


Приемы решения заданий с параметром




Шпилева Людмила Александровна






Начальные сведения

1. **Понятие параметра. Контрольные значения параметра**
 2. **Количество корней квадратного и линейного уравнений с параметром**
 3. **Знаки корней квадратного уравнения с параметром.**
 4. **Расположение корней квадратного трёхчлена на координатной прямой**
 5. **Исследование квадратичной функции**
- 




Приемы решения


1. **Разбиение уравнения на два уравнения**
 2. **Уединение параметра**
 3. **Применение монотонности функций при решении задач с параметрами**
 4. **Применение метода областей для решения задач с параметром**
 5. **Применение чётности функций при решении задач с параметром**
 6. **Применение инвариантности при решении заданий с параметром**
 7. **Применение графических интерпретаций при решении заданий с параметром**
 8. **Применение геометрических интерпретаций**
- 



Определение

Уравнением (неравенством) с параметром называется семейство уравнений (неравенств) одного вида, коэффициенты которых вычисляются по одним и тем же формулам, зависящим от параметра (параметров).





Под областью изменения параметра обычно подразумевают (если не сделано специальных оговорок) множество всех действительных чисел.

Допустимыми значениями параметра a считаются все те значения a , при которых выражения, входящие в уравнение (неравенство), имеют смысл.



Определение

Решить уравнение

(с переменной x и параметром a) - это значит решить семейство уравнений при всех действительных значениях параметра.





Определение


Контрольными значениями
параметра


называются те допустимые
значения параметра, при которых
или при переходе через которые
происходят качественные
изменения уравнения



Определение

Качественными изменениями
уравнения **являются изменения**

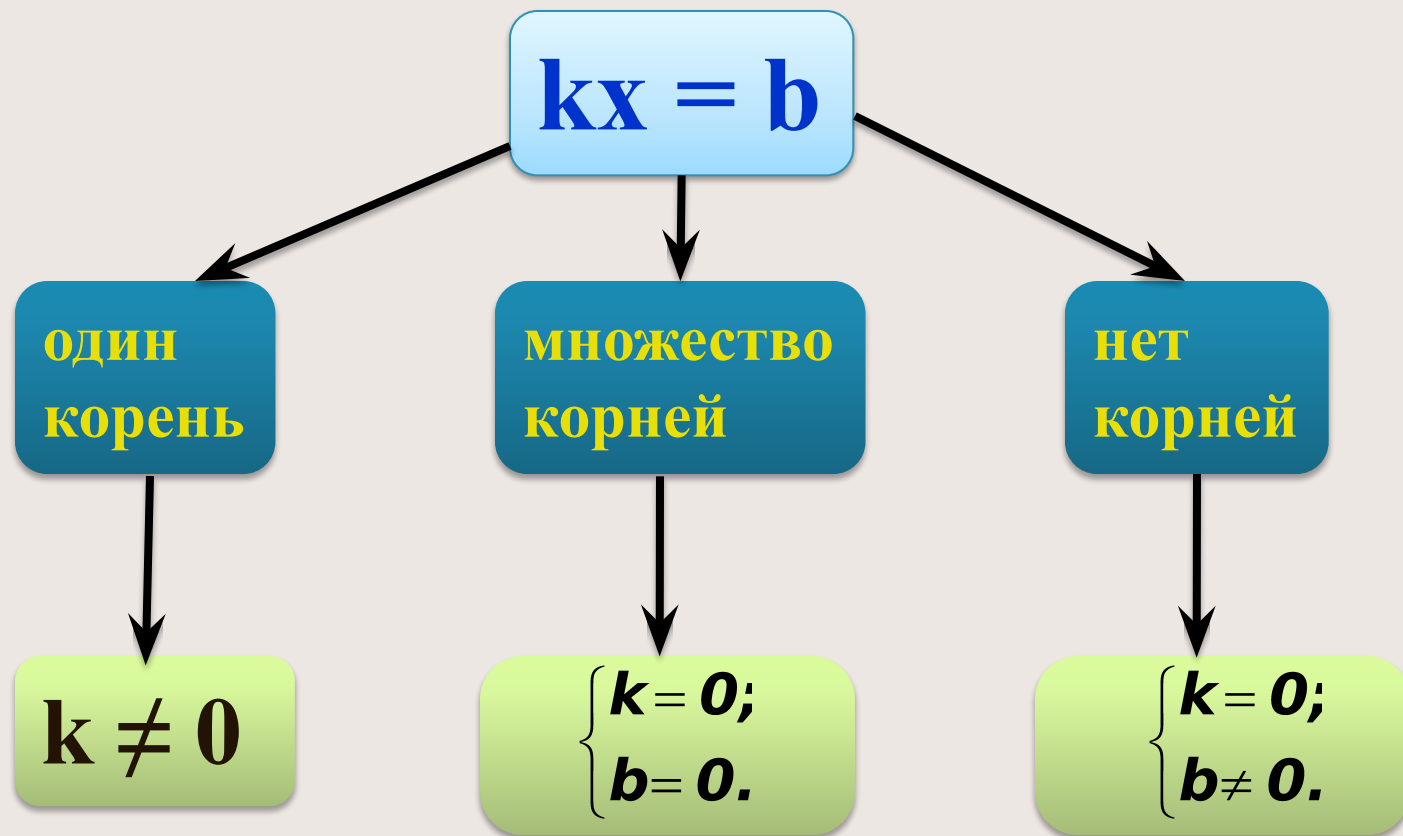
1. **способа поиска решения уравнения,**
 2. **количества его корней**
 3. **формул, по которым они**
вычисляются
- 


$$kx = b$$

Контрольными значениями параметра линейного уравнения являются те значения параметра, для которых коэффициент при x обращается в нуль.



Линейное уравнение с параметром



Уравнение степени не выше второй

$$ax^2 + bx + c = 0$$

линейное
уравнение
 $a = 0$

квадратное
уравнение
 $a \neq 0$

один
корень

множество
корней

нет
корней

один
корень

два
корня

нет
корней

$$b \neq 0$$

$$\begin{cases} b = 0; \\ c = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 0; \\ c \neq 0. \end{cases}$$

$$D = 0$$

$$D > 0$$

$$D < 0$$




Задание №1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет решения уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

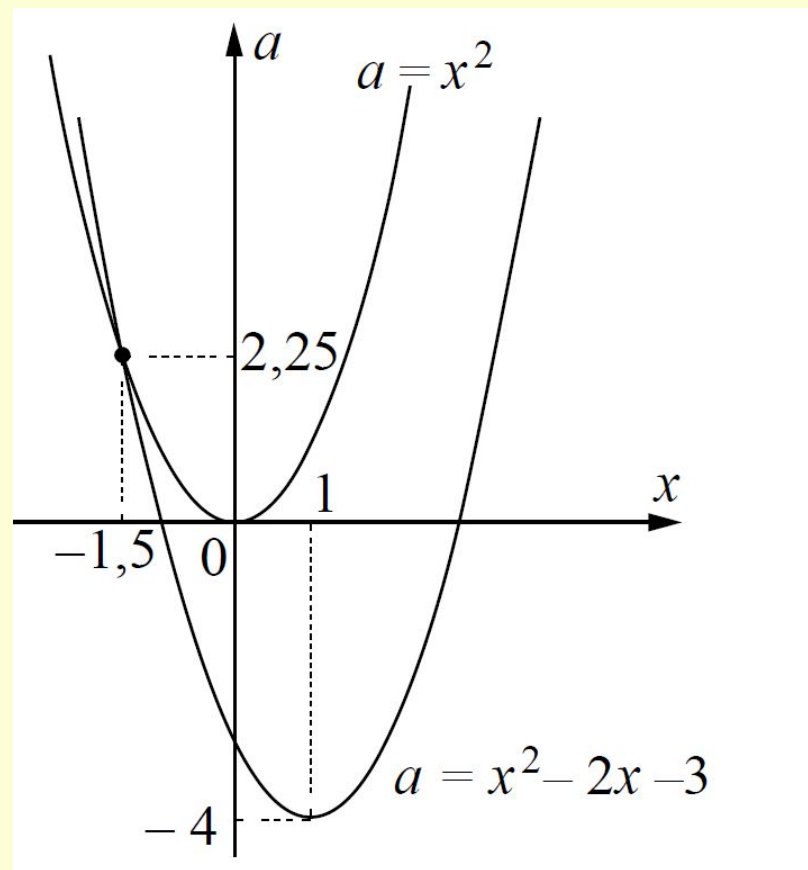
Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра a .



Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет решения уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра a .






Задание № 2

Найдите значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(3x - 1)\ln(3x + a) = (3x - 1)\ln(4x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$







Представим уравнение в виде произведения,
равного нулю

$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

На ОДЗ $(3x - 1) = 0$ или


$$(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$



$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$(3x - 1) = 0 \text{ при условии } \begin{cases} 3x + a > 0, \\ 4x - a > 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ при условии } \begin{cases} 1 + a > 0, \\ \frac{4}{3} - a > 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ при условии } -1 < a < 1\frac{1}{3}$$




$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$\ln(3x + a) - \ln(4x - a) = 0 \quad \begin{cases} 3x + a > 0, \\ 4x - a = 3x + a \end{cases}$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > -3x$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > -6a$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > 0$$




$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$1. x = \frac{1}{3} \quad \text{при условии} \quad -1 < a < 1\frac{1}{3}$$

$$2. x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > 0$$

$$x = 2a \quad \text{принадлежит} [0; 1] \quad \text{при} \quad 0 < a \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} = 2a \quad \text{при} \quad a = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ:} \quad -1 < a \leq 0, \quad a = \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} < a < 1\frac{1}{3}$$




Задание № 3

Найти все значения параметра a ,
при каждом из которых уравнение

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = 1$$

имеет два корня

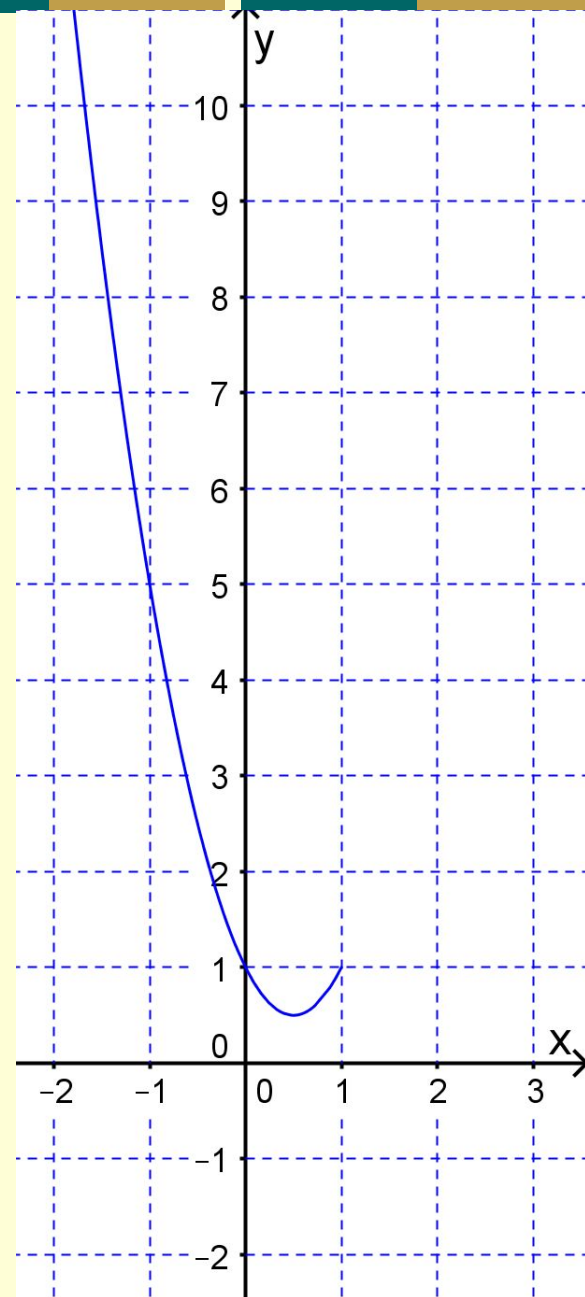


Задание № 3

Найти все значения параметра a ,
при каждом из которых
уравнение

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = 1$$

имеет два корня





Задание № 4

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение


$$(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$$

имеет хотя бы одно решение





**Применение монотонности функций
при решении заданий с параметром**

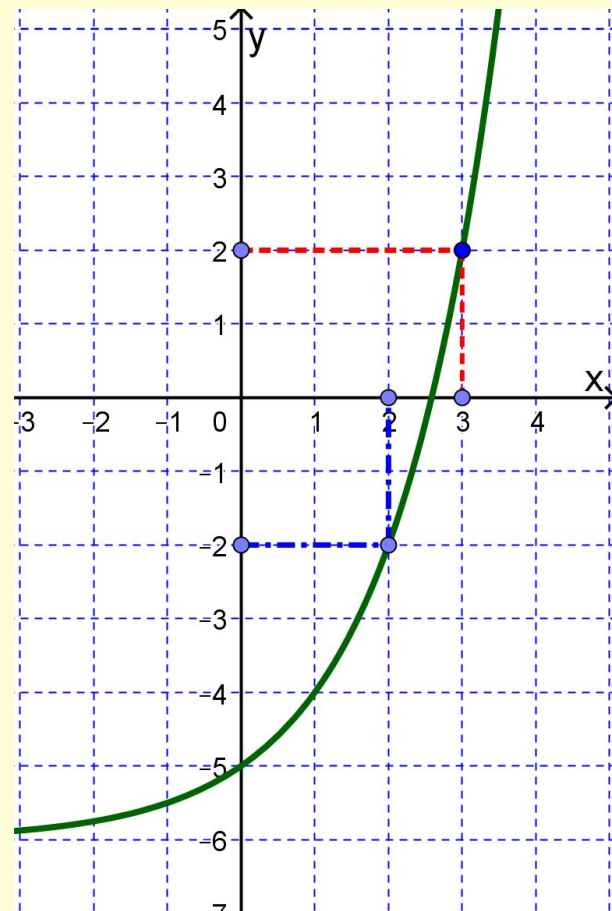


Свойство монотонной функции

Каждое своё значение монотонная функция принимает при одном значении аргумента

Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ то} \\ x_1 = x_2 \text{ на } D(f)$$



Задание № 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin^{14} x + (a - 3 \sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3 \sin x$$

Имеет хотя бы одно решение.

Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ то}$$

$$x_1 = x_2 \text{ на } D(f)$$

Задание № 5

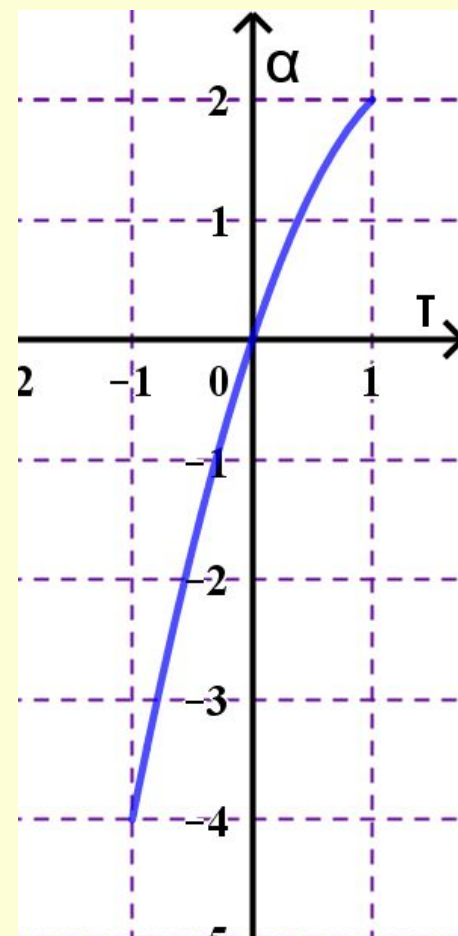
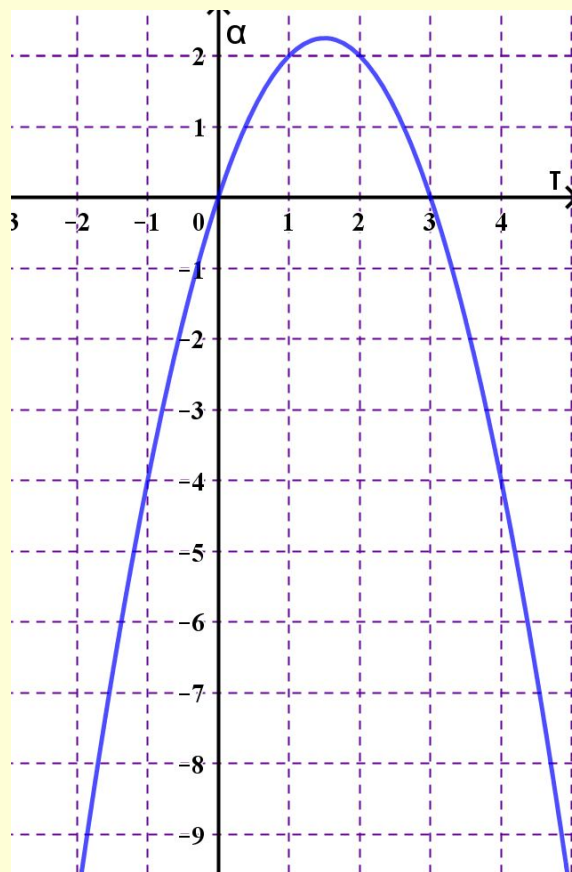
$$a = -t^2 + 3t$$

$$-1 \leq t \leq 1$$

$$a(-1) = -4$$

$$a(1) = 2$$

Ответ: $a \in [-4;$
 $2]$





Применение монотонности функций

Задание № 6

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$



Применение монотонности функций

Задание № 7

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.



Задание № 8

Для каждого значения параметра a
найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$





**Применение замены переменных при
решении заданий с параметром**



Задание № 9

Найти все значения параметра a при которых уравнение

$$25^x - (a - 4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

- 1) *имеет корни*
- 2) *имеет два корня*
- 3) *один корень*
- 4) *Не имеет корней*

Найти все значения параметра a при которых уравнение

$$25^x - (a - 4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

1) имеет корни; 2) имеет два корня; 3) один корень; 4) не имеет корней

$$t = 5^x; \quad t > 0; \quad t^2 - (a - 4) \cdot t - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2a - 6; \\ t = 2 - a. \end{cases}$$

1. Есть корни

$$\begin{cases} 2a - 6 > 0; \\ 2 - a > 0, \end{cases} \begin{cases} a > 3; \\ a < 2. \end{cases}$$

$$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

4. Нет корней

$$\begin{cases} 2a - 6 \leq 0; \\ 2 - a \leq 0; \end{cases}$$

2. Два корня

$$\begin{cases} 2a - 6 > 0; \\ 2 - a > 0 \end{cases} \begin{cases} a > 3; \\ a < 2, \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} a \leq 3; \\ a \geq 2, \end{cases}$$

3. Один корень

$$\begin{cases} \begin{cases} 2a - 6 \leq 0, \\ 2 - a > 0, \end{cases} \begin{cases} a \leq 3, \\ a < 2, \end{cases} \\ \begin{cases} 2a - 6 > 0, \\ 2 - a \leq 0; \end{cases} \begin{cases} a \leq 3, \\ a < 2; \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 3; \\ a < 2. \end{cases}$$

$$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

$$2 \leq a \leq 3$$



Задание № 10

1. Найти все значения параметра a
при которых уравнение

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

имеет корни



Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	++		
два отрицательных	--		
корни разных знаков	+-		
положительный и ноль	+ 0		
отрицательный и ноль	- 0		
нет корней			

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет
корни

Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+	Один корень	1
один отрицательный	-	Нет корней	0
один равный нулю	0	Нет корней	0
два положительных	++	Два корня	2
два отрицательных	--	Нет корней	0
корни разных знаков	+-	Один корень	1
положительный и ноль	+0	Один корень	1
отрицательный и ноль	-0	Нет корней	0
нет корней		Нет корней	0

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет
корни



Задание № 11

2. При каких значениях a уравнение

$$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

имеет два корня?



Количество корней при замене

$$t = x^2; t \geq 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	++		
два отрицательных	--		
корни разных знаков	+-		
положительный и ноль	+0		
отрицательный и ноль	-0		
нет корней		$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$	Два корня

Количество корней при замене

$$t = x^2; t \geq 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+	два корня	2
один отрицательный	-	нет корней	0
один равный нулю	0	один корень	1
два положительных	++	четыре корня	4
два отрицательных	--	нет корней	0
корни разных знаков	+-	два корня	2
положительный и ноль	+0	три корня	3
отрицательный и ноль	-0	один корень	1
нет корней		нет корней	0


$$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

Два
корня



Решение неравенств с двумя переменными (метод областей)

При решение неравенств с двумя переменными


1. Представь неравенство в виде $f(x;y) \vee 0$
 2. Построй график ограничивающей область линии (**границу области $f(x;y) = 0$**) пунктирной линией при строгом знаке, сплошной линией при нестрогом знаке неравенства.
 3. Определи **знак $f(x;y)$** в каждой получившейся **области**, взяв точку с конкретными координатами из этой области и подставив их в выражение $f(x;y)$.
 4. При наличии параметра возьми конкретное любое значение и определи знак $f(x;y)$ в каждой получившейся области.
 5. **Заштрихуй области** знака, заданного неравенством.
- 



При наличии квадратов переменных в уравнении линии

1. Если нет чётко выраженного известного вида уравнения, **раскройте скобки, перегруппируйте** слагаемые по переменным x и y .
2. Если есть первая степень и квадрат одной и той же переменной, **выделите квадрат двучлена**.
3. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных x и y стоит «плюс», попробуйте **свести к уравнению окружности**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

4. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных x и y стоит «минус», попробуйте **разложить на множители**, используя разность квадратов, свести уравнение к **произведению равному нулю**.
- 



Задание № 12

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение

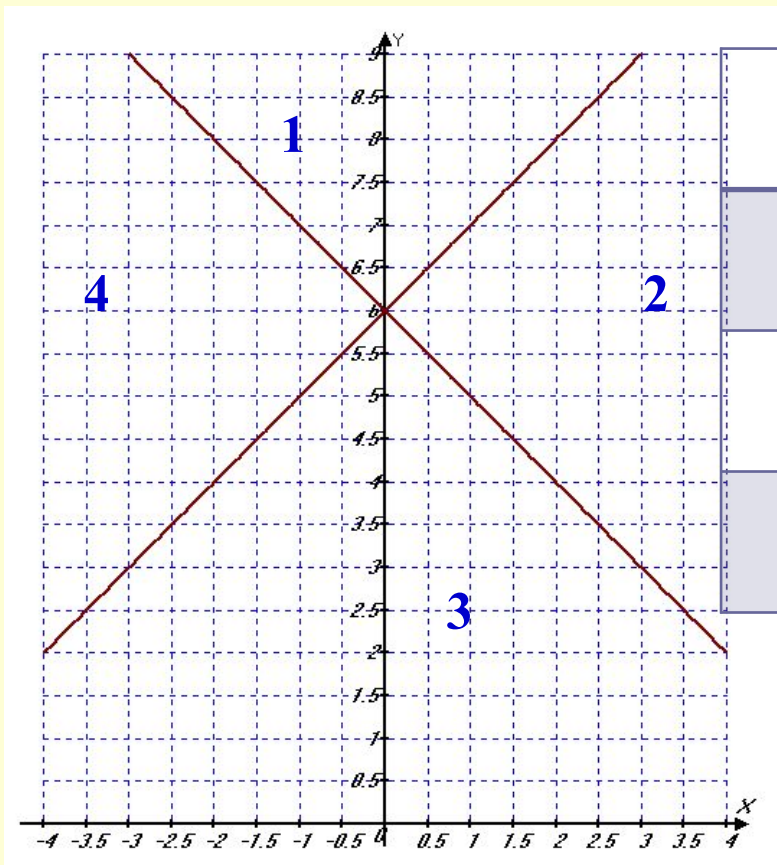


$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$a = x + 6$$

$$a = 6 - x$$

Определим знаки подмодульных выражений



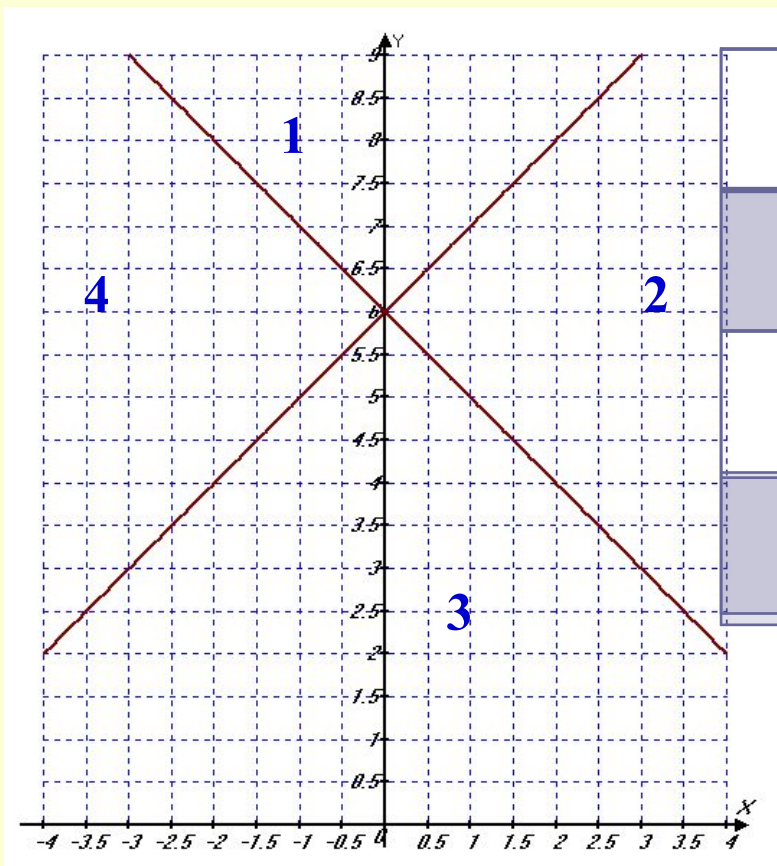
	1	2	3	4
	(0; 7)	(1; 6)	(0; 5)	(-1; 6)

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$a = x + 6$$

$$a = 6 - x$$

Определим знаки подмодульных выражений



	1	2	3	4
$(x; a)$	$(0; 7)$	$(1; 6)$	$(0; 5)$	$(-1; 6)$
	-	+	+	-
	+	+	-	-

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-

$$x^2 + (a - 6)^2 = -x + a - 6 + x + a - 6$$

$$x^2 + (a - 6)^2 = 2a - 12$$

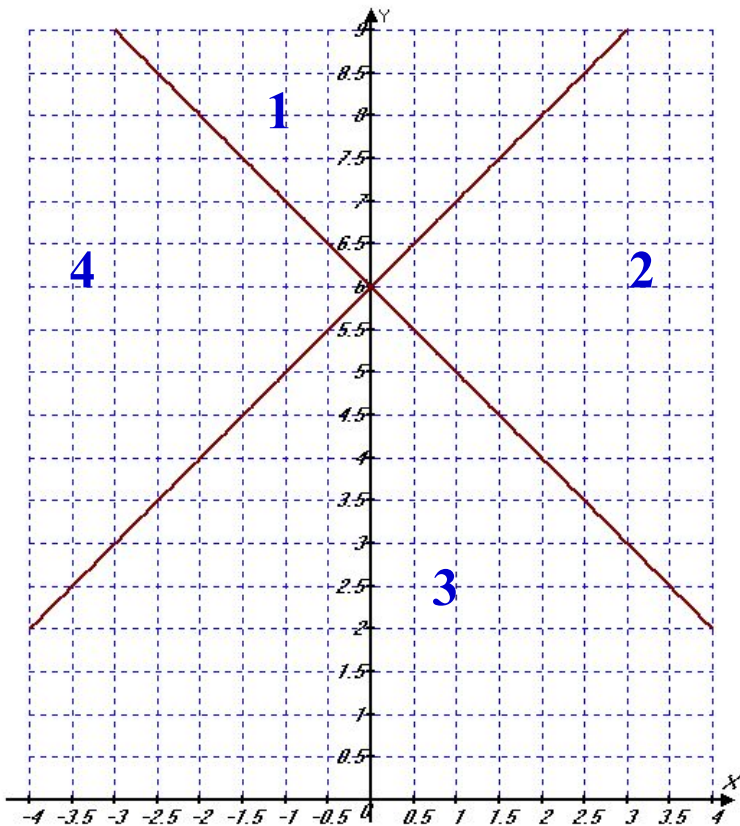
$$x^2 + a^2 - 12a + 36 = 2a - 12$$

$$x^2 + a^2 - 14a + 48 = 0$$

$$x^2 + (a^2 - 14a + 49) - 1 = 0$$

$$x^2 + (y - 7)^2 = 1$$

$$O(0; 7); R = 1$$



$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-

1 область: $x^2 + (y - 7)^2 = 1$

$O(0; 7); R = 1$

2 область: $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 1$

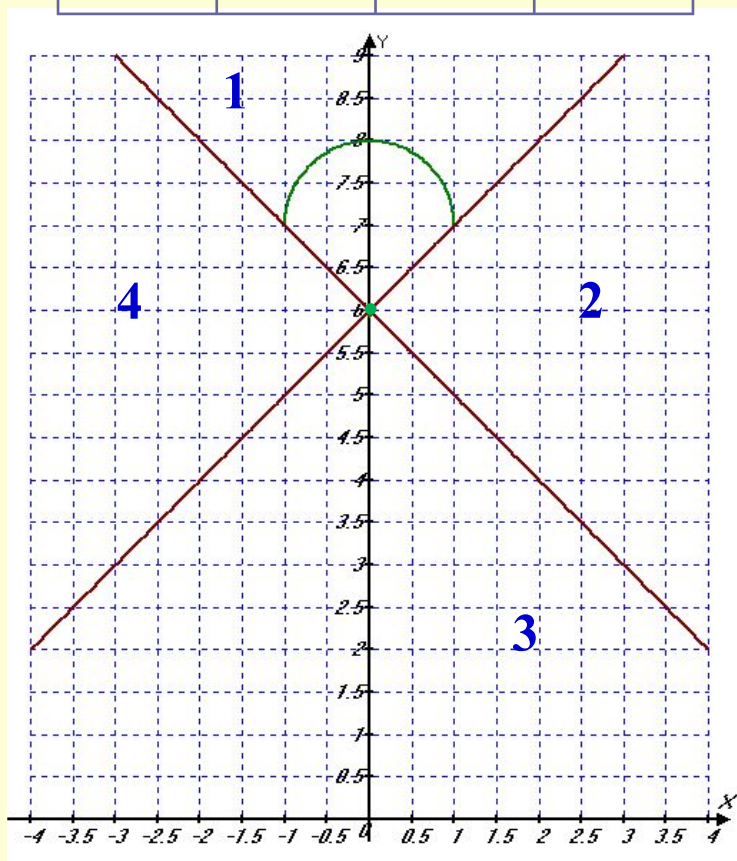
$O(1; 6); R = 1$

3 область: $x^2 + (y - 5)^2 = 1$

$O(0; 5); R = 1$

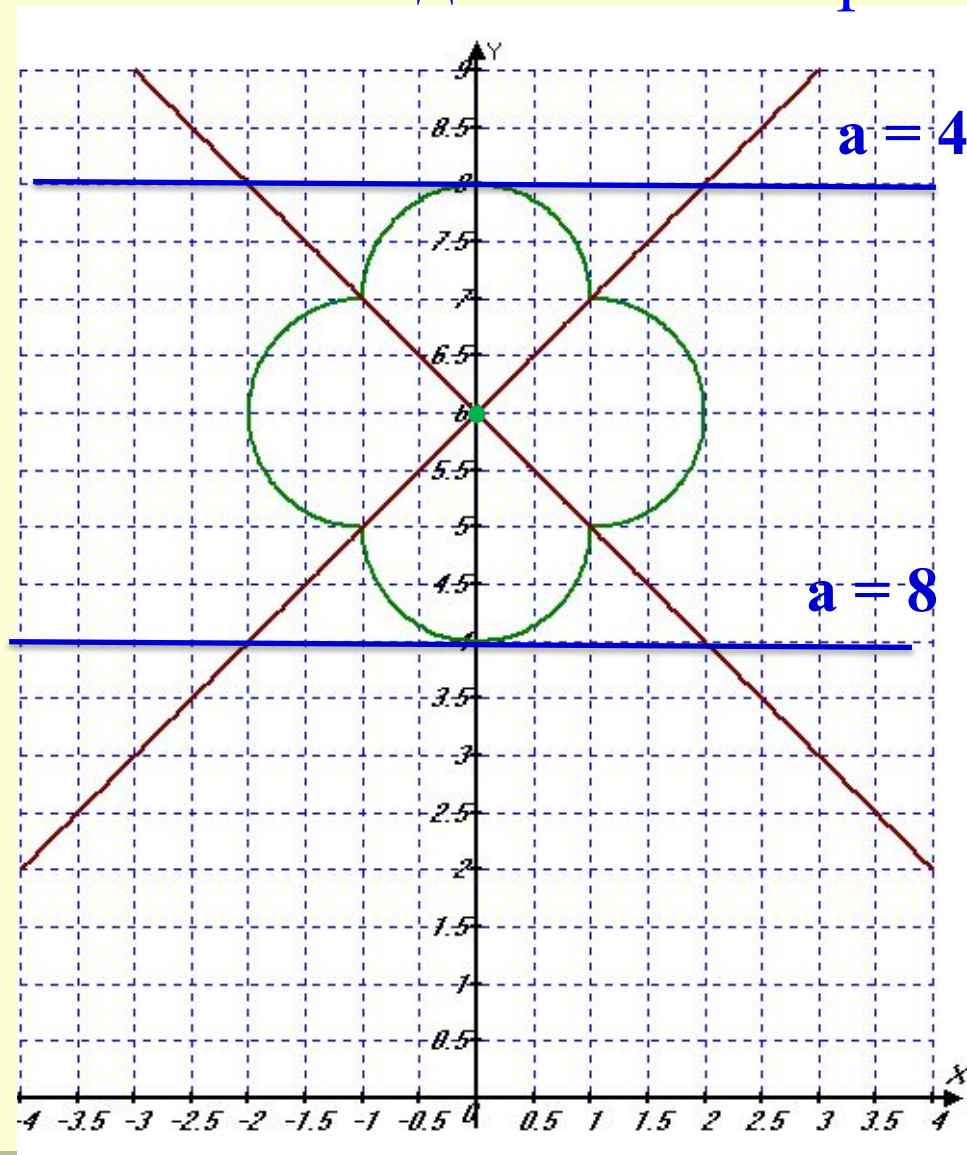
4 область: $(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 1$

$O(-1; 6); R = 1$



$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение




Ответ: a=4; a = 8

Задание № 13

Найти все значения параметра a при каждом из которых **на интервале $(1; 2)$** существует **хотя бы одно число x** , **не удовлетворяющее** неравенству


$$a + \sqrt{a^2 - 2ax + x^2} \leq 3x - x^2$$



$$a + \sqrt{a^2 - 2ax + x^2} \leq 3x - x^2$$

$$a + |x - a| \leq 3x - x^2$$


$$|x - a| \leq 3x - x^2 - a$$

$$|f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ -f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - a \leq 3x - x^2 - a; \\ a - x \leq 3x - x^2 - a; \end{cases}$$



$$\begin{cases} x - a \leq 3x - x^2 - a; \\ a - x \leq 3x - x^2 - a; \end{cases}$$

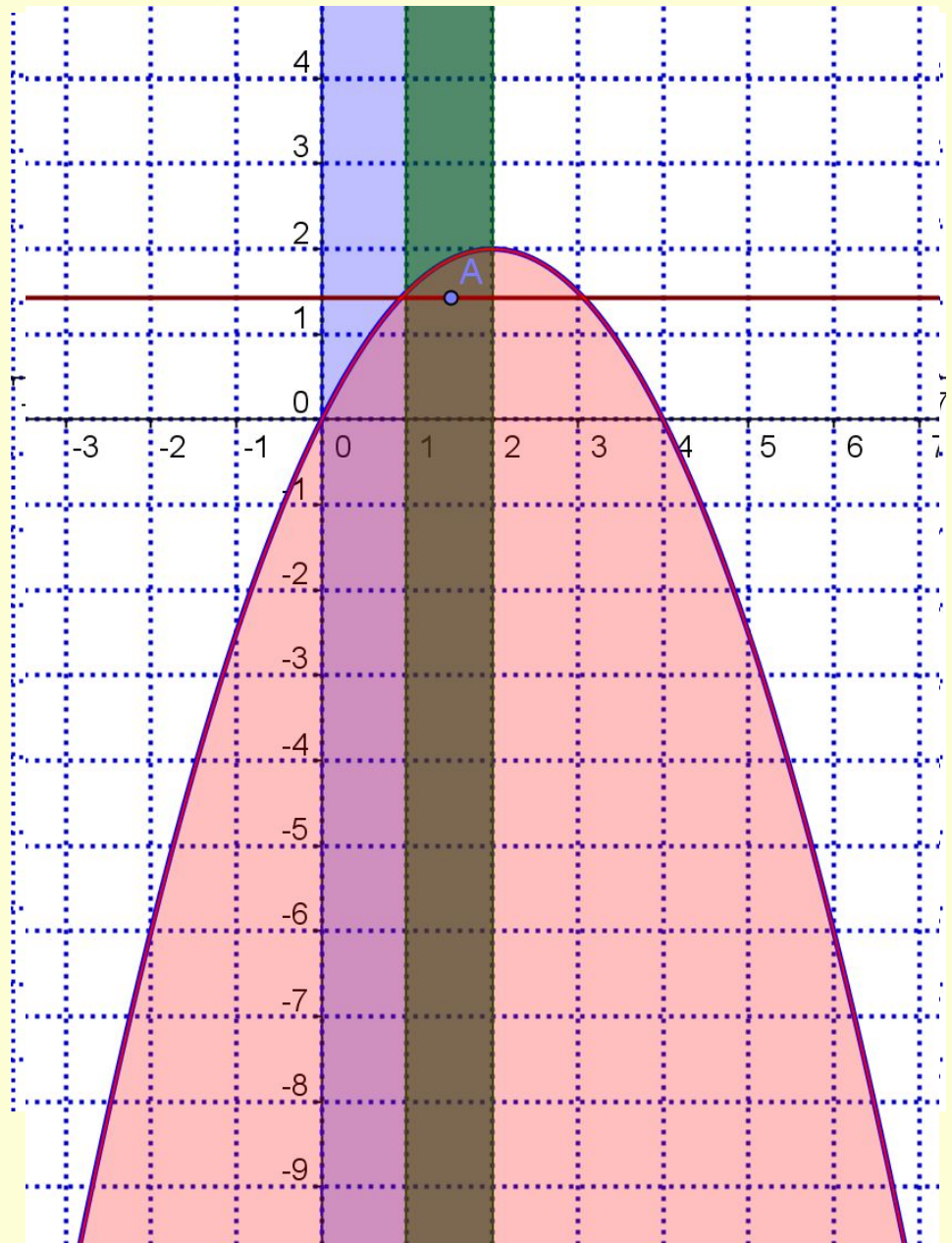
$$\begin{cases} x^2 - 2x \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x - 2) \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$


$$\begin{cases} x(x-2) \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

на интервале (1; 2)
существует **хотя бы**
одно число x,
не удовлетворяющее
неравенству

Ответ: $a \geq 1,5$






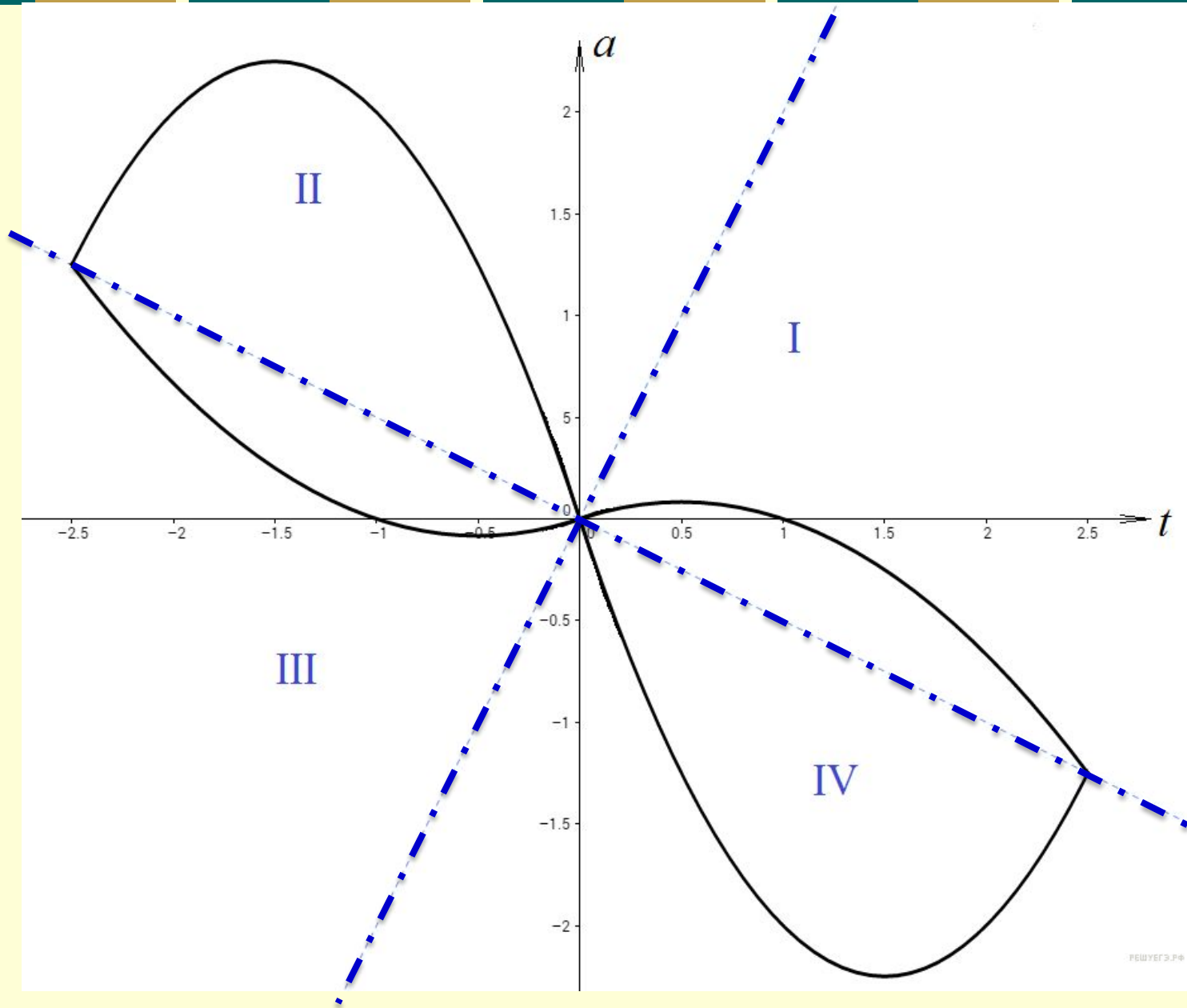
Задание № 14

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|\log_{0.5} x^2 - a| - |\log_{0.5} x + 2a| = (\log_{0.5} x)^2$$

имеет хотя бы одно решение, меньшее 2.





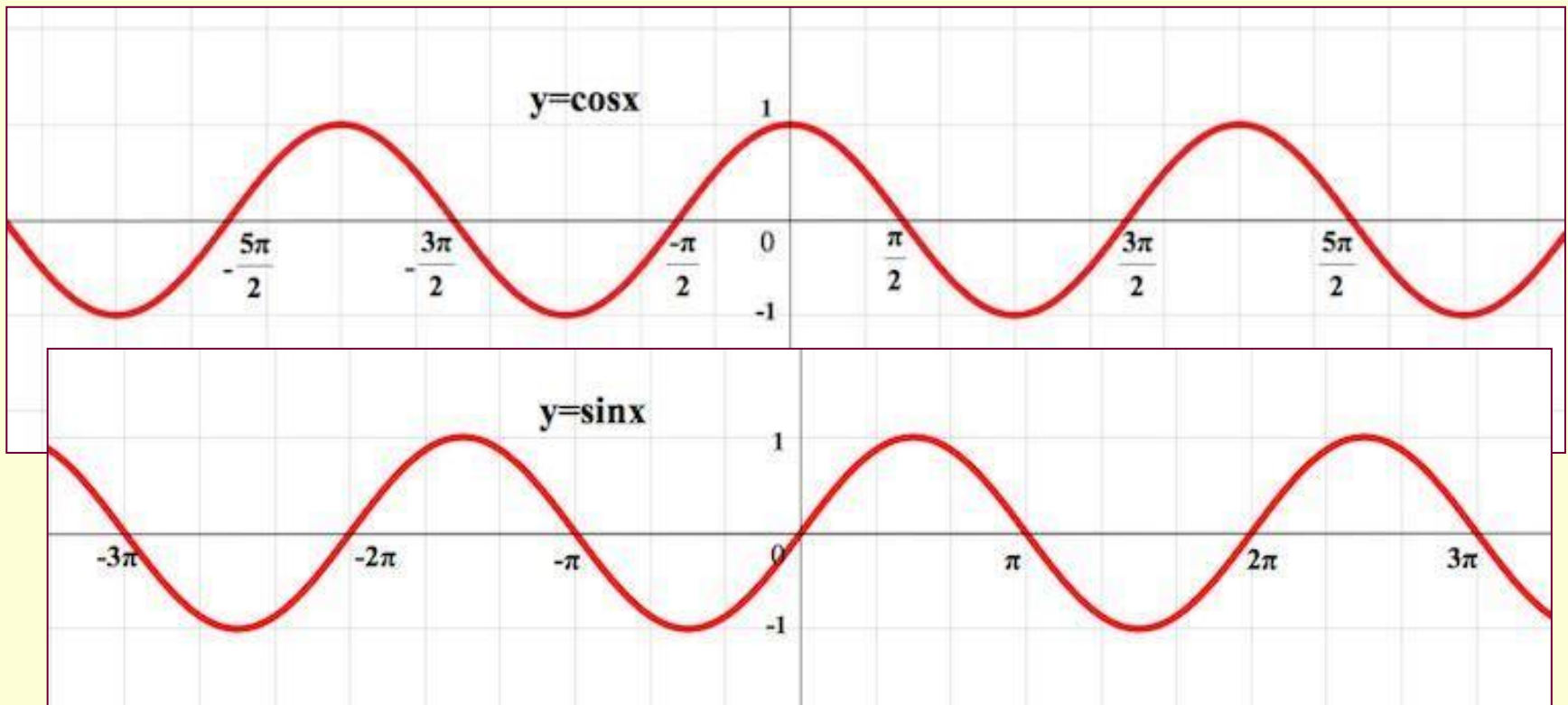


**Применение четности (нечетности) функций
при решении заданий с параметром**




Свойство нулей чётной (нечётной) функции


Если x является нулем функции, то и $-x$ тоже является нулем функции.





Свойство нулей чётной (нечётной) функции

- Если $x = 0$ является *нулем чётной (нечётной) функции*, то функция имеет **нечётное** количество нулей.
 - Если $x = 0$ не является *нулем чётной (нечётной) функции*, то функция имеет **чётное** количество нулей.
- 




**Достаточное условие
наличия у уравнения нечётного
количества корней**

(необходимое для единственного корня)

Если функция $y = f(x)$ – чётная (нечётная), то уравнение $f(x) = 0$ имеет *нечетное* количество корней (*единственный корень*), если $x = 0$ является *корнем уравнения*.

Это условие **необходимое** для наличия единственного корня, но не **достаточное**!
Требуется всегда *проверка*, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра





Функция $y = f(x)$ чётной \Rightarrow

$$f(-x) = f(x)$$

Т.е функция *инвариантна* (неизменна)
при подстановке $-x$ вместо x

Поэтому **единственный корень** (нечётное
количество корней) уравнение имеет, если
 $-x = x$, т.е $x = 0$ – *корень уравнения*



Задание № 15

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение



Задание № 15

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$y = x^2 + (a - 6)^2 - |x - a + 6| - |x + a - 6|$$

$$y(-x) = (-x)^2 + (a - 6)^2 - |-x - a + 6| - |-x + a - 6|$$

$$y(-x) = x^2 + (a - 6)^2 - |x + a - 6| - |x - a + 6|$$

Если x_0 является корнем исходного уравнения, то и $-x_0$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если $x = 0$ является корнем уравнения

Задание 15

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

Подставим $x = 0$ в уравнение

$$(a - 6)^2 = 2|a - 6| \Leftrightarrow |a - 6| \cdot (|a - 6| - 2) = 0$$

$$|a - 6| = 0 \Leftrightarrow a = 6$$

$$|a - 6| = 2 \Leftrightarrow a = 4; \quad a = 8$$



При $a = 6$


$$x^2 = 2|x|$$

$$|x|^2 = 2|x|$$

$$|x|(|x| - 2) = 0$$

$x = 0$; $x = 2$; $x = -2$ – три корня (не
единственный)

При $a = 4$ и $a = 8$

$$x^2 + 4 = |x - 2| + |x + 2|$$


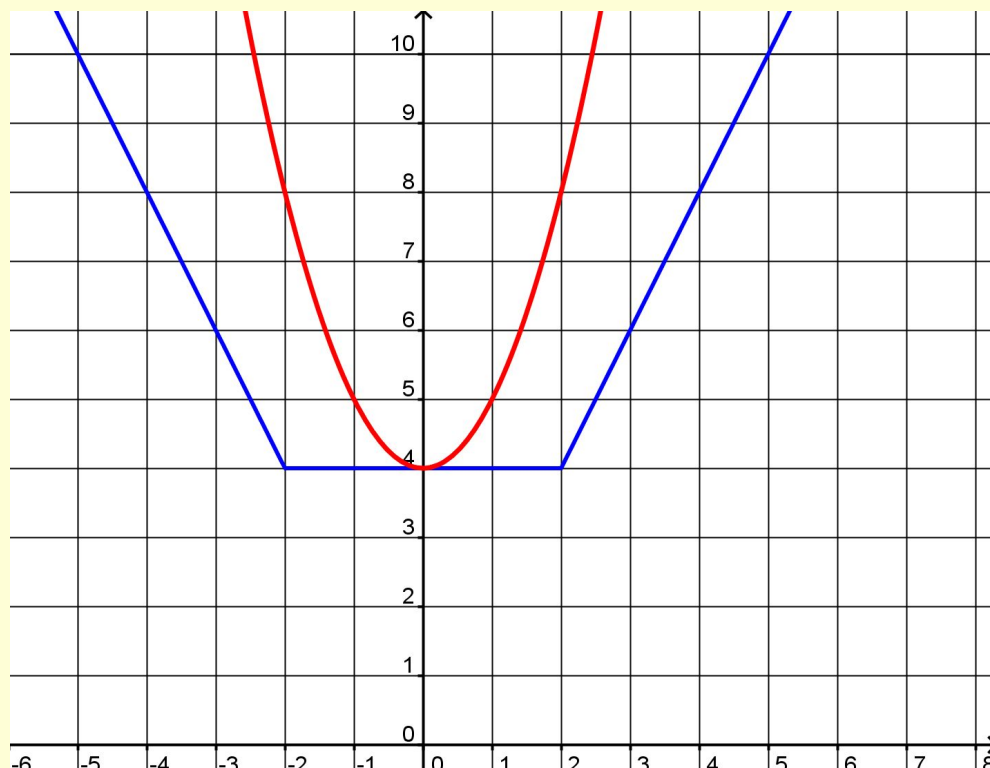
При $a = 4$ и $a = 8$

$$x^2 + 4 = |x - 2| + |x + 2|$$

Решим графически

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = |x - 2| + |x + 2|$$



уравнение имеет
единственный корень

$$x = 0$$

Ответ: При $a = 4$; $a = 8$ уравнение имеет единственный корень


Задание 16

Использование чётности (симметричности) функций

Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение

$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

имеет единственное решение.


$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

- Пусть $t = x - 1$, тогда уравнение примет вид


$$\left| t^2 - 2^{1-a} \right| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = 0$$


$$f(t) = \left| t^2 - 2^{1-a} \right| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a$$

$$f(-t) = \left| (-t)^2 - 2^{1-a} \right| + |-t| + (-t)^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = f(t)$$

Функция четная

Если x_0 является корнем исходного уравнения, то и $-x_0$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если $x = 0$ является корнем уравнения




$$|t^2 - 2^{1-a}| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = 0$$

Подставим $t = 0$ в уравнение

$$2^{1-a} + 2^{a-1} - 4 - 2^{2a} = 0$$


$$\frac{2}{2^a} + \frac{2^a}{2} - 4 - 2^{2a} = 0$$


• Пусть $t = 2^a$, тогда уравнение примет вид

$$\frac{2}{t} + \frac{t}{2} - 4 - t^2 = 0$$

$$4 + t^2 - 8t - 2t^3 = 0$$

$$(4 + t^2) - 2t(4 + t^2) = 0$$

$$(4 + t^2)(1 - 2t) = 0$$



$$(4 + t^2)(1 - 2t) = 0$$

$$1 - 2t = 0$$


$$t = \frac{1}{2}$$


$$2^a = 2^{-1}$$

$$a = -1$$

Подставим $a = -1$ в уравнение

$$\left|t^2 - 4\right| + |t| + t^2 + \frac{1}{4} - 4 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\left|t^2 - 4\right| + |t| + t^2 - 4 = 0$$



$$|t^2 - 4| + |t| + t^2 - 4 = 0$$

$$|t^2 - 4| + |t| = 4 - t^2$$

$$|t^2 - 4| + |t| > 0 \quad \text{при } t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 4 - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow |t^2 - 4| = 4 - t^2$$

$$4 - t^2 + |t| = 4 - t^2$$

$$|t| = 0 \Rightarrow t = 0$$

При $a = -1$ уравнение имеет единственный корень

Ответ: $a = -1$





При поиске параметра при котором уравнение имеет
единственный корень:

если функция $y = f(x)$ – чётная (нечётная), то уравнение $f(x) = 0$ имеет *единственный* корень, если $x = 0$ является *корнем уравнения*.

Поэтому надо подставить $x = 0$ в уравнение и найти соответствующие значения параметра a .

*Но надо помнить, что это условие **необходимое**, но не **достаточное**! Оно гарантирует нечетное количество корней, но не обязательно единственный корень.*

Требуется всегда *проверка*, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра. Удобно во многих случаях делать проверку графически.

Часто требуется сделать некоторую замену, чтобы получить четную функцию.






Применение геометрической информации





Задание № 17

При каждом a решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{1+x} = 32a\sqrt{2}, \\ \sqrt{x^2 + a^2 + 2 - 2x - 2a} + \sqrt{x^2 + a^2 - 6x + 9} = \sqrt{5}. \end{cases}$$


Задание № 17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2}$ - расстояние между точками С (x;a) и

$\sqrt{(x-3)^2 + a^2}$ - расстояние между точками С (x;a) и В(3;0)

$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2}$ - сумма расстояний АС и СВ

$\sqrt{(3-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$ - расстояние между точками

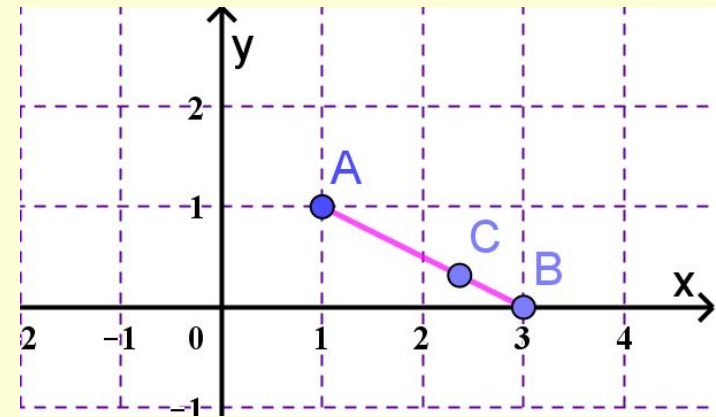
А (1;1) и В(3;0)

Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

Геометрический смысл уравнения:

Точка $C(x;a)$ лежит на отрезке AB , где $A(1;1)$; $B(3;0)$



Составим уравнение отрезка с концами в точках $A(1;1)$; $B(3;0)$

$$y = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

Точка $C(x;a)$ лежит на отрезке AB ,

$$y = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

$$\Rightarrow a = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

Задание №17

$$2^{1+x} = 32a\sqrt{2},$$

$$a = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

Подставим значение a в уравнение


$$2^{1+x} = 16(3 - x)\sqrt{2},$$

$$2^{x-3,5} = 3 - x,$$


$$x = 2,5$$

$$\Rightarrow a = 0,25$$

Ответ: *при* $a = 0,25$ $x = 2,5$



**Применение графических иллюстраций
при решении заданий с параметром**



Задание №18

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня

Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} xy^2 - 3xy - 3y + 9 = 0, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня

Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y - 3)(xy - 3) = 0, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

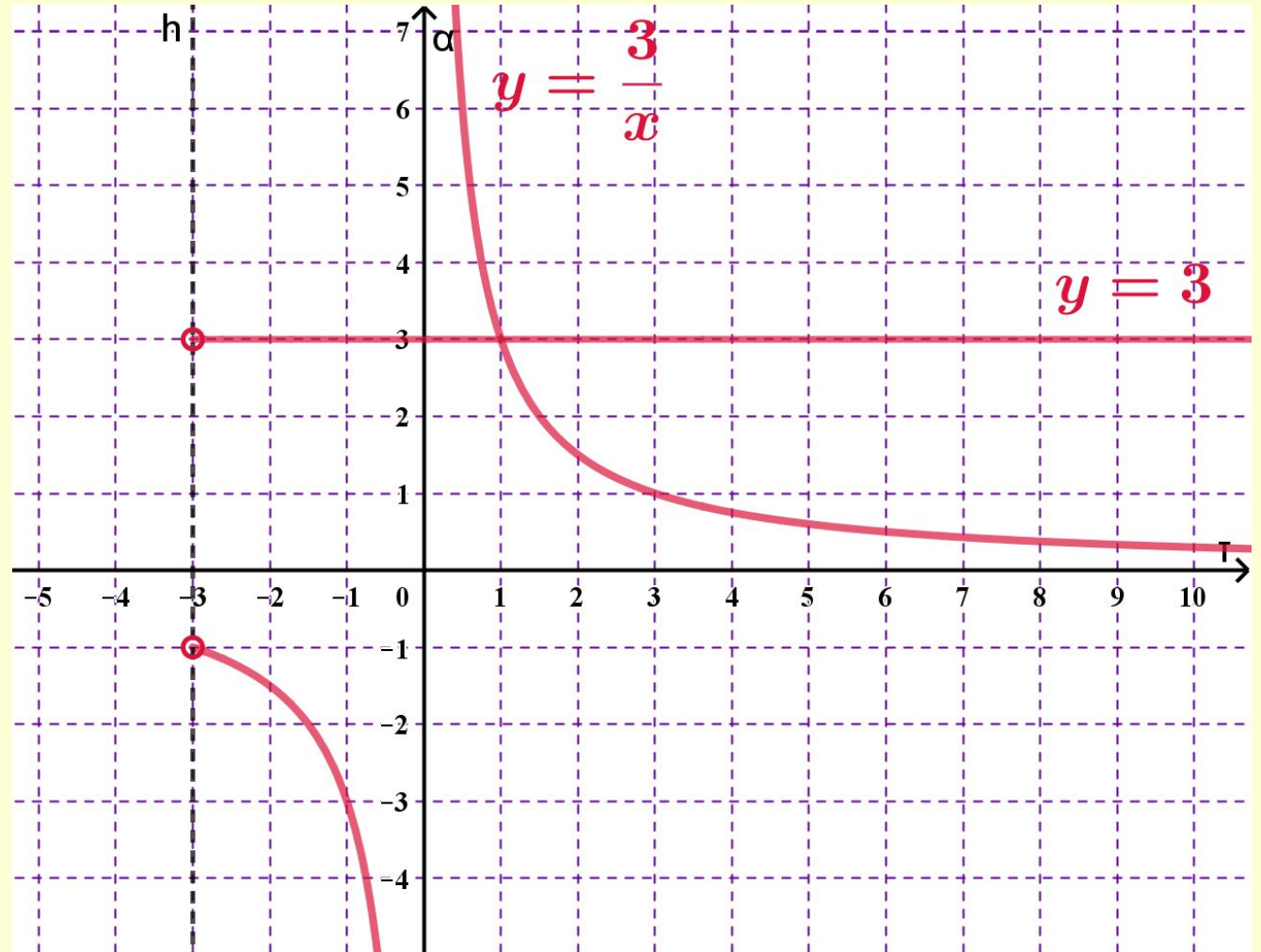
имеет ровно два различных корня

Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

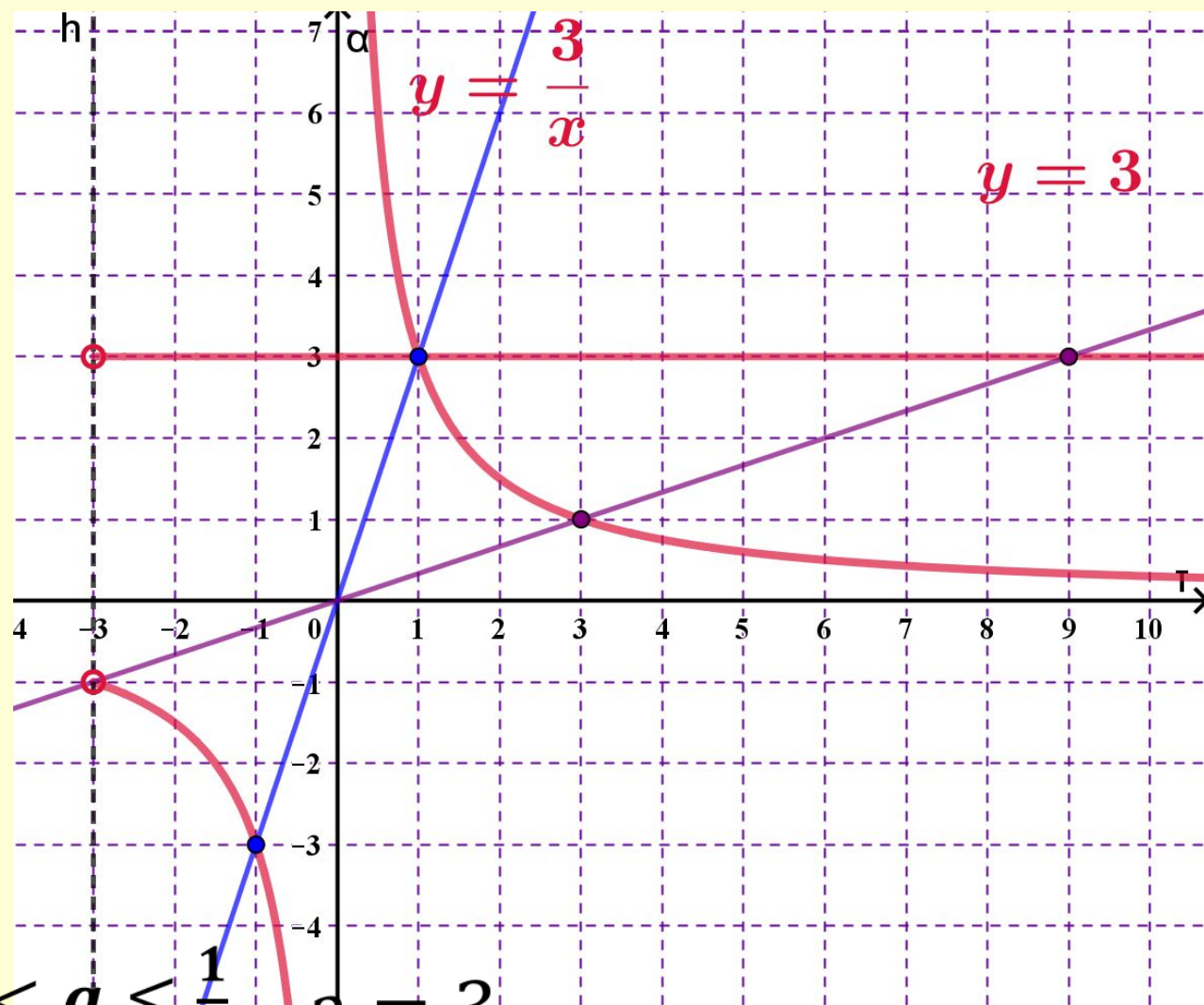
$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



имеет ровно два различных корня

$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



Ответ:

$$0 < a \leq \frac{1}{3}, \quad a = 3,$$



Применение монотонности функций

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$






Применение монотонности функций

• Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.





Для каждого значения параметра a
найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$

Ответ: $\left\{-\frac{1}{a}; 1\right\}$ при $a \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$;
{1} при $a = -1$ и $a = 0$; при прочих a корней нет.

