет корни

Задание № 11

2. При каких значениях а уравнение

$$x^4 - (1-2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

имеет два корня?

Количество корней при замене

$$t = x^2; t \geq 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	+ +		
два отрицательных	- -		
корни разных знаков	+ -		
положительный и ноль	+ 0		
отрицательный и ноль	- 0		
нет корней			

$$x^4 - (1-2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

Два корня

Количество корней при замене $t = x^2; t \geq 0$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+	два корня	2
один отрицательный	-	нет корней	0
один равный нулю	0	один корень	1
два положительных	+ +	четыре корня	4
два отрицательных	- -	нет корней	0
корни разных знаков	+ -	два корня	2
положительный и ноль	+ 0	три корня	3
отрицательный и ноль	- 0	один корень	1
нет корней		нет корней	0

$$x^4 - (1-2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

Два корня

Решение неравенств с двумя переменными (метод областей)

При решение неравенств с двумя переменными

1. Представь неравенство в виде **$f(x;y) \vee 0$**
2. Построй график ограничивающей область линии (**границу области $f(x;y) = 0$**) пунктирной линией при строгом знаке, сплошной линией при нестрогом знаке неравенства.
3. Определи **знак $f(x;y)$** в каждой получившейся **области**, взяв точку с конкретными координатами из этой области и подставив их в выражение **$f(x;y)$**.
4. При наличии параметра возьми конкретное любое значение и определи знак **$f(x;y)$** в каждой получившейся области.
5. **Заштрихуй области** знака, заданного неравенством.

При наличии квадратов переменных в уравнении линии

1. Если нет чётко выраженного известного вида уравнения, **раскройте скобки, перегруппируйте** слагаемые по переменным х и у.
2. Если есть первая степень и квадрат одной и той же переменной, **выделите квадрат двучлена.**
3. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных х и у стоит **«плюс»** , попробуйте **сведи к уравнению окружности**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

4. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных х и у стоит **«минус»** , попробуйте **разложить на множители**, используя разность квадратов, свести уравнение к **произведению равному нулю.**

Задание № 12

Найдите все значения а при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a-6)^2 = |x-a+6| + |x+a-6|$$

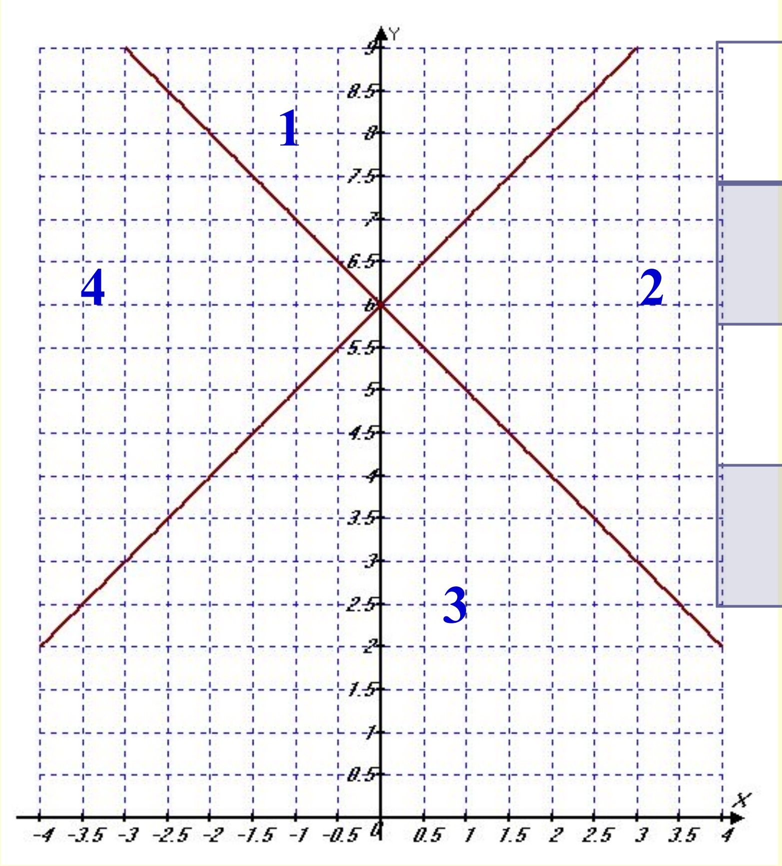
имеет единственное решение

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

$a = x + 6$

$a = 6 - x$

Определим знаки подмодульных выражений



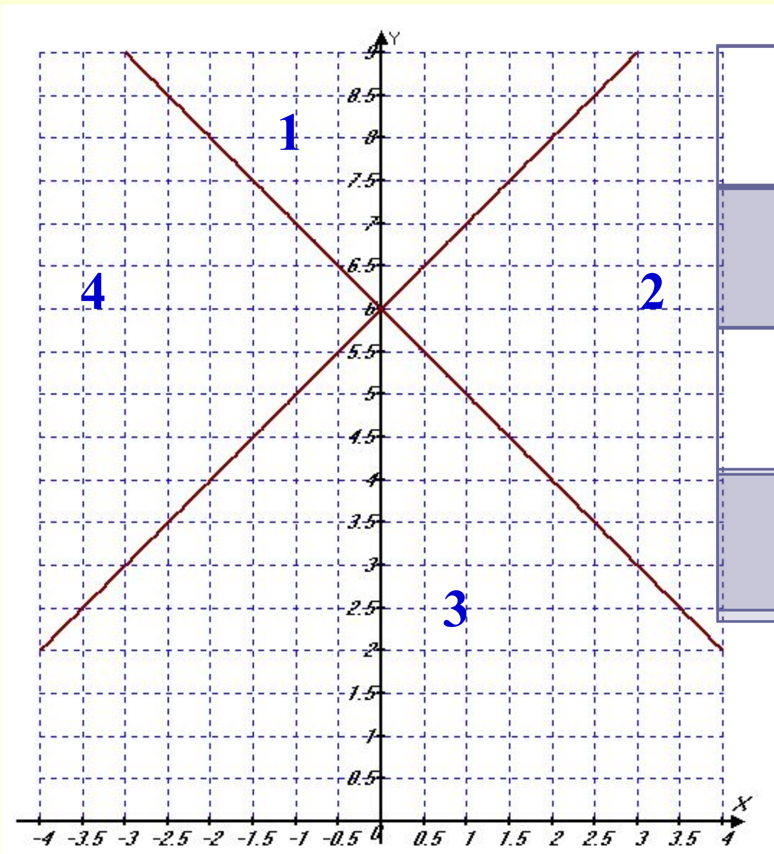
	1	2	3	4
	(0; 7)	(1; 6)	(0; 5)	(-1; 6)

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

$a = x + 6$

$a = 6 - x$

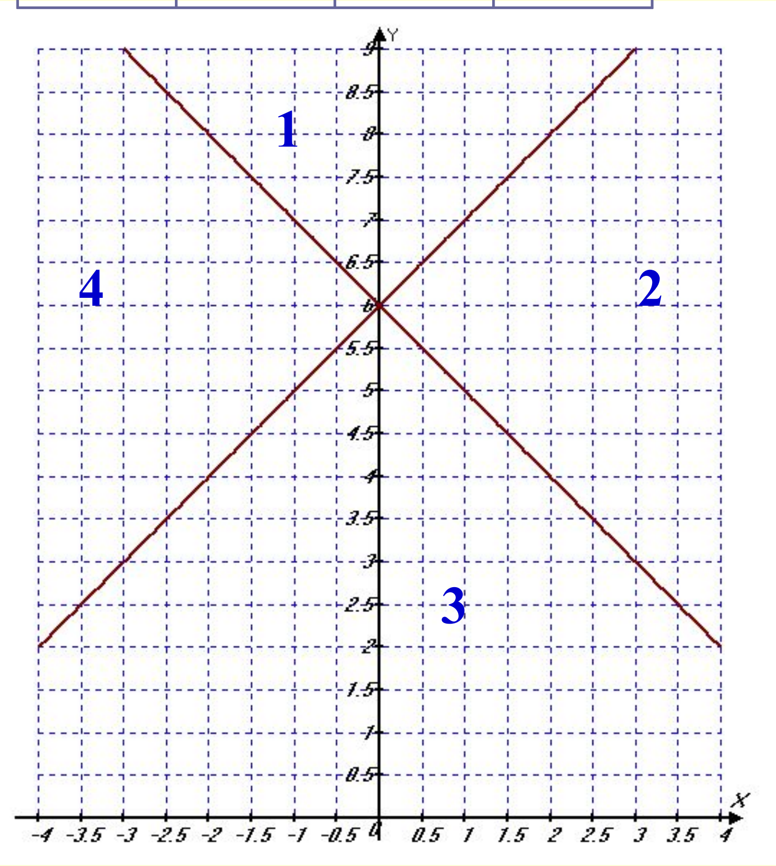
Определим знаки подмодульных выражений



	1	2	3	4
$(x; a)$	(0; 7)	(1; 6)	(0; 5)	(-1; 6)
	-	+	+	-
	+	+	-	-

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-



$$x^2+(a-6)^2=-x+a-6+x+a-6$$

$$x^2+(a-6)^2=2a-12$$

$$x^2+a^2-12a+36=2a-12$$

$$x^2+a^2-14a+48=0$$

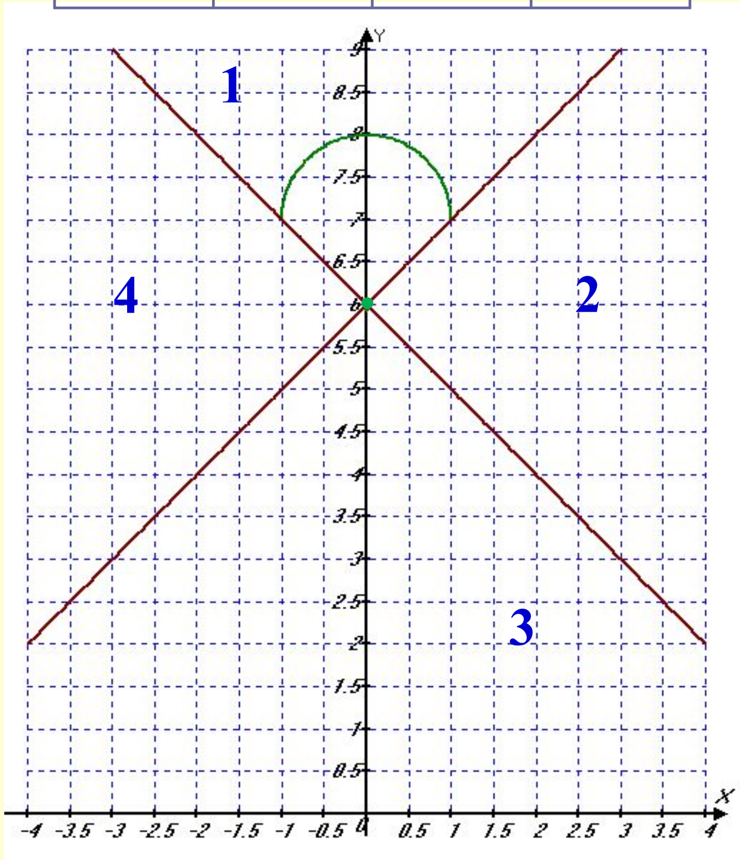
$$x^2+(a^2-14a+49)-1=0$$

$$x^2+(y-7)^2=1$$

$$O(0;7);R=1$$

$$x^2 + (a-6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-



1область: $x^2 + (y-7)^2 = 1$

$O(0;7); R = 1$

2 область: $(x-1)^2 + (y-6)^2 = 1$

$O(1;6); R = 1$

3 область: $x^2 + (y-5)^2 = 1$

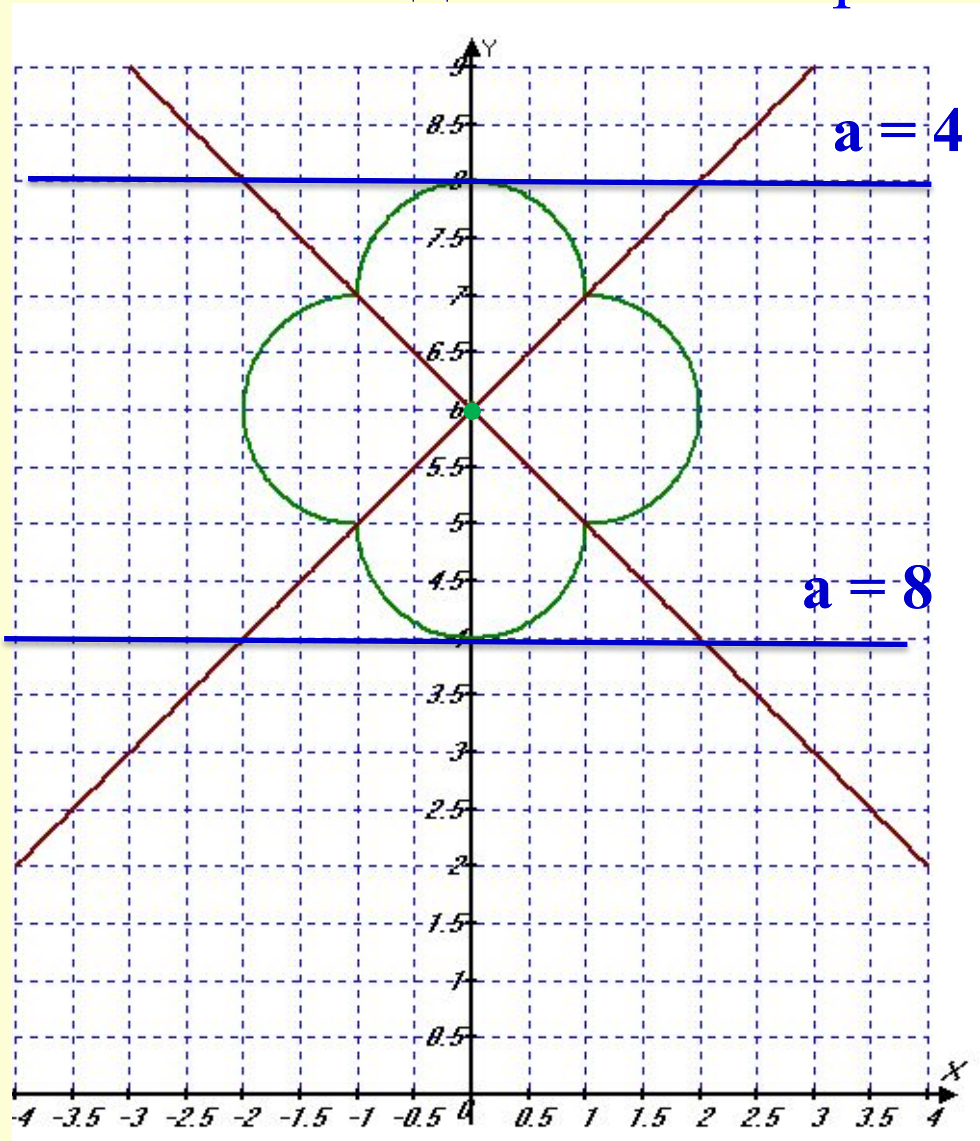
$O(0;5); R = 1$

4 область: $(x+1)^2 + (y-6)^2 = 1$

$O(-1;6); R = 1$

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

имеет единственное решение



Ответ: a=4; a = 8

Задание № 13

Найти все значения параметра а при каждом из которых **на интервале (1; 2)** существует **хотя бы одно число х**, **не удовлетворяющее** неравенству

$$a+\sqrt{a^{2}-2ax+x^{2}}\leq 3x-x^{2}$$

$$a+\sqrt{a^2-2ax+x^2}\le 3x-x^2$$

$$a+|x-a|\le 3x-x^2$$

$$|x-a|\le 3x-x^2-a$$

$$|f(x)|\le g(x)\Leftrightarrow\begin{cases} f(x)\le g(x)\\ -f(x)\le g(x)\end{cases}$$

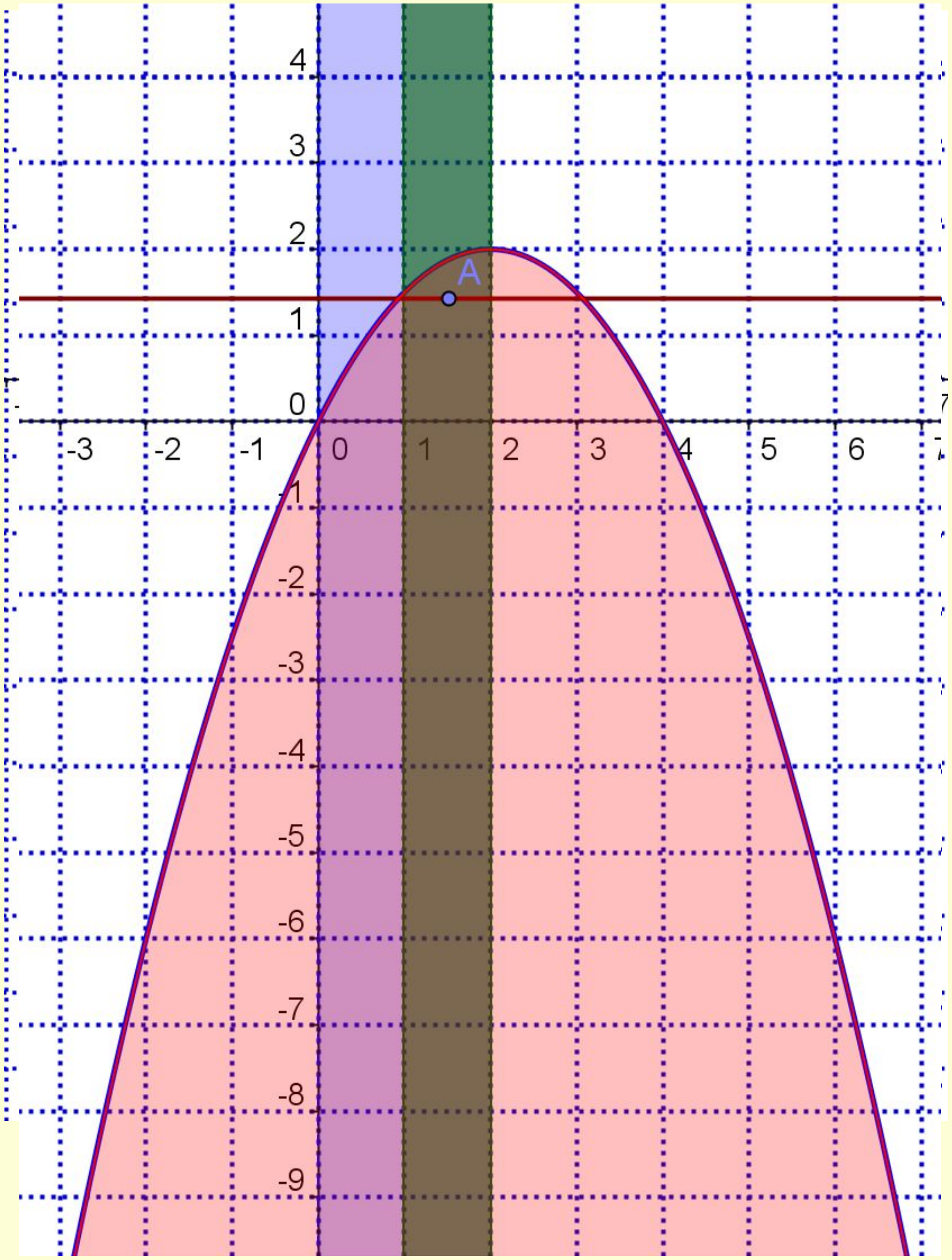
$$\begin{cases} x-a\le 3x-x^2-a;\\ a-x\le 3x-x^2-a;\end{cases}$$

$$\begin{cases} x - a \le 3x - x^2 - a; \\ a - x \le 3x - x^2 - a; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x \le 0; \\ a \le 2x - \dfrac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-2) \le 0; \\ a \le 2x - \dfrac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-2) \le 0; \\ a \le 2x - \dfrac{1}{2}x^2. \end{cases}$$



на интервале (1; 2) существует **хотя бы одно число х**, **не удовлетворяющее** неравенству

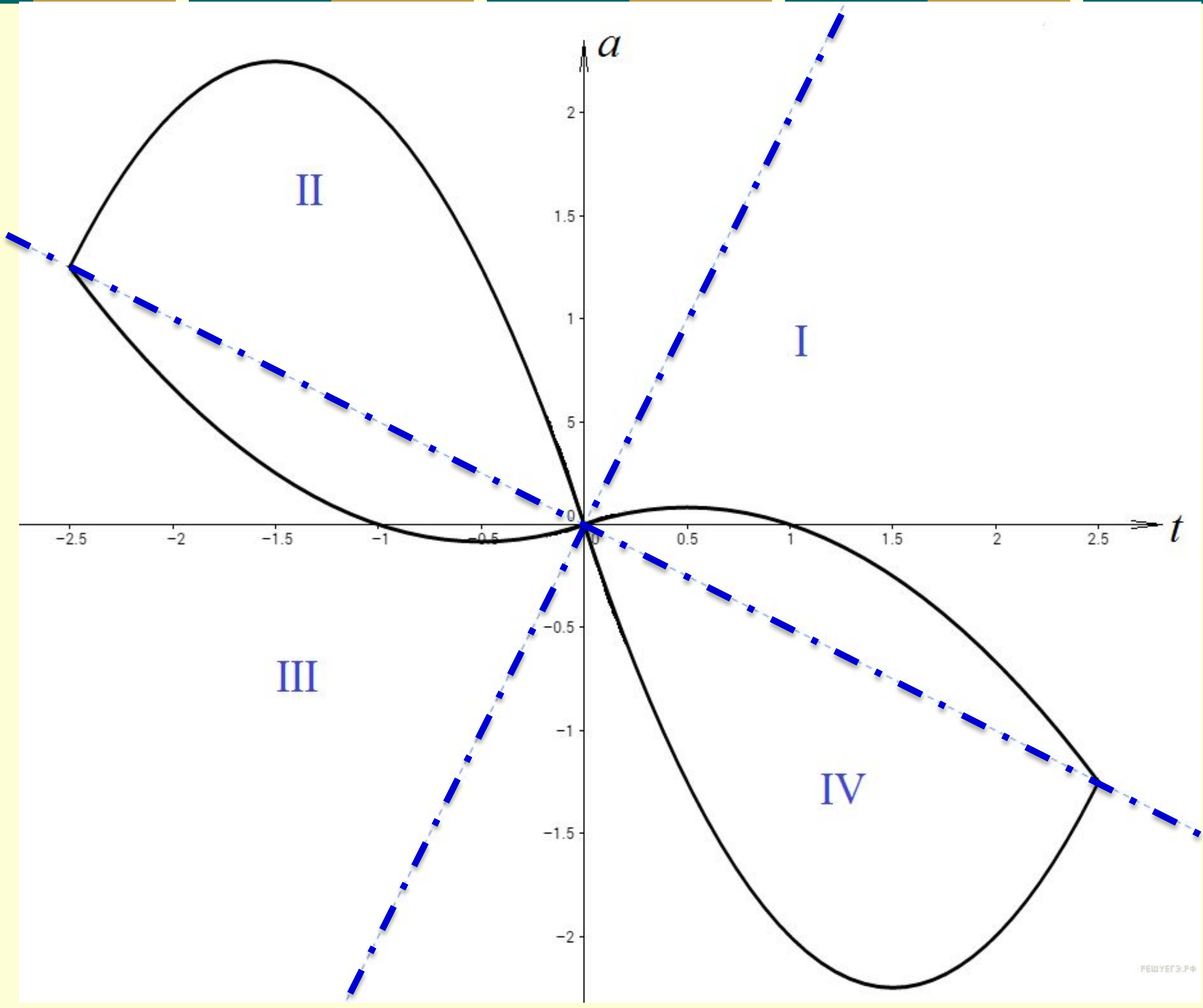
Ответ: а ≥ 1,5

Задание № 14

- Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$|\log_{0.5} x^2 - a| - |\log_{0.5} x + 2a| = (\log_{0.5} x)^2$$

имеет хотя бы одно решение, меньшее 2.

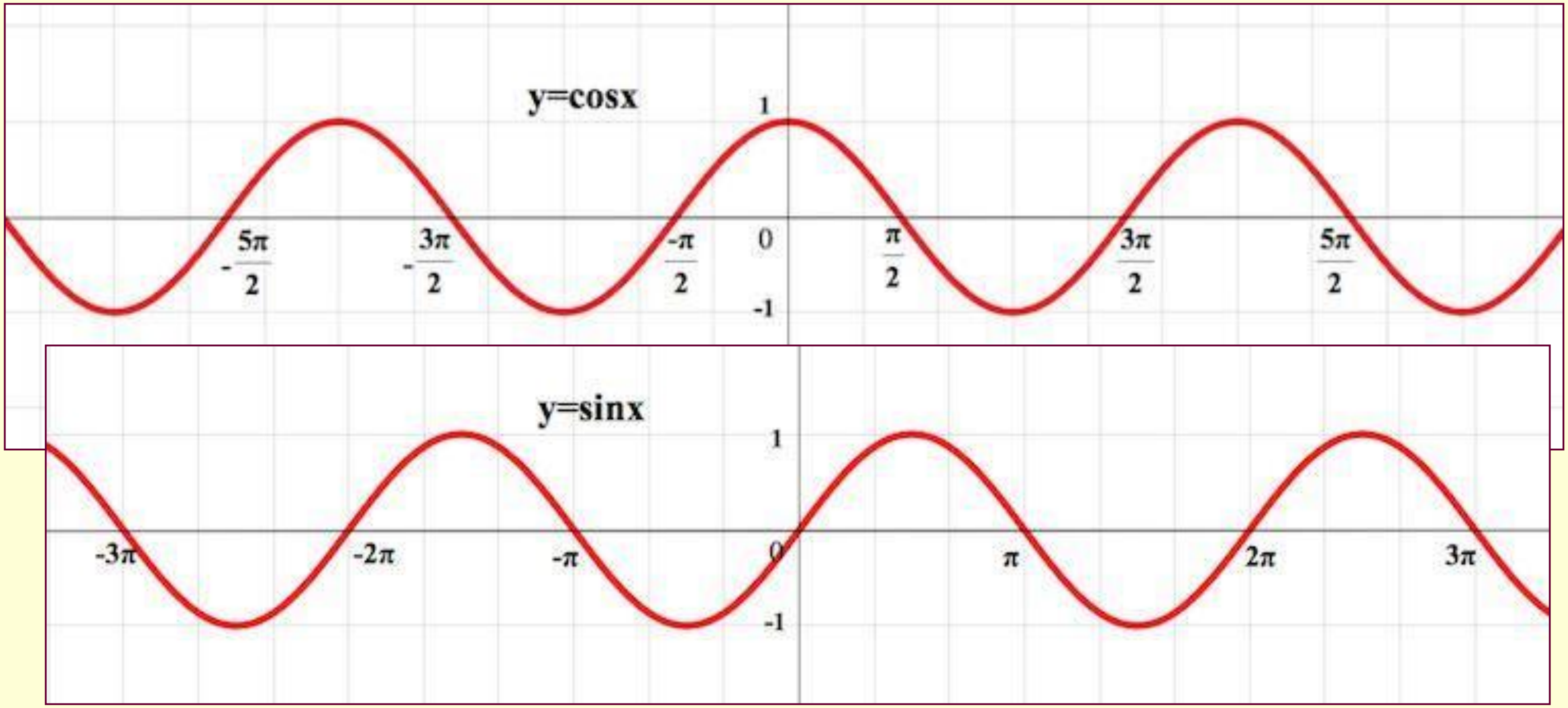


a
t
I
II
III
IV
2
1.5
1
0
−0.5
−1
−1.5
−2
−2.5
−2
−1.5
−1
0.5
1
1.5
2
2.5

Применение четности (нечетности) функций при решении заданий с параметром

Свойство нулей чётной (нечётной) функции

Если x является нулем функции, то и – x тоже является нулем функции.



Свойство нулей
чётной (нечётной) функции

- Если $x = o$ является ***нулем четной (нечётной) функции***, то функция имеет **нечётное** количество нулей.

- Если $x = o$ **не** является ***нулем четной (нечётной) функции***, то функция имеет **чётное** количество нулей.

Достаточное условие наличия у уравнения нечётного количества корней

(необходимое для единственного корня)

Если функция ***y =f(x)*** – чётная (нечётная), то уравнение ***f(x) = 0*** имеет ***нечетное*** количество корней ***(единственный корень)***, если ***x = 0*** является ***корнем уравнения.***

Это условие необходимое для наличия единственного корня, но не достаточное! ***Требуется*** всегда ***проверка***, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра

Функция $y = f(x)$ чётной $\Rightarrow$

$$f(-x) = f(x)$$

Т.е функция *инвариантна* (неизменна) при подстановке $-x$ вместо x

Поэтому единственный корень (нечётное количество корней) уравнение имеет, если

$-x = x$, т.е $x = 0$ – ***корень уравнения***

Задание № 15

Найдите все значения а при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a-6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение

Задание № 15

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

$$y=x^2+(a-6)^2-|x-a+6|-|x+a-6|$$

$$y(-x)=(-x)^2+(a-6)^2-|-x-a+6|-|-x+a-6|$$

$$y(-x)=x^2+(a-6)^2-|x+a-6|-|x-a+6|$$

Если x_0 является корнем исходного уравнения, то и $-x_0$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если $x = 0$ является корнем уравнения

Задание 15

$$x^2+(a-6)^2=|x-a+6|+|x+a-6|$$

Подставим x = 0 в уравнение

$$(a-6)^2=2|a-6|\Leftrightarrow|a-6|\cdot(|a-6|-2)=0$$

$$|a-6|=0\Leftrightarrow a=6$$

$$|a-6|=2\Leftrightarrow a=4;\quad a=8$$

При а =6

$$x^2 = 2|x|$$

$$|x|^2 = 2|x|$$

$$|x|\left(|x| - 2\right) = 0$$

x = 0; x = 2; x = -2 – три корня (не единственный)

При а = 4 и а = 8

$$x^2 + 4 = |x - 2| + |x + 2|$$

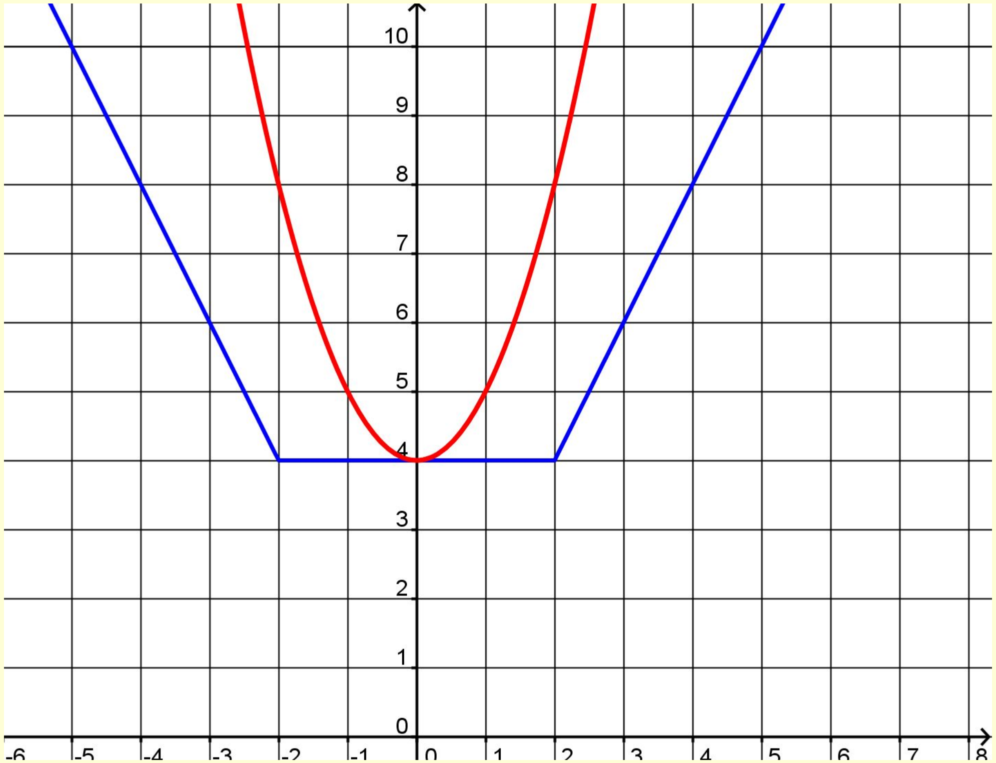
При а = 4 и а = 8

$$x^2+4=|x-2|+|x+2|$$

Решим графически

$$f(x)=x^2+4$$

$$g(x)=|x-2|+|x+2|$$



уравнение имеет единственный корень

x = 0

Ответ: При а = 4; а = 8 уравнение имеет единственный корень

Задание 16

Использование чётности (симметричности) функций

Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение

$$\left|(x-1)^2-2^{1-a}\right|+|x-1|+(1-x)^2+2^{a-1}=4+4^a$$

имеет единственное решение.

$$\left|(x-1)^2-2^{1-a}\right|+|x-1|+(1-x)^2+2^{a-1}=4+4^a$$

- Пусть t = x – 1, тогда уравнение примет вид

$$\left|t^2-2^{1-a}\right|+|t|+t^2+2^{a-1}-4-4^a=0$$

$$f(t)=\left|t^2-2^{1-a}\right|+|t|+t^2+2^{a-1}-4-4^a$$

$$f(-t)=\left|(-t)^2-2^{1-a}\right|+|-t|+(-t)^2+2^{a-1}-4-4^a=f(t)$$

Функция четная

Если $\mathbf{x_0}$ является корнем исходного уравнения, то и $\mathbf{-x_0}$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если x = 0 является корнем уравнения

$$\left|t^2-2^{1-a}\right|+\left|t\right|+t^2+2^{a-1}-4-4^a=0$$

Подставим t = 0 в уравнение

$$2^{1-a}+2^{a-1}-4-2^{2a}=0$$

$$\frac{2}{2^a}+\frac{2^a}{2}-4-2^{2a}=0$$

- Пусть t $=2^a$, тогда уравнение примет вид

$$\frac{2}{t}+\frac{t}{2}-4-t^2=0$$

$$4+t^2-8t-2t^3=0$$

$$\left(4+t^2\right)-2t\left(4+t^2\right)=0$$

$$\left(4+t^2\right)\left(1-2t\right)=0$$

$$\left(4+t^2\right)\left(1-2t\right)=0$$

$$1-2t=0$$

$$t=\frac{1}{2}$$

$$2^a=2^{-1}$$

$$a=-1$$

Подставим a = -1 в уравнение

$$\left|t^2-4\right|+\left|t\right|+t^2+\frac{1}{4}-4-\frac{1}{4}=0$$

$$\left|t^2-4\right|+\left|t\right|+t^2-4=0$$

$$\left|t^2-4\right|+|t|+t^2-4=0$$

$$\left|t^2-4\right|+|t|=4-t^2$$

$$\left|t^2-4\right|+|t|>0$$ при t $\in$ R

$$\Rightarrow 4-t^2>0 \ \Rightarrow t^2-4<0$$

$$\Rightarrow \left|t^2-4\right|=4-t^2$$

$$4-t^2+|t|=4-t^2$$

$$|t|=0 \ \Rightarrow t=0$$

При а = -1 уравнение имеет единственный корень

Ответ: а = -1

При поиске параметра при котором уравнение имеет единственный корень:

если функция ***y =f(x)*** – чётная (нечётная), то уравнение ***f(x) = 0*** имеет ***единственный*** корень, если ***x = 0*** является ***корнем уравнения.***

Поэтому надо подставить x = 0 в уравнение и найти соответствующие значения параметра a.

Но надо помнить, что это условие необходимое, но не достаточное! Оно гарантирует нечетное количество корней, но не обязательно единственный корень.

Требуется всегда ***проверка***, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра. Удобно во многих случаях делать проверку графически.

Часто требуется сделать некоторую замену, чтобы получить четную функцию.

Применение геометрической информации

Задание № 17

- При каждом а решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{1+x} = 32a\sqrt{2}, \\ \sqrt{x^2 + a^2 + 2 - 2x - 2a} + \sqrt{x^2 + a^2 - 6x + 9} = \sqrt{5}. \end{cases}$$

Задание № 17

$$\sqrt{(x-1)^2+(a-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2+a^2}=\sqrt{5}.$$

$\sqrt{(x-1)^2+(a-1)^2}$ **- расстояние между точками С (х;а) и**

$\sqrt{(x-3)^2+a^2}$ **- расстояние между точками С (х;а) и В(3;0)**

$\sqrt{(x-1)^2+(a-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2+a^2}$ **- сумма расстояний АС и СВ**

$\sqrt{(3-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{5}$ **– расстояние между точками**

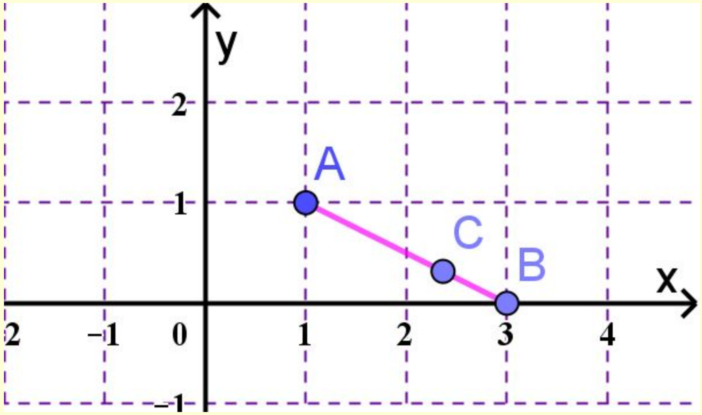
А (1;1) и В(3;0)

Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2+(a-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2+a^2}=\sqrt{5}.$$

Геометрический смысл уравнения:

Точка С(х;а) лежит на отрезке АВ, где А(1;1); В(3;0)



Составим уравнение отрезка с концами в точках А(1;1); В(3;0)

$y = -0{,}5x + 1{,}5$, где $x \in [1; 3]$

Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2+(a-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2+a^2}=\sqrt{5}.$$

Точка C(x;a) лежит на отрезке AB,

y = -0,5x +1,5, где x $\in$ [1; 3]

$\Rightarrow$ a = -0,5x +1,5, где x $\in$ [1; 3]

Задание №17

$$2^{1+x} = 32a\sqrt{2},$$

a = -0,5x +1,5, где x $\in$ [1; 3]

Подставим значение a в уравнение

$$2^{1+x} = 16(3 - x)\sqrt{2},$$

$$2^{x-3,5} = 3 - x,$$

$$x = 2,5$$

$$\Rightarrow a = 0,25$$

Ответ: $\textit{при} \; a = 0,25 \;\; x = 2,5$

Применение графических иллюстраций при решении заданий с параметром

Задание №18

Найти все значения а, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня

Задание №1

Найти все значения а, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} xy^2 - 3xy - 3y + 9 = 0, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня

Задание №1

- Найти все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y-3)(xy-3)=0, \\ x>-3, \\ y=ax \end{cases}$$

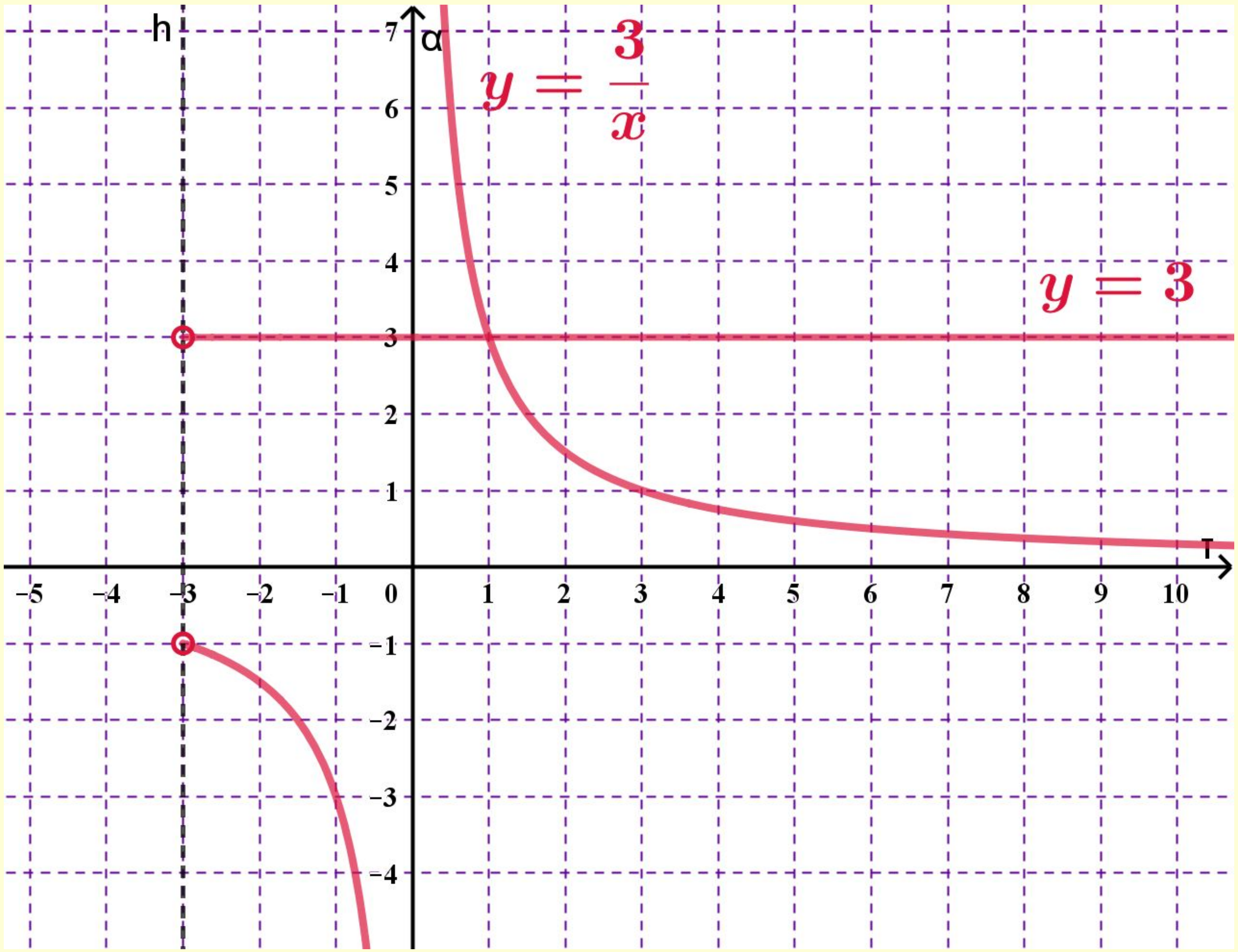
имеет ровно два различных корня

Задание №1

Найти все значения a, при каждом из которых система уравнений

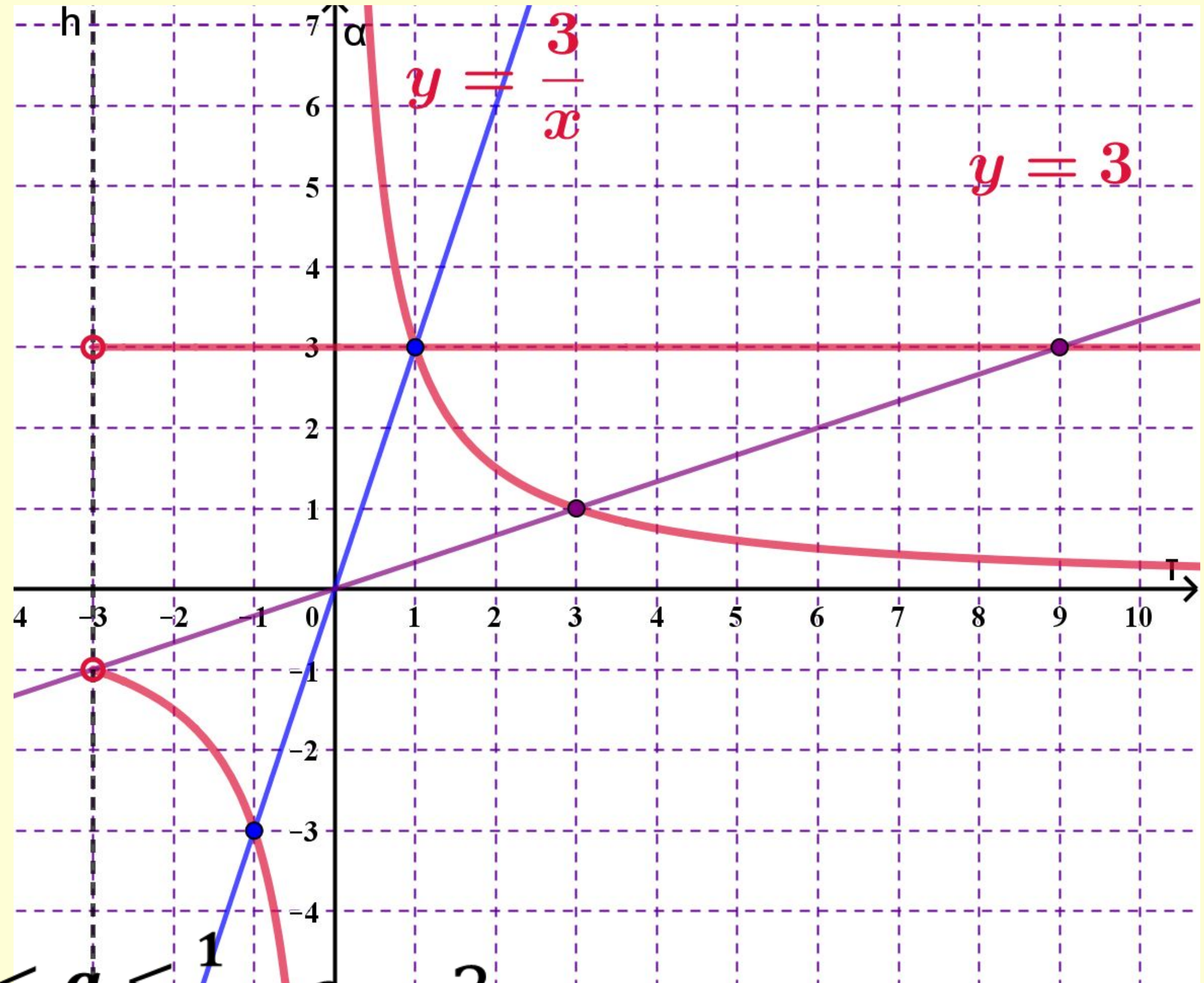
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 3, \\ y = \dfrac{3}{x}, \end{array}\right. \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} y = 3, \\ y = \dfrac{3}{x}, \end{array}\right. \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



имеет ровно два различных корня

$$\begin{cases} \left[\begin{aligned} & y = 3, \\ & y = \frac{3}{x}, \end{aligned}\right. \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



Ответ: $0 < a \le \frac{1}{3}$, $a = 3$,

Применение монотонности функций

Найдите все значения параметра а, при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$

Применение монотонности функций

- Найдите все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.

Для каждого значения параметра а найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$

Ответ: $\left\{-\frac{1}{a}; 1\right\}$ при $a \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$;
$\{1\}$ при $a = -1$ и $a = 0$; при прочих a корней нет.