

Введение в математический анализ

Тема. Функции и способы их задания

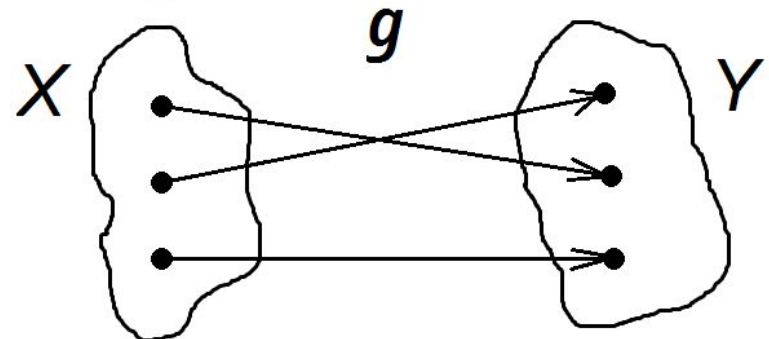
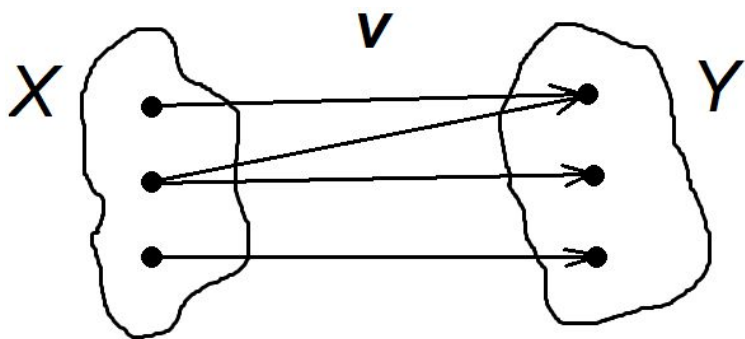
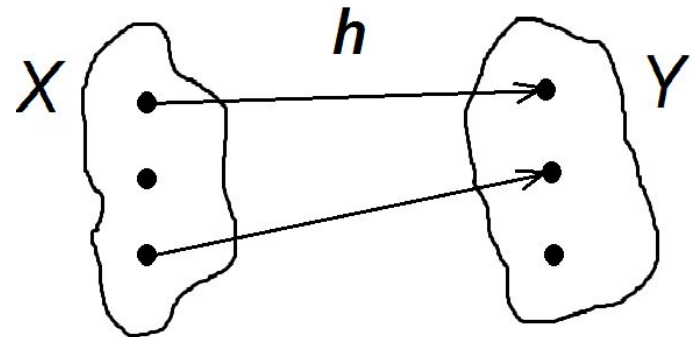
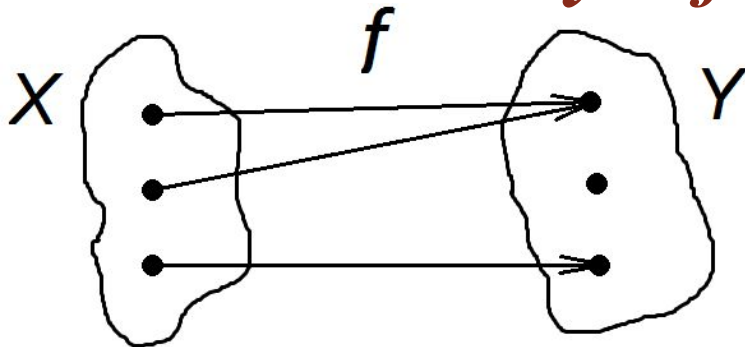
ВОПРОС 1

Функция и её свойства.

Определение

Пусть даны два непустых множества X и Y . Соответствие f , которое каждому элементу $x \in X$ сопоставляет один и только один элемент $y \in Y$, называется функцией.

Записывается $y = f(x)$ или $f: X \rightarrow Y$.



Определение

Множество X называется областью определения функции и обозначается $D(f)$.

Множество всех $y \in Y$ называется множеством значений функции и обозначается $E(f)$.

Переменная x называется *аргументом* или независимой переменной, а y – *функцией* или зависимой переменной .

Способы задания функции

- 1. Аналитический способ:** функция задается в виде одной или нескольких формул или уравнений.

Примеры: $y = x - 5$ $y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{при } x \geq 0 \\ x - 4, & \text{при } x < 0 \end{cases}$ $y^2 - 4x = 0$

- 2. Графический способ:** задается график функции.

Графиком функции $y(x)$ называется множество всех точек Oxy , абсциссами которых являются аргументы ($x \in X$), а ординатами – соответствующие им значения функции.

- 3. Табличный способ:** функция задается таблицей ряда значений аргумента и соответствующих значений функции.

На практике часто приходится пользоваться таблицами значений функции, полученных опытным путём или в результате наблюдений.

Свойства функций

1. Функция $y(x)$ называется *чётной*, если для любого $x \in D$ выполняется условие $y(-x) = y(x)$ ($-x \in D$). График чётной функции симметричен относительно оси Oy .

Функция $y(x)$ называется *нечётной*, если для любого $x \in D$ выполняется условие $y(-x) = -y(x)$. График нечётной функции симметричен относительно начала координат.

$y = x^2$ – чётная функция, т.к. $y(-x) = (-x)^2 = x^2 = y(x)$

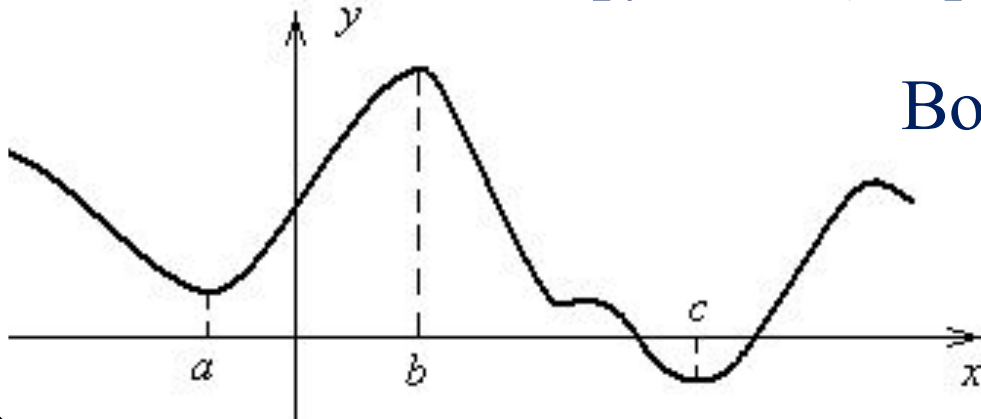
$y = x^3$ – нечётная функция, т.к. $y(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -y(x)$

$y = x - 1$ – функция общего вида, т.к. $y(-x) \neq y(x) \neq -y(x)$

Свойства функций

2. Функция $y(x)$ называется *возрастающей*, если для любых $x_1, x_2 \in D$ таких, что $x_1 > x_2$ выполняется неравенство $y(x_1) > y(x_2)$ (т.е. большему значению аргумента соответствует большее значение функции). График идёт снизу вверх.

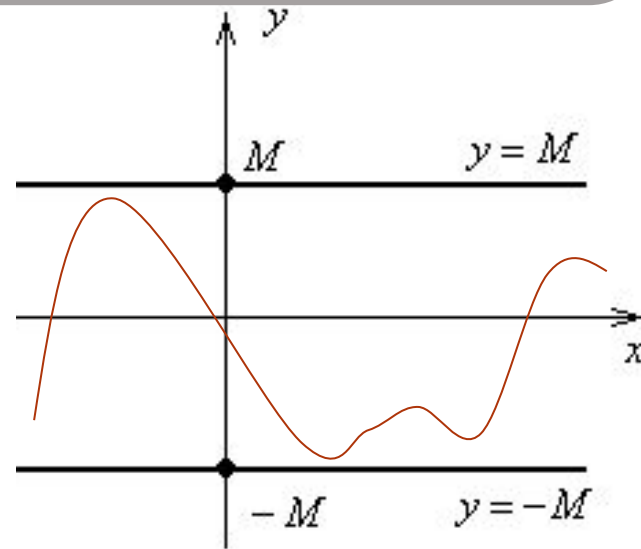
Функция $y(x)$ называется *убывающей*, если для любых $x_1, x_2 \in D$ таких, что $x_1 > x_2$ выполняется неравенство $y(x_1) < y(x_2)$ (т.е. большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции). График идёт сверху вниз.



Возрастающие и убывающие функции называются *монотонными*.

Свойства функций

3. Функция $y(x)$ называется *ограниченной*, если существует такое число $M > 0$, что для всех $x \in D$ выполняется неравенство $|y(x)| \leq M$.



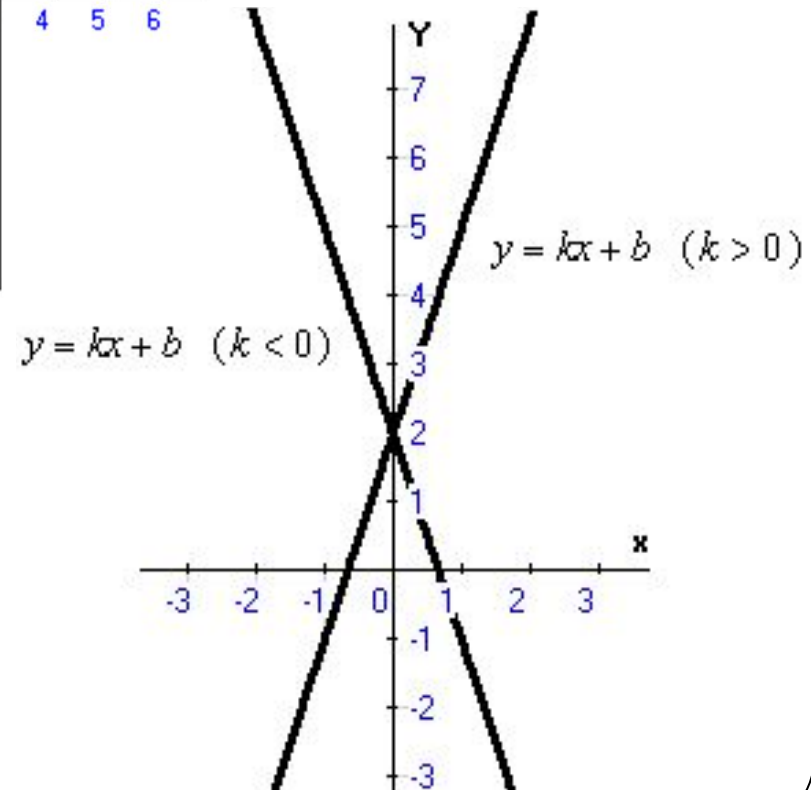
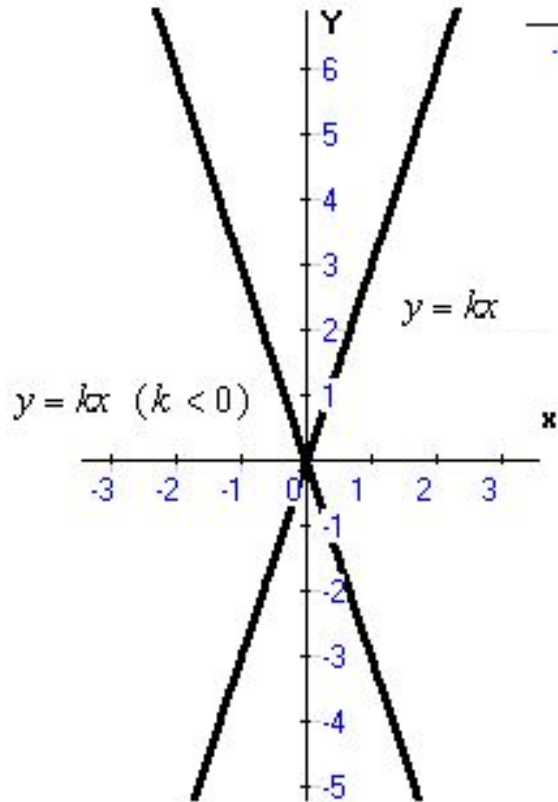
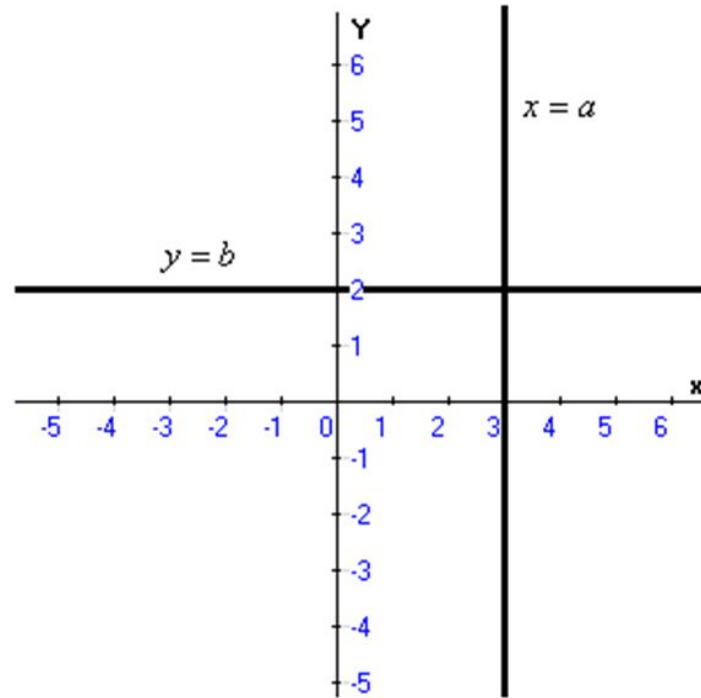
Следовательно, график функции лежит между прямыми $y = M$ и $y = -M$.

4. Функция $y(x)$ называется *периодической*, если существует такое число T , что для всех $x \in D$ выполняется равенство $y(x+T) = y(x)$ (если $x+T \in D$). При этом число T называется *периодом* функции. График повторяет сам себя.

ВОПРОС 2

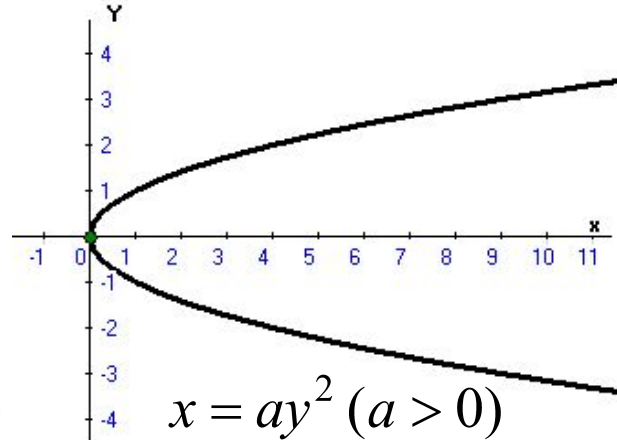
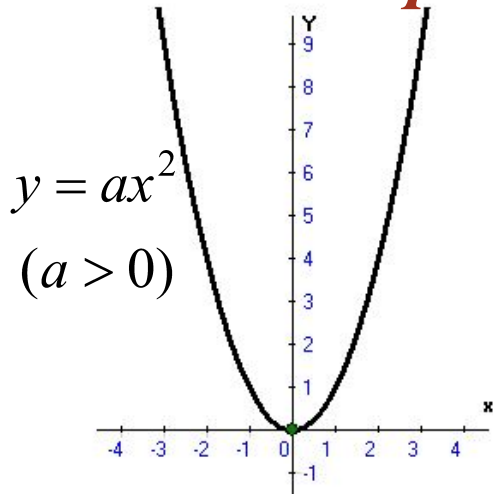
**Основные виды функций
и их графики.**

Линейные функции

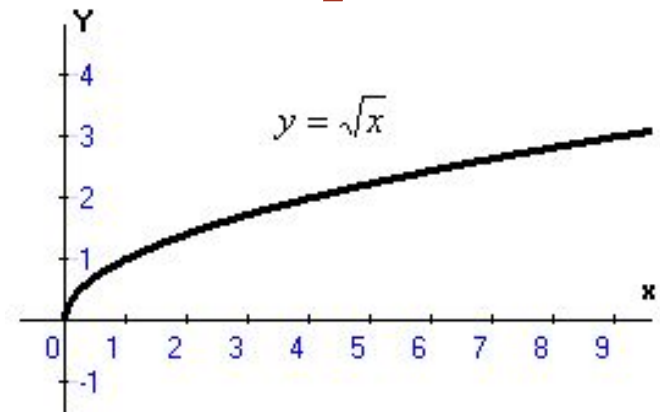


Степенные функции

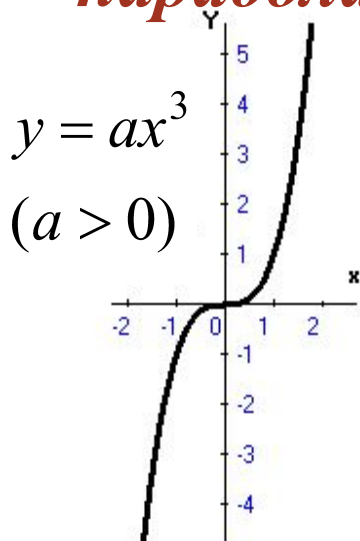
Парабола



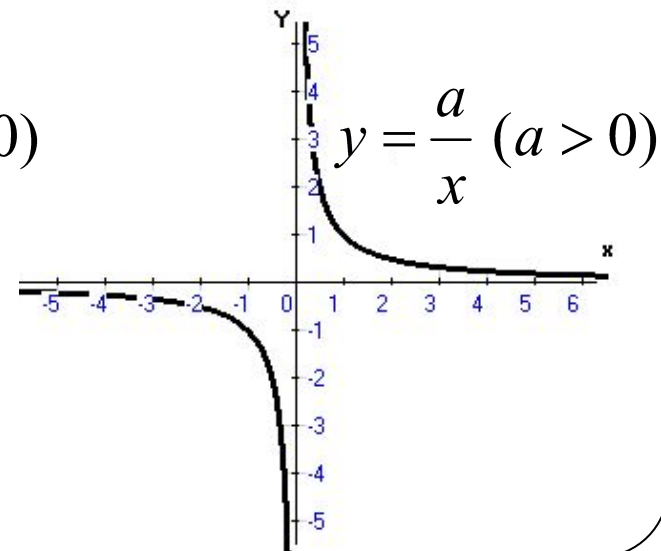
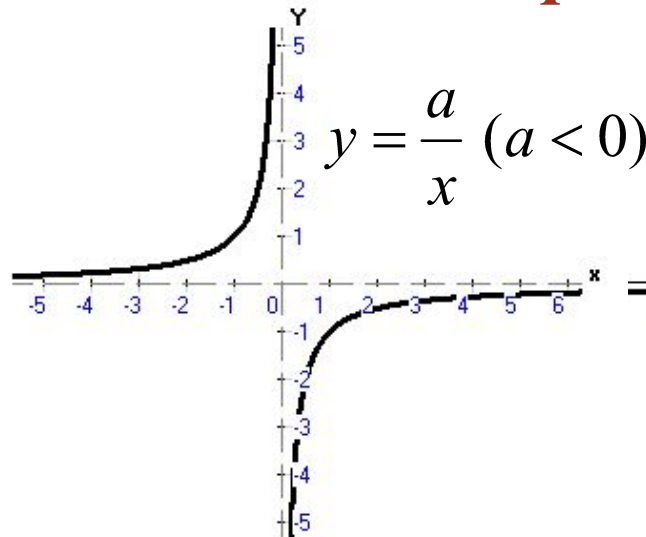
Квадратный корень



Кубическая парабола



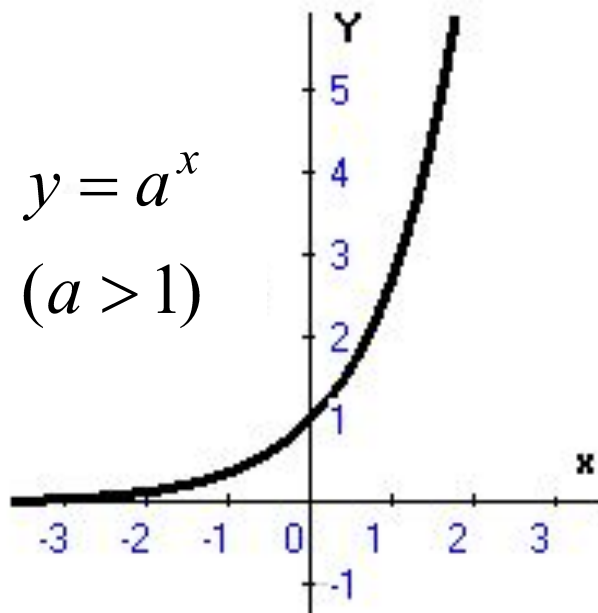
Гипербола



Показательные функции

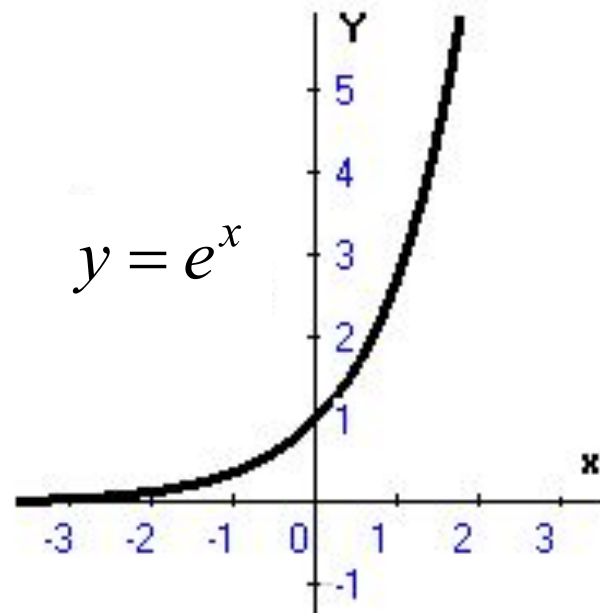
$$y = a^x$$

$(a > 1)$



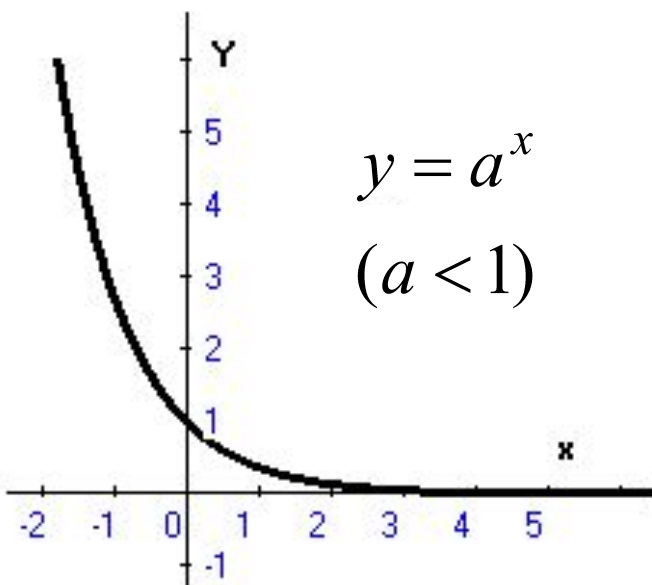
Экспонента

$$y = e^x$$

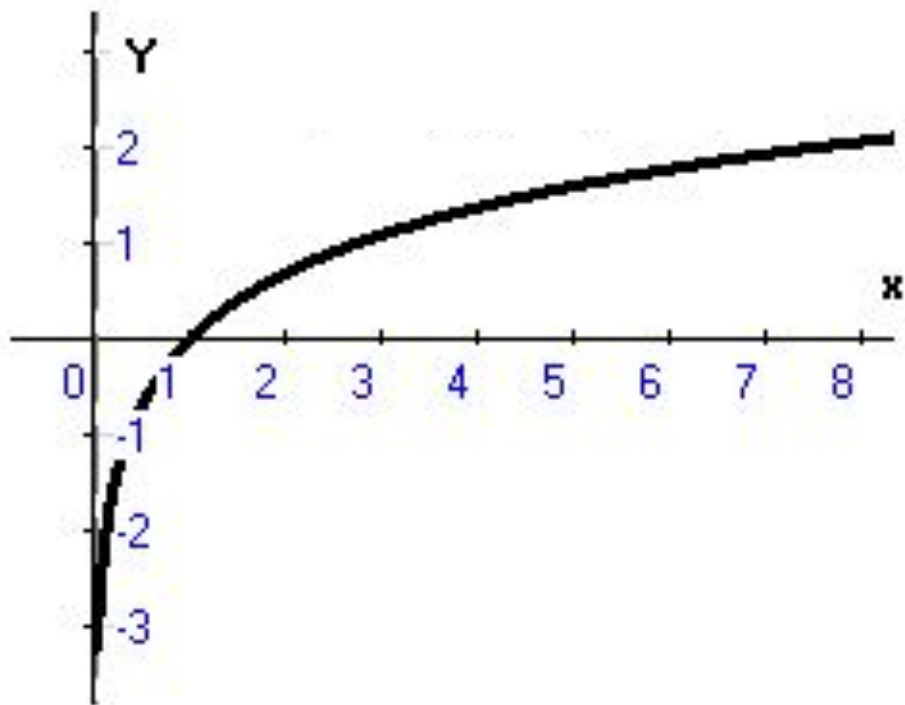


$$y = a^x$$

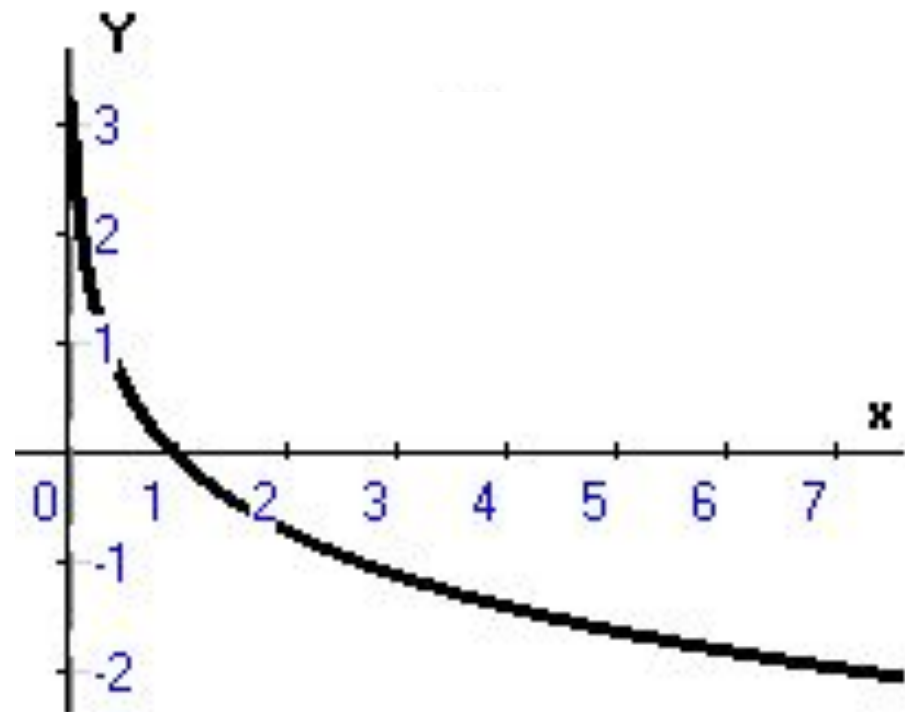
$(a < 1)$



Логарифмические функции



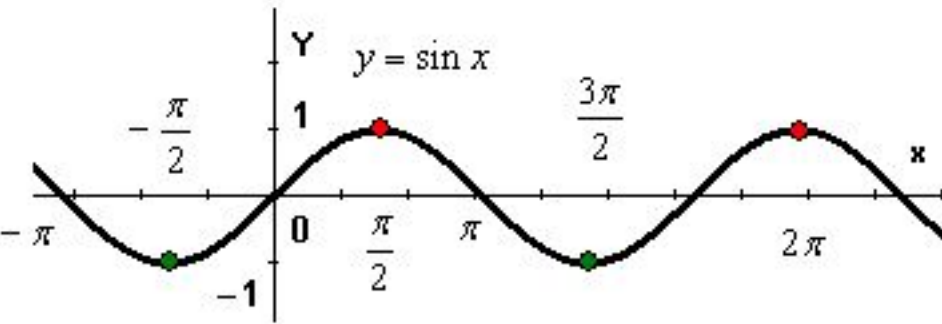
$$y = \log_a x \quad (a > 1)$$



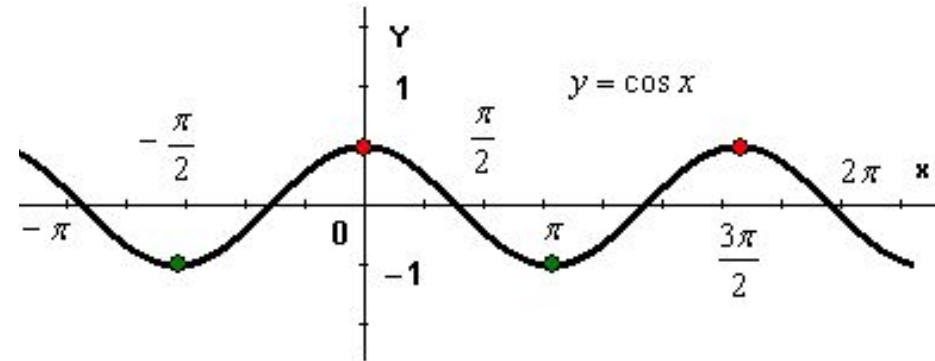
$$y = \log_a x \quad (a < 1)$$

Тригонометрические функции

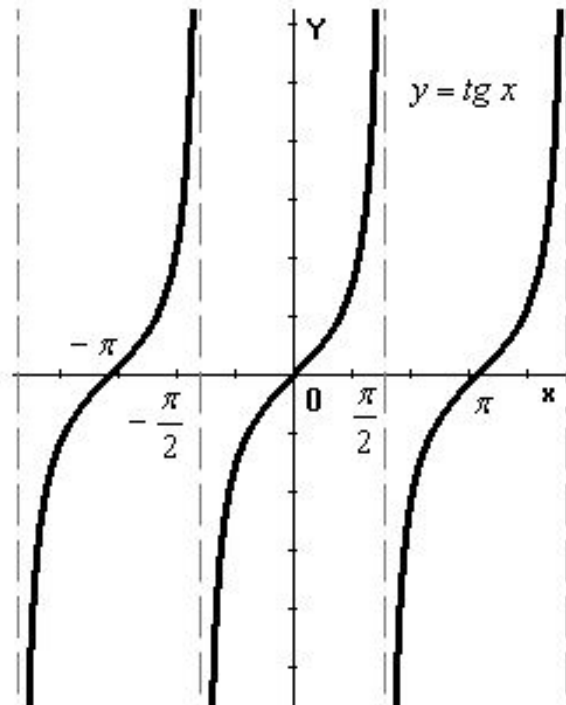
Синус



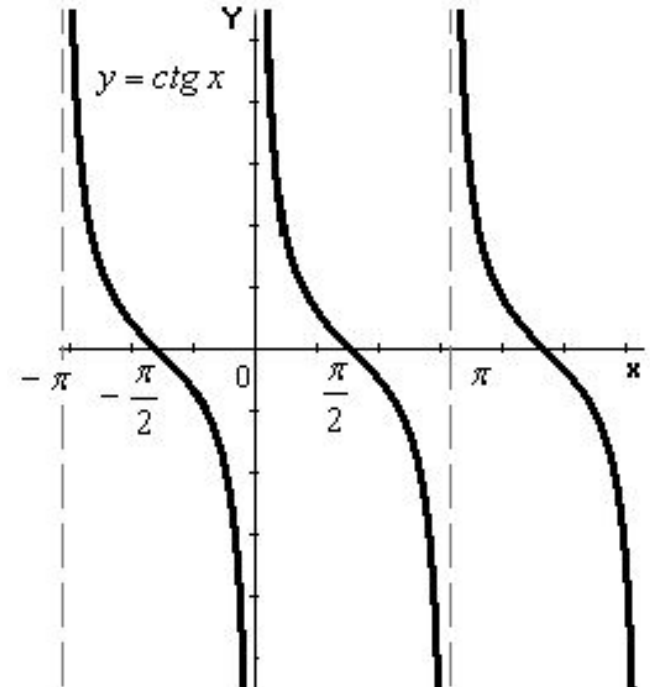
Косинус



Тангенс

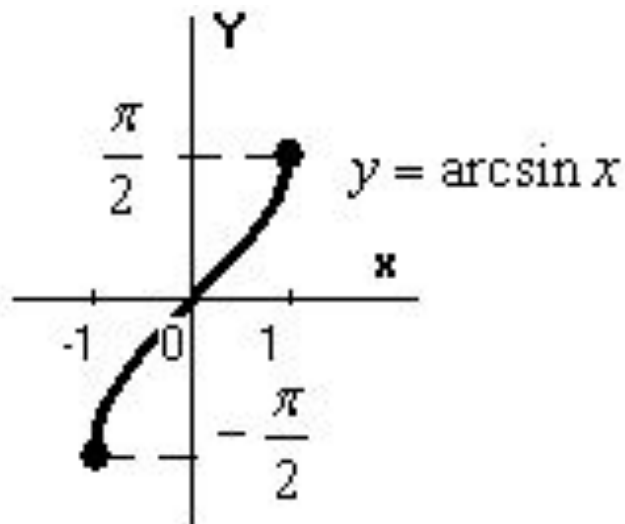


Котангенс

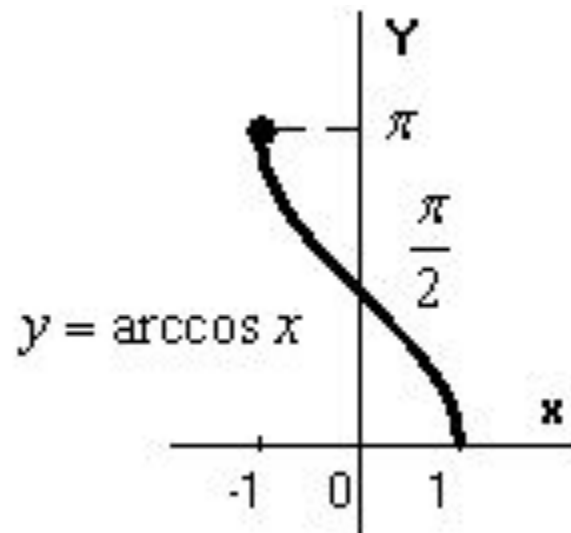


Обратные тригонометрические функции

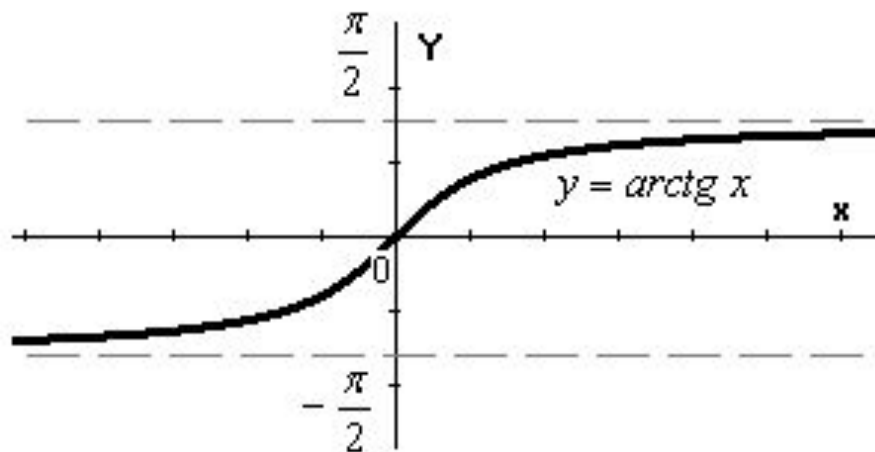
Арксинус



Арккосинус



Арктангенс



Арккотангенс

