



# Производная

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ, ЕЕ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ФИЗИЧЕСКИЙ  
СМЫСЛ**

«Нет ни одной области математики,  
как бы абстрактна она ни была, которая  
когда-нибудь не окажется применимой к  
явлениям действительного мира».

*Н.И. Лобачевский*

# Оценочный лист

Теоретический этап	Составь слово	Геометрический смысл производной	Физический смысл производной	Тест	Активность на уроке
0-8 баллов	0-7баллоа	0-6 баллов	0-6 баллов	0-6 баллов	0-5 баллов

# Перевод баллов в оценку

- «**5**» от **30** баллов и больше
- «**4**» от **20** до **29**
- «**3**» от **15** до **19**
- «**2**» меньше **15**

# ЦЕЛИ УРОКА :

- Обобщить и систематизировать материал по темам «Производная», «Геометрический и механический смысл производной».
- Показать связь понятия производной с геометрией и физикой, необходимость знания материала темы при решении прикладных задач.
- Развивать логическое мышление, самостоятельность, умение анализировать, навыки самоконтроля.

## **Вспомним, что известно**

- 1. Дать определение производной.**
- 2. Каков физический смысл производной?**
- 3. Каков геометрический смысл производной?**
- 4. Какая операция называется дифференцированием?**
- 5. Правила дифференцирования:**
  - Производная суммы**
  - Производная степени**
  - Производная произведения двух функций**
  - Производная частного**

# Теоретический этап

**Да+**      **Нет-**      (за правильный ответ 1 балл)

1. Производной функции в точке  $x$  называется число, к которому стремится разностное отношение при  $\Delta x \rightarrow 0$
- 2.
3. Физический смысл производной : Производная - мгновенная скорость изменения функции.
4. Производная суммы равна сумме производных.
5. Производная степени равна  $(x^n)' = x^{n-1}$
6. Производная постоянной равна 1.
7. Постоянный множитель можно вынести за знак производной
8. Производная произведения равна произведению производных

# Теоретический этап

(за правильный ответ 1 балл)

- + 1. Производной функции в точке  $x$  называется число, к которому стремится разностное отношение при  $\Delta x \rightarrow 0$
- 2.  $\kappa = f(x_0)$
- + 3. Физический смысл производной : Производная - мгновенная скорость изменения функции.
- + 4. Производная суммы равна сумме производных.
- + 5. Производная степени равна  $(x^n)' = x^{n-1}$
- 6. Производная постоянной равна 1.
- + 7. Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
- 8. Производная произведения равна произведению производных





# Самостоятельная дифференцированная работа

## «Составь слово».

За верный ответ 1 балл.

Б	Е	И	Й	Л	Н	О	Т	Ь	Ц	Ю
$-\frac{1}{x^2} = x^{-2}$	$3x^2$	$2x$	$5(x-4)^4$	$6x$	$3$	$5(x+2)^4$	$2x-2$	$2$	$6x^2 - 5$	$5(x)^4$

№	1 вариант (уровень А)	Буква	№	2 вариант (уровень Б)	Буква
1.	$(3x)' =$			$(3x^2 + 2)' =$	
2.	$(2x+1)' =$		2.	$(x^3 - 7)' =$	
3.	$(x^5)' =$		3.	$((x-4)^5)' =$	
	$(\frac{4}{x^2} - 2x+1)' =$		4.	$(\frac{1}{x})' =$	
5.	$((x+3)^5)' =$		5.	$-(1-3x)' =$	
6.	$(7+3x)' =$		6.	$((x-3)(x+3))' =$	
			7.	$(2x^3 - 5x+4)' =$	

# Ответ

№	1 вариант (уровень А)	Буква	№	2 вариант (уровень Б)	Буква
1.	$(3x)' =$	Н		$(3x^2 + 2)' =$	Л
2.	$(2x + 1)' =$	Ь	2.	$(x^3 - 7)' =$	е
3.	$(x^5)' =$	Ю	3.	$((x - 4)^5)' =$	Й
4.	$(x^2 - 2x + 1)' =$	Т	4.	$\left(\frac{1}{x}\right)' =$	б
5.	$((x + 3)^5)' =$	О	5.	$-(1 - 3x)' =$	н
6.	$(7 + 3x)' =$	Н	6	$((x - 3)(x + 3))' =$	И
			7	$(2x^3 - 5x + 4)' =$	Ц

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

# Самостоятельная работа

## 1 вариант ( Уровень А)

(За верно решенное задание -2 балла)

1. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^2 - 5x$  в точке  $x_0 = 2$
2. Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = x^3 - 1$  в точке  $x_0 = 4$

## 2 вариант ( Уровень Б)

(За верно решенное задание -5 баллов)

Составить уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = x^2 - 3x$$

в

точке

$$x_0 = 4$$

**Составить уравнение касательной к графику функции**

$$f(x) = 2x - x^2$$

*в*

*точке*

$$x_0 = 0$$

## 1 вариант

1. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^2 - 5x$  в точке  $x_0 = 2$ .

Решение.

$$1) y' = (x^2 - 5x)' = 2x - 5$$

$$2) k = f'(x_0) = f'(2) = 2 \cdot 2 - 5 = -1 \quad \text{Ответ : } k = -1$$

2. Найти тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = x^3 - 1$  в точке  $x_0 = 4$

Решение.

$$1) f'(x) = (x^3 - 1)' = 3x^2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0) = f'(4) = 3 \cdot 4^2 = 3 \cdot 16 = 48 \quad \text{Ответ:} \quad \operatorname{tg} \alpha = 48$$

## 2 вариант .

**Составить уравнение касательной к графику функции**

$$f(x) = x^2 - 3x$$

*в*

*точке*

$$x_0 = 4$$

**Решение.**

$$1. y_0 = f(x_0) = f(4) = 4^2 - 3 \cdot 4 = 16 - 12 = 4$$

$$2. f'(x) = (x^2 - 3x)' = 2x - 3$$

$$3. f'(x_0) = f'(4) = 2 \cdot 4 - 3 = 5$$

**4. Подставляем  $y_0, f'(x_0), x_0$  в уравнение**

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y - 4 = 5(x - 4)$$

$$y = 5x - 20 + 4$$

$$y = 5x - 16$$

# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

$$v(t) = s'(t) = x'(t)$$

**Мгновенная скорость ( $v$ ) – это производная пути ( $s$ ) по времени ( $t$ ) или производная от координаты движения**

$$a(t) = v'(t)$$

**Ускорение ( $a$ ) – это производная скорости ( $v$ ).**



## Задача 1 ( 2балла)

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^3 - 4t^2$  (м). Найти скорость и ускорение в момент  $t=5$ с.

# ЗАДАЧИ

Задача 2. (1балл)

Лифт после включения движется по закону  $s(t) = t^2 + 2t + 12$ . Найти скорость лифта в конце 5 секунды.

Задача 3. (2балла)

Лыжник, спускаясь с горы, движется по закону  $s(t) = 0,5t^2 - t$ . Найти скорость и ускорение лыжника в момент времени  $t=3$  с, если расстояние измеряется в метрах. Какое это движение?

### Задача 2 (1балл)

Лифт после включения движется по закону  $S(t) = t^2 + 2t + 12$ .

Найти скорость лифта в конце 5 секунды. *Решение.*

$$V(t) = S'(t)$$

$$V(t) = (t^2 + 2t + 12)' = 2t + 2$$

$$V(5) = 2 \cdot 5 + 2 = 12(\text{м/с})$$

### Задача 3. (2балла)

Лыжник, спускаясь с горы, движется по закону  $S(t) = 0,5t^2 - t$ .

Найти скорость и ускорение лыжника в момент времени  $t = 3$  с, если расстояние измеряется в метрах. Какое это движение? *Решение.*

$$V(t) = S'(t)$$

$$V(t) = (0,5t^2 - t)' = 0,5 \cdot 2t - 1 = t - 1$$

$$V(3) = 3 - 1 = 2(\text{м/с})$$

$$a(t) = V'(t)$$

$$a(t) = (t - 1)' = 1(\text{м./с}^2)$$



Die Sitze bitte  
nicht festhalten

Wellenflag

Задача . Родители гуляя с ребенком решили сфотографировать его на каруселях. Вращение карусели совершается по закону  $\varphi(t) = \frac{1}{9}t^3 - \frac{5}{2}t^2$  . Фотография может получиться хорошего качества только при ускорении равном  $3M/c^2$  . В какой момент времени  $t$  необходимо сделать снимок?

$$V(t) = \varphi'(t) = \left( \frac{1}{9}t^3 - \frac{5}{2}t^2 \right)' = \frac{1}{9} \cdot 3t^2 - \frac{5}{2} \cdot 2t = \frac{1}{3}t^2 - 5t$$

$$a(t) = V'(t) = \left( \frac{1}{3}t^2 - 5t \right)' = \frac{2}{3}t - 5$$

$$a(t) = V'(t) = \left( \frac{1}{3}t^2 - 5t \right)' = \frac{2}{3}t - 5$$

$$\frac{2}{3}t - 5 = 3$$

$$a(t) = 3$$

$$2t - 15 = 9$$

$$2t = 9 + 15$$

$$2t = 24$$

$$t = 12$$

Задача.

Для машины движущейся со скоростью 30 м/с, тормозной путь определяется по формуле  $S(t) = 30t - 16t^2$  м. В течении какого времени осуществляется торможение до полной остановки машины ? Сколько метров будет двигаться машина до полной остановки?

Решение .

$$V(t) = S'(t) = 30 - 32t$$

В конце тормозного пути скорость равна 0 , поэтому

$$30 - 32t = 0$$

$$t = \frac{30}{32} = \frac{15}{16}$$

Тормозной путь машины  $S\left(\frac{15}{16}\right) = 30 \cdot \frac{15}{16} - 32 \cdot \left(\frac{15}{16}\right)^2 \approx 14 \text{ м}$

# **ИТОГ УРОКА**

- **Какие темы мы повторили на уроке?**
- **Какие типовые задачи решили?**
- **С какими науками связано понятие производной?**
- **Что узнали нового на уроке?**
- **Что понравилось на уроке?**
- **Над чем ещё нужно поработать ?**



Обсуждая успехи своего ученика, учитель сказал : «**Он очень мало знает, но у него положительная производная.**»

Что это означает ?

Это значит, что **скорость приращения знаний** у ученика положительная и его знания **возрастают.**

- *Музыка может возвышать или умиротворять душу,*  
*Живопись – радовать глаз,*  
*Поэзия - пробуждать чувства,*  
*Философия – удовлетворять потребности разума,*  
*Инженерное дело – совершенствовать материальную*  
*сторону жизни людей,*  
*а МАТЕМАТИКА способна достичь всех этих целей”.*

*Морис Клайн*



● Спасибо за урок