

# ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

*“У математиков существует  
свой язык - это формулы”.*  
*С. Ковалевская*

Алгебра 7 класс

Учитель математики: Абакарова Р.А.

# Цель урока:



## Образовательные:

- ▶ систематизировать и обобщить знания по пройденной теме, проверить уровень усвоения учащимися соответствующих формул и правил.

## Развивающие:

- ▶ углубить знание учащихся, развить умение применять приемы сокращенного умножения при решении уравнений, при обнаружении и исправлении ошибок, объяснении своих действий, развитие творческой деятельности учащихся.

## Воспитательные:

- ▶ создание условий для включения каждого ученика в активную учебно-познавательную деятельность, где каждый может проявить себя, воспитание интереса к математике, расширение кругозора, включение в урок исторического материала.



“

**Предмет математики  
настолько серьезен,  
что полезно не  
упускать случая  
сделать его  
занимательным.**

## Устный счет

- 1. Представьте в виде квадрата положительного числа:  
а) 81 ;                      б) 0,04;                      в)  $\frac{36}{49}$  ;
- 3. Замените степень выражения одночленом стандартного вида:  
а)  $(2x)^2$ ;              б)  $(4m^2)^2$ ;              в)  $(-6x^3y)^2$ ;  
г)  $(0,1mn^3)^2$ .



**Какие формулы  
сокращенного  
умножения Вы знаете?**



# Формулы сокращённого умножения

## 1) Квадрат суммы двух выражений

$$1) (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

## 2) Квадрат разности двух выражений

$$2) (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

## 3) Разность квадратов двух выражений

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

## Сумма кубов двух выражений

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

## Разность кубов двух выражений

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$



# **I. Теоретический материал.**

**Установите**

**соответствия между  
выражениями левого  
и правого столбцов.**

**Какое выражение  
осталось без пары?**



**Почему?**

$$1) a^2 + 2ab + b^2$$

$$2) (a-b)(a + b)$$

$$3) a^2 - 2ab + b^2$$

$$4) (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5) (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$6) (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$$

$$а) a^2 - b^2$$

$$б) a^2 + b^2$$

$$в) a^3 + b^3$$

$$г) (a-b)^2$$

$$д) (a+b)^2$$

$$е) a^3 - b^3$$

$$ж) (a+b)^3$$



# Закончите формулировку

*Квадрат суммы двух выражений равен...*



*...квadrату первого выражения, плюс удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения.*

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

# Закончите формулировку

*Квадрат разности двух выражений равен...*



*...к квадрату первого выражения, минус удвоенное произведение первого и второго выражений, плюс квадрат второго выражения.*

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

*Закончите формулировку*

*Произведение разности двух выражений на  
их сумму равно...*



*...разности квадратов  
этих выражений.*

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

# *Закончите формулировку*

*Разность квадратов двух выражений  
равна...*



*...произведению разности  
этих выражений на их  
сумму.*

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

*Закончите формулировку*

*Сумма кубов двух выражений равна...*



*...произведению суммы этих  
выражений и неполного  
квадрата их разности.*

$$a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$$

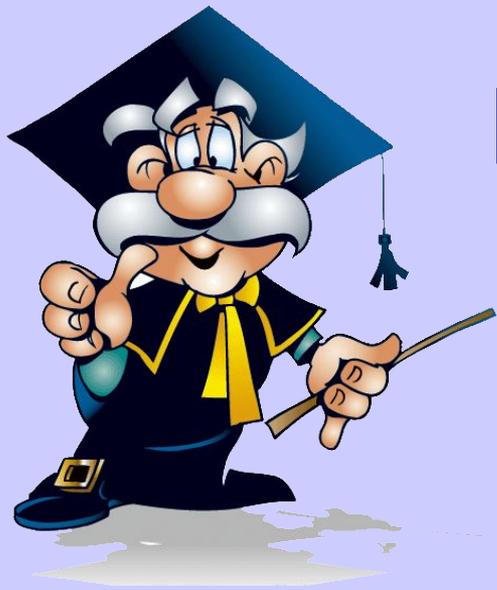
## *Закончите формулировку*

*Разность кубов двух выражений равна...*



*...произведению разности  
этих выражений и неполного  
квадрата их суммы.*

$$a^3 - b^3 = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$$



Разложите на множители:

$$a^2 - 4b^2$$

$$25x^2 - 36y^2$$

$$0,49x^4 - 0,01y^{10}$$



Преобразуйте в многочлен:

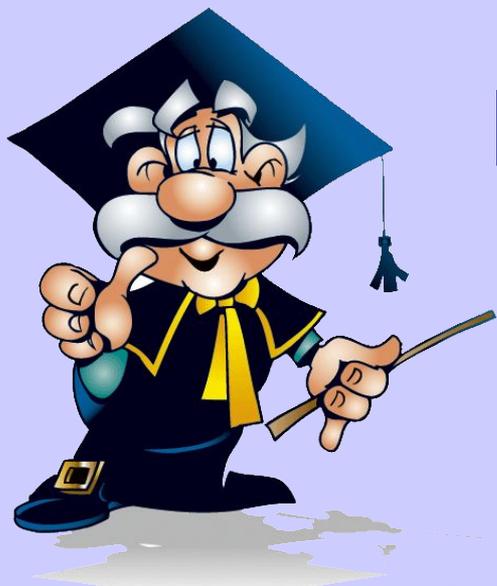
$$(a - 6)^2$$

$$(2a - 3)^2$$

$$(3x^3 - 5)^2$$

$$(-4x - 1)^2$$

Разложите на множители:



$$a^2 + 6ab + 9b^2$$

$$4a^4 + 4a^2b^3 + b^6$$

$$\frac{1}{16}a^2 - 2ab + 16b^2$$



Замените \* так, чтобы  
выполнялось равенство:

$$a^2 + 20a + * = (a + 10)^2$$

$$* - 12a + * = (3a - 2)^2$$

$$100x^2 + * + 49y^2 = (10x + *)^2$$

Найдите ошибки:

$$(v - y)^2 = v^2 - 2vy + y^2$$

$$(7 + c)^2 = 49 + 14c + c^2$$

$$(p - 10)^2 = p^2 - 20p + 100$$

$$(2a + 1)^2 = 4a^2 + 4a + 1$$

# Математический диктант

# Математический диктант

*Запишите:*

1. квадрат числа **a**;
2. удвоенное число **b**;
3. Сумму **x** и **y**;
4. сумму квадрата **x** и куба **y**;
5. удвоенное произведение **a** и **b**;
6. утроенное произведение **c** и **d**;
7. квадрат суммы **a** и **b**;
8. квадрат разности **x** и **y**;
9. произведение **b** и квадрата **a**;
10. произведение куба **a** и удвоенного числа **b**;

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

# Математический диктант

1.  $a^2$
2.  $2b$
3.  $x + y$
4.  $x^2 + y^3$
5.  $2ab$
6.  $3cd$
7.  $(a + b)^2$
8.  $(x - y)^2$
9.  $b \cdot a^2$
10.  $a^3 \cdot 2b$



$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

# **Кодированный математический диктант.**

## **Задания**

**пронумерованы  
буквами, ответы -  
цифрами. Запишите  
по порядку буквы,  
соответствующие**



О)  $49 + 14y + y^2$

Л)  $a^3 - 125$

И)  $2v^2 - 2v + 50$

1)  $(7-y)(7+y)$

2)  $(x-3)^3$

3)  $(a-5)(a^2 + 5a + 25)$

О Л И М П И А Д А

7 3 6 5 1 2 4 8 9





# СМОТРИ, НЕ ОШИБИСЬ!

$$(x \dots y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(3x - 5y)^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$$

$$(\dots \dots \dots)^2 = \dots - 28xy \dots 49x^2$$

*2y - 7x*      *4y<sup>2</sup>*      *+*

$$(x - \dots)^2 = \dots \dots 20x \dots \dots$$

$$25a^2 + 10ab + b^2 = (5a + b)^2$$

*10ab*

*5a + b*

# Упростите выражение:

$$(a-4)^2 - 2a(3a-4)$$

А)  $-5a^2 + 16$ ;

Б)  $-5a^2 + 8a - 16$ ;

В)  $-5a^2 + 8$ ;

Г)  $-5a^2 + 8a - 4$ .



# Упростите выражение:

$G_n = -10$   
 $K_{10} = K_8 +$   
 $K = 7s + 8$

$$(c + 5)^2 - c(10 - 3c)$$

А)  $-2c^2 + 25$  ;

Б)  $4c^2 - 10c + 25$  ;

В)  $4c^2 - 5c + 25$  ;

Г)  $4c^2 + 25$ .



# Упростите выражение:

$G_n = -10$   
 $K_{10} = K_8 +$   
 $K = 7s + 8$

$$3(a-1)^2 + 6a$$

А)  $9a^2 - 6a + 9$ ;

Б)  $3a^2 + 6a - 3$ ;

В)  $3a^2 + 1$ ;

Г)  $3a^2 + 3$ .



# Упростите выражение:

$G_n = -10$   
 $K_{\text{вд}} = K_{\text{г}} +$   
 $K = 7s + 8$

$$8x + 4(1 - x)^2$$

А)  $4x^2 + 4$ ;

Б)  $4 + x^2$ ;

В)  $4 + 8x^2 - 4x^2$ ;

Г)  $16x^2 - 24x + 16$ .



**Преобразуйте в многочлен  
выражения:**

$$4c(c - 2) - (c - 4)^2$$

**А)  $3c^2 - 16$ ;**

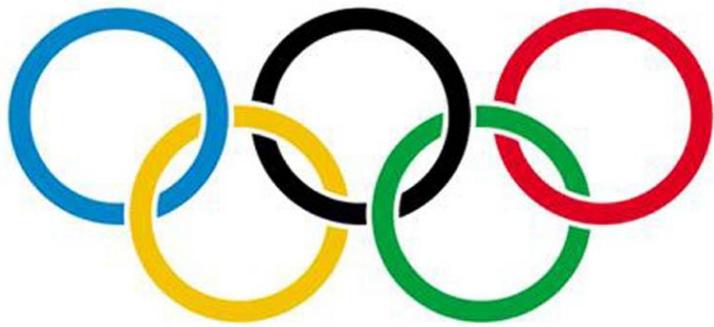
**Б)  $5c^2 - 16$ ;**

**В)  $3c^2 - 16c - 16$ ;**

**Г)  $3c^2 + 16$ .**



Узнайте единение каких континентов символизируют эти кольца. Замените выражения многочленами стандартного вида.



$$(x + a)^2$$

$$(a - 2a)^2$$

$$(x + 2a)^2$$

$$(2x - 3a)^2$$

$$(a^2 - x)^2$$





Цвет колец в верхнем ряду — голубой для Европы, чёрный для Африки, красный для Америки, в нижнем ряду — жёлтый для Азии, зелёный для Австралии.

« В здоровом теле  
здоровый дух! »



РОССИЯ, ВПЕРЕД!



# Расширение знаний по формулам сокращенного умножения

# Проект № 1

- \* **Цель проекта:** научиться возводить в квадрат сумму трёх, четырёх, и т.д. слагаемых.

$$(a+b+c+d)^2$$

$$(a+b+c+d+e)^2$$

$$(a+b+c)^2$$

$$(a+b+c+d+e+k)^2$$

Возводить в квадрат сумму трёх, четырёх, и более слагаемых

$$(a+b+c+d)^2 =$$

$$= ((a+b) + (c+d))^2 =$$

$$= (a+b)^2 + 2(a+b)(c+d) + (c+d)^2 =$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + c^2 + 2cd + d^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

$$(a + b + c + d)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 2ab + 2ac + 2ad + 2bc + 2bd + 2cd$$

\* **ВЫВОД:** квадрат суммы трёх, четырёх и более чисел равен сумме квадратов каждого из этих чисел плюс удвоенные произведения каждого из этих чисел на числа, следующие за ним.

Вычислите:

$$(3x+4y+5z)^2 =$$

$$= 9x^2 + 16y^2 + 25z^2 + 24xy + 30xz + 40yz$$

# Проект № 2

- \* Цель проекта: **НАУЧИТЬСЯ ВОЗВОДИТЬ**  
**двучлен в любую натуральную**  
**степень.**

$$(a+b)^4 =$$

$$(a+b)^2(a+b)^2 =$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)(a^2 + 2ab + b^2) =$$

$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^4 =$$

$$= ((a+b)^2)^2 =$$

$$= (a^2 + 2ab + b^2)^2 =$$

$$= a^4 + 4a^2b^2 + b^4 + 4a^3b + 2a^2b^2 + 4ab^3 =$$

$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Рассмотрим двучлены:

$$(a + b)^0 = 1$$

$$(a + b)^1 = 1a + 1b$$

$$(a + b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a + b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$$

Составим таблицу из их коэффициентов:

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

# Треугольник Паскаля

Каковы коэффициенты многочлена  $(a+b)^n$  ?

$$(a+b)^0 =$$

$$(a+b)^1 =$$

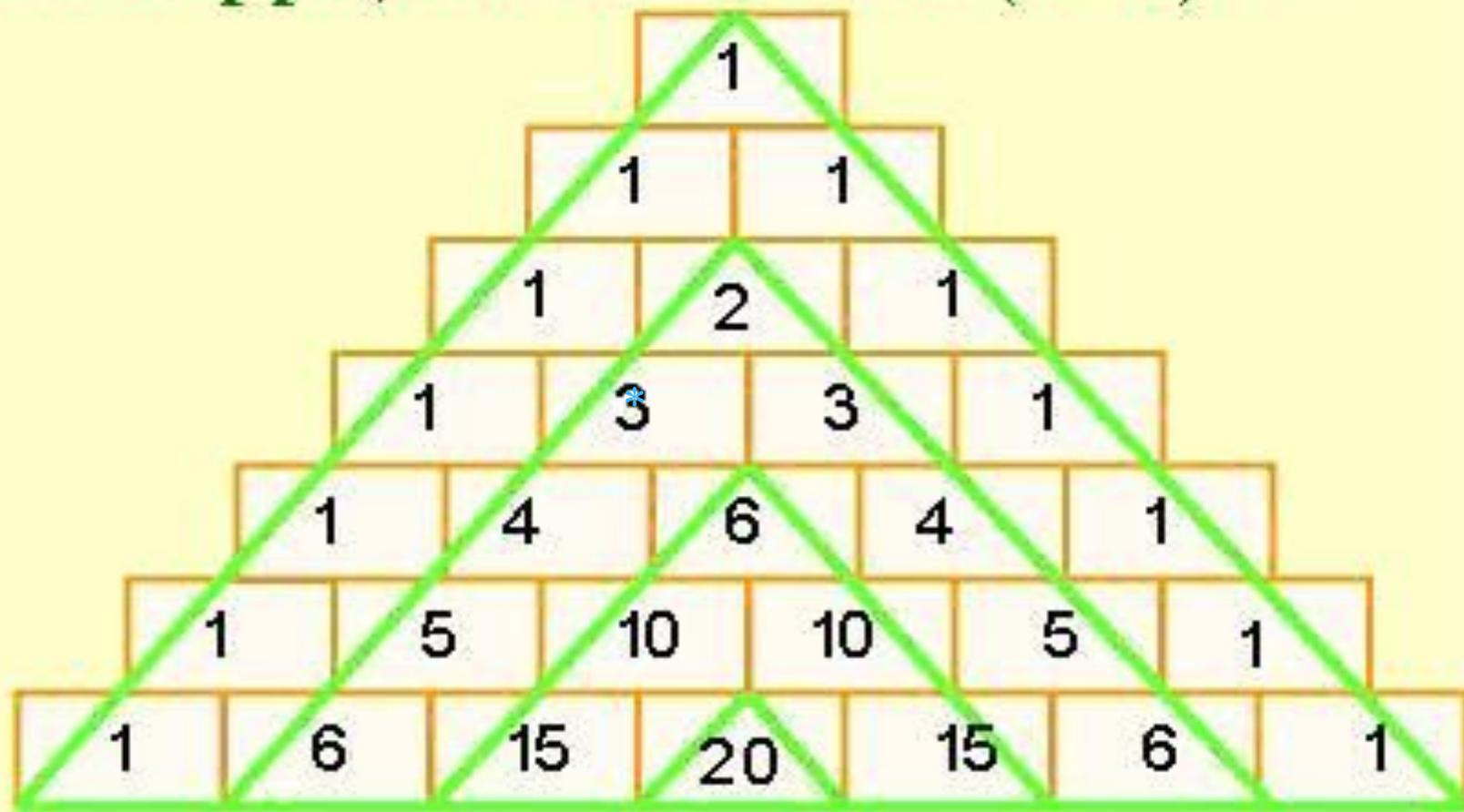
$$(a+b)^2 =$$

$$(a+b)^3 =$$

$$(a+b)^4 =$$

$$(a+b)^5 =$$

$$(a+b)^6 =$$



# Блез Паскаль (1623 – 1662)

## Блез Паскаль

Щедро одаренный от природы французский философ, писатель, физик, математик Блез Паскаль (1623-1662), современник Декарта и Ферма, изобрел первую счетную машину и сделал многое в области математики, которая называется комбинаторикой.



Блез Паскаль  
Гравюра



# Где применяются формулы сокращенного умножения?

- \* При упрощении выражений.
- \* При разложении выражений на множители.
  - \* При решении уравнений.
  - \* При доказательстве тождеств.

- \* Применяются в некоторых математических фокусах.
- \* Предлагается кому-нибудь задумать не очень большое число и возвести его в квадрат. К результату попросите прибавить удвоенное задуманное число и ещё единицу. Выяснив окончательный результат, вы сможете назвать задуманное число. Как найти задуманное число?
- \* формула  $a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$

# Домашнее задание

1. Повторить формулы сокращенного умножения
2. Постройте треугольник Паскаля
3. Возведите в степень  $(a + b)^5$
4. Возводить в квадрат сумму пяти слагаемых  $(a+b+c+d +e)^2$
5. Подготовиться к контрольной работе.



$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

# Многочлен

**Это сумма одночленов**

# Одночлен

**Произведение числовых и  
буквенных множителей**

# Диковинные названия

Как можно назвать  
одночлен?  
**Моном**

Двучлен -  
Как можно назвать  
двучлен?  
**Бином**

Многочлен -  
Как можно по-другому  
назвать многочлен?  
**Полином**

Как по-  
другому  
можно  
назвать  
трехчлен?  
**Трином**

Как  
называется  
многочлен  
такой же  
переменной?  
**Многочлен с  
одной  
переменной**  
 $a^2 + 2ab + b^2$

Как называется данный  
многочлен, учитывая его  
степень?  
**Однородный  
многочлен**

$$3ab - 4a^2 + 5ab$$

**Много даёт математика для умственного развития человека – заставляет думать, соображать, искать простые и красивые решения, помогает развивать логическое мышление, умение правильно и последовательно рассуждать, тренировать память, внимание, формирует многие учебные навыки.**

**«Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит»**

**М.В**

**Ломоносов**



**Мне очень понравилось,  
я всё понял, у меня всё  
получается**



**Я узнал новое на  
уроке**



**У меня не всё  
получилось**

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Спасибо за  
урок!



# Исторические сведения.

- \* Формулы сокращенного умножения были известны еще 4000 лет назад. Ученые Древней Греции представляли величины не числами или буквами, а отрезками прямых. Вместо «произведение  $a$  и  $b$ » говорилось «прямоугольник, содержащийся между  $a$  и  $b$ », вместо  $a^2$  «квадрат на отрезке  $a$ ». В книге Евклида «Начала» правило квадрата суммы выражается так: «если прямая линия как-либо рассечена точкой  $C$ , то квадрат на всей прямой равен квадратам на отрезках вместе с дважды взятым прямоугольником ,