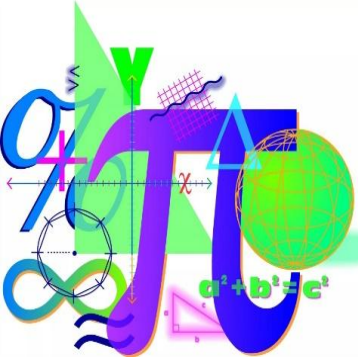


# **Урок алгебры и начал математического анализа в 11 классе**



**Урок разработан  
учителем математики  
МБОУ СШ №10 г.Павлово  
Леонтьевой Светланой Ивановной**

Урок опубликован на сайте учителя: <http://pavls1954.wixsite.com/1712>



***Приветствую вас на уроке***

***Девиз урока:***

***Учитесь не мыслям, а мыслить***

***Квант***

***Успешного усвоения учебного материала***

**1.Теория. Глава III, §2**

**Выучить определения и теоремы §2.**

**2.Практика. Стр.106-107, **№№9-14 (2,4)****

**Стр. 106, №9(2,4)**

**Найти стационарные  
точки функции**

$$2) y = x^2 - 14x + 15$$

$$y' = 2x - 14 = 0,$$

$$2x = 14,$$

**$x=7$  – стационарная точка функции**



**Стр. 106, №9(4)**

$$4) y = \frac{x}{3} + \frac{12}{x}$$

$$y' = \frac{1}{3} - \frac{12}{x^2} = 0$$

$$\frac{x^2 - 36}{3x^2} = 0$$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm 6 \text{ **стационарные точки функции**}$$

**Найти стационарные  
точки функции**

Заметим, что функция может иметь экстремум и в точке, в которой она не имеет производной. Например, функция  $f(x) = |x| - 2$  не имеет производной в точке  $x = 0$ , однако эта точка является для нее точкой минимума (рис. 64).

Внутренняя точка области определения непрерывной функции  $f(x)$ , в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную 0, называется *критической точкой* функции  $f(x)$ .

Таким образом, для того чтобы точка  $x_0$  была точкой экстремума непрерывной функции  $f(x)$ , необходимо, чтобы эта точка была критической для данной функции.

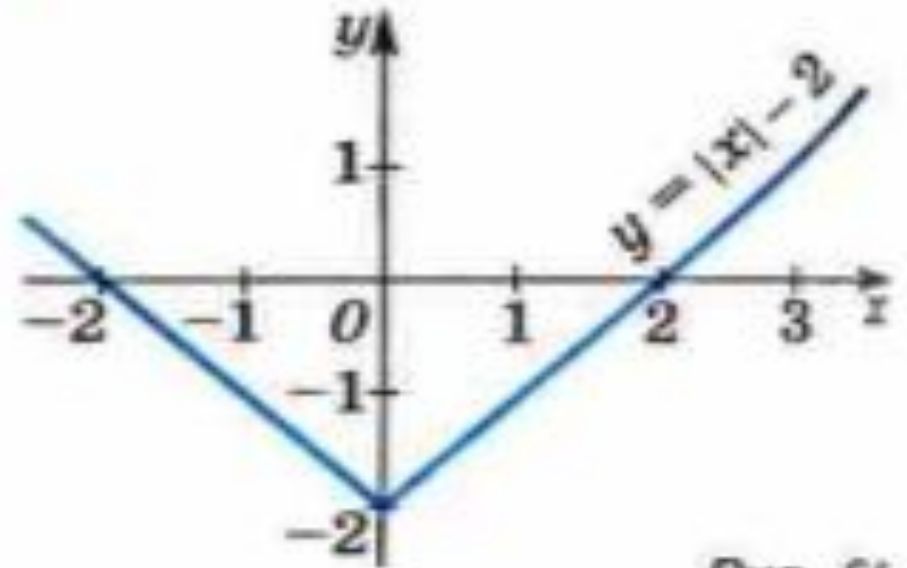


Рис. 64

**Стр. 107, №10(2)**

$$2) y = x^3 - |x - 1|$$

$$x - 1 \leq 0$$

$$x \leq 1$$

$$y = x^3 + x - 1$$

$$y' = 3x^2 + 1 = 0,$$

**стационарных точек нет,**

$$\text{т.к. } 3x^2 + 1 > 0$$

**при } x \in R**

**Раскроем знак модуля при  
условиях:**

$$x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$y = x^3 - x + 1$$

$$y' = 3x^2 - 1 = 3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) =$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0$$

$$x_{1,2} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ не}$$

**принадлежат } x \geq 1**

Стр. 107, №10(2)

$$2) y = x^3 - |x - 1|$$

$$x \leq 1$$

$$y' = 3x^2 + 1$$

$$y'(1) = 4$$

Раскроем знак модуля при  
условиях:

$$x \geq 1$$

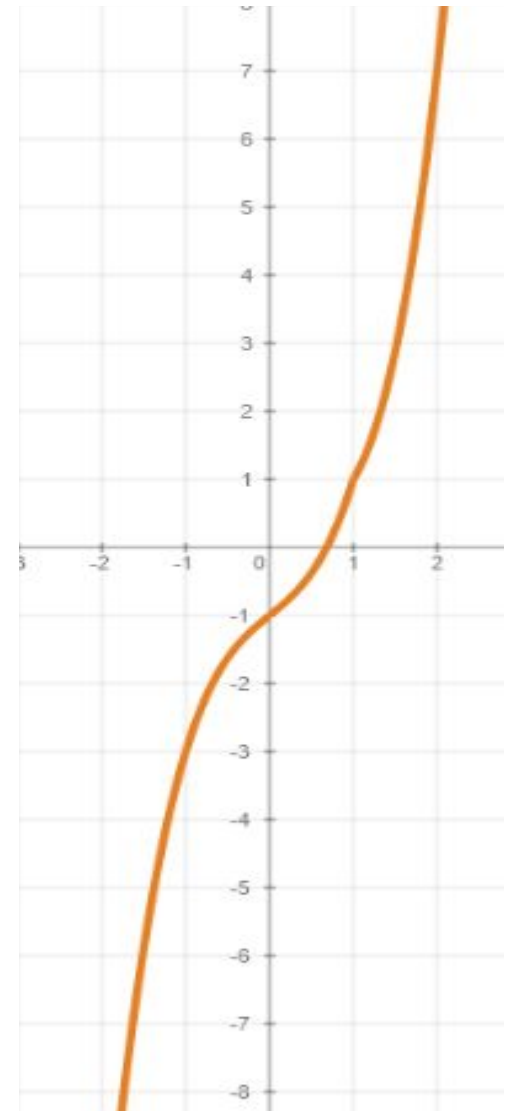
$$y' = 3x^2 - 1$$

$$y'(1) = 2$$

$$4 \neq 2$$

Данная функция производной  
в точке  $x=1$  не имеет

Ответ:  $x=1$  – критическая точка



**Стр.107, №10(4)**  $y = 3x + |3x - x^2|$

**Раскрываем модуль  $|3x - x^2|$  при условиях:**

$$3x - x^2 \leq 0, x(3 - x) \leq 0$$

$$x \leq 0, x \geq 3$$

$$3x - x^2 \geq 0, x(3 - x) \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 3$$

$$y = 3x - 3x + x^2 = x^2$$

$$y' = 2x = 0, x = 0$$

$$x = 0,$$

$$y'(0) = 0, y'(3) = 6$$

$$y = 3x + 3x - x^2 = 6x - x^2$$

$$y' = 6 - 2x = 0, x = 3$$

$$x = 3,$$

$$y'(0) = 6, y'(3) = 0$$

**Стр. 107, №10(3,4)**

$$4) y = 3x + |3x - x^2|$$

$$x = 0, \quad x \leq 0, x \geq 3$$

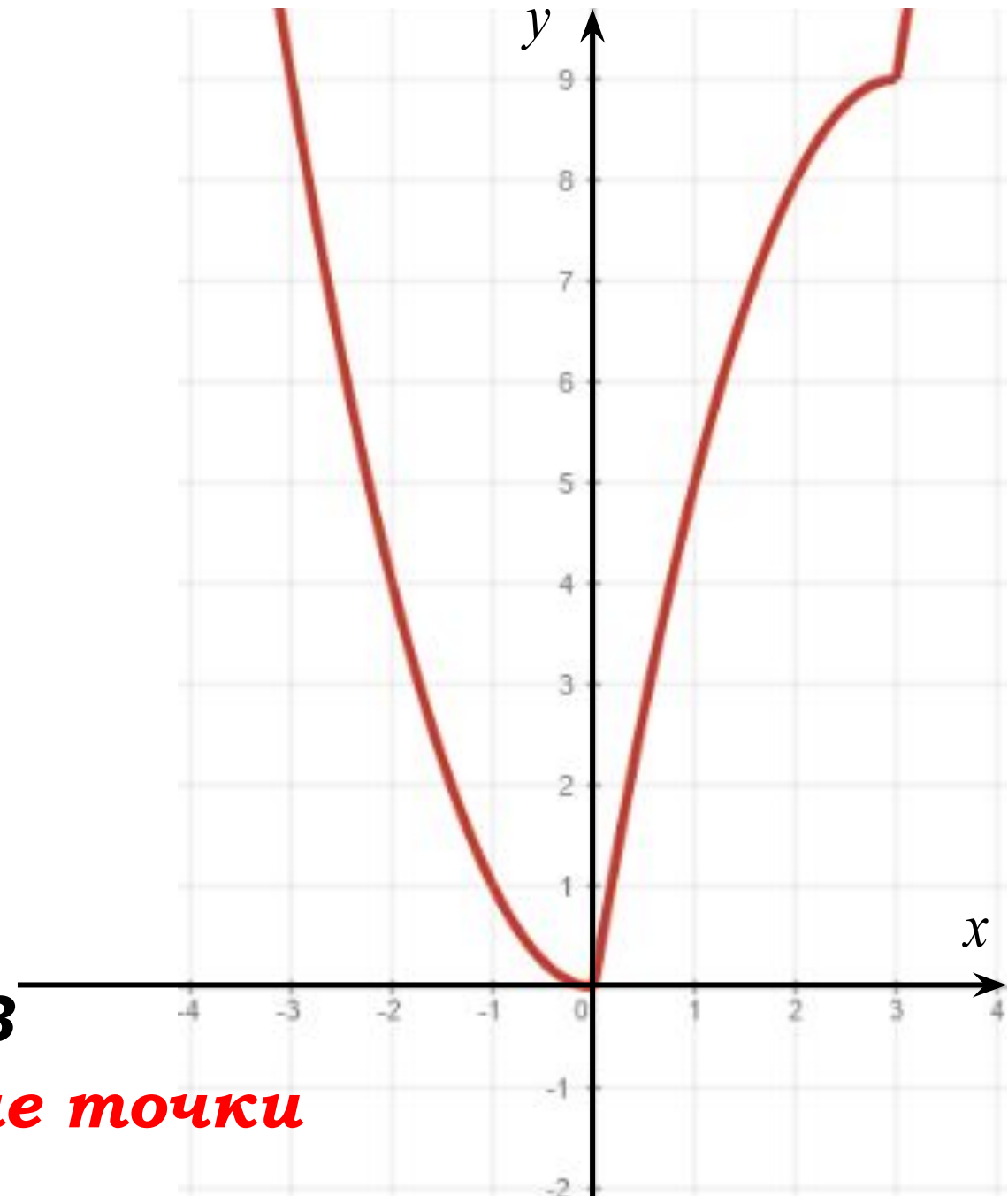
$$y'(0) = 0, y'(3) = 6$$

$$x = 3, \quad 0 \leq x \leq 3$$

$$y'(0) = 6, y'(3) = 0$$

**Данная функция не имеет  
производной в точках  $x=0$  и  $x=3$**

**Ответ:  $x=0$  и  $x=3$ - критические точки**

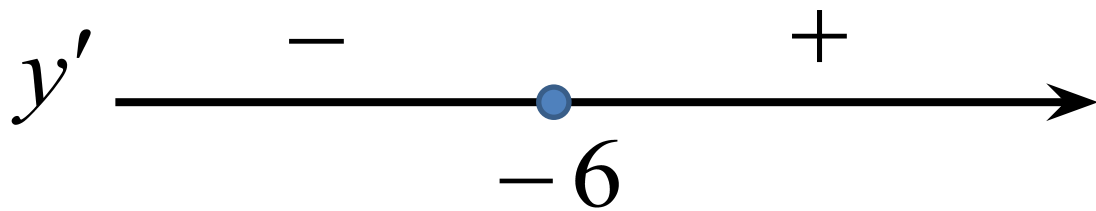


**Стр. 107, №11(2,4) Найти точки экстремума функции**

$$2) y = 3x^2 + 36x - 1$$

$$y' = 6x + 36 = 0$$

$x = -6$  - стационарная точка функции



**При переходе через точку  $x = -6$  производная функции меняет знак с «-» на «+», поэтому  $x = -6$  – точка минимума**



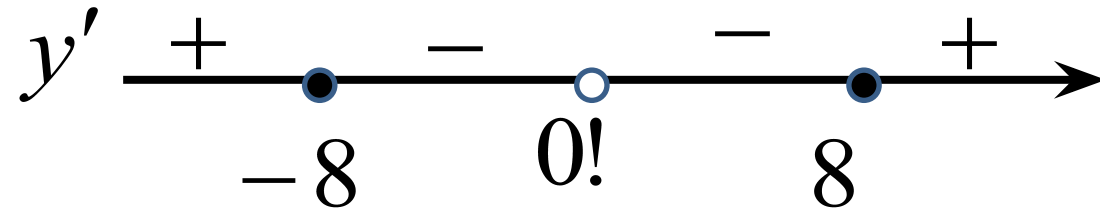
Стр. 107, №11(4)

Найти точки экстремума функции

$$4) y = \frac{4}{x} + \frac{x}{16}$$

$$y' = -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{16} = 0$$

$$\frac{x^2 - 64}{16x^2} = \frac{(x-8)(x+8)}{16x^2} = 0 \quad x_{1,2} = \pm 8$$



При переходе через точку  $x=-8$  производная функции меняет знак с «+» на «-», поэтому  $x=-8$  – **точка максимума**, а при переходе через точку  $x=8$  «-» на «+»,  $x=8$  – **точка минимума**

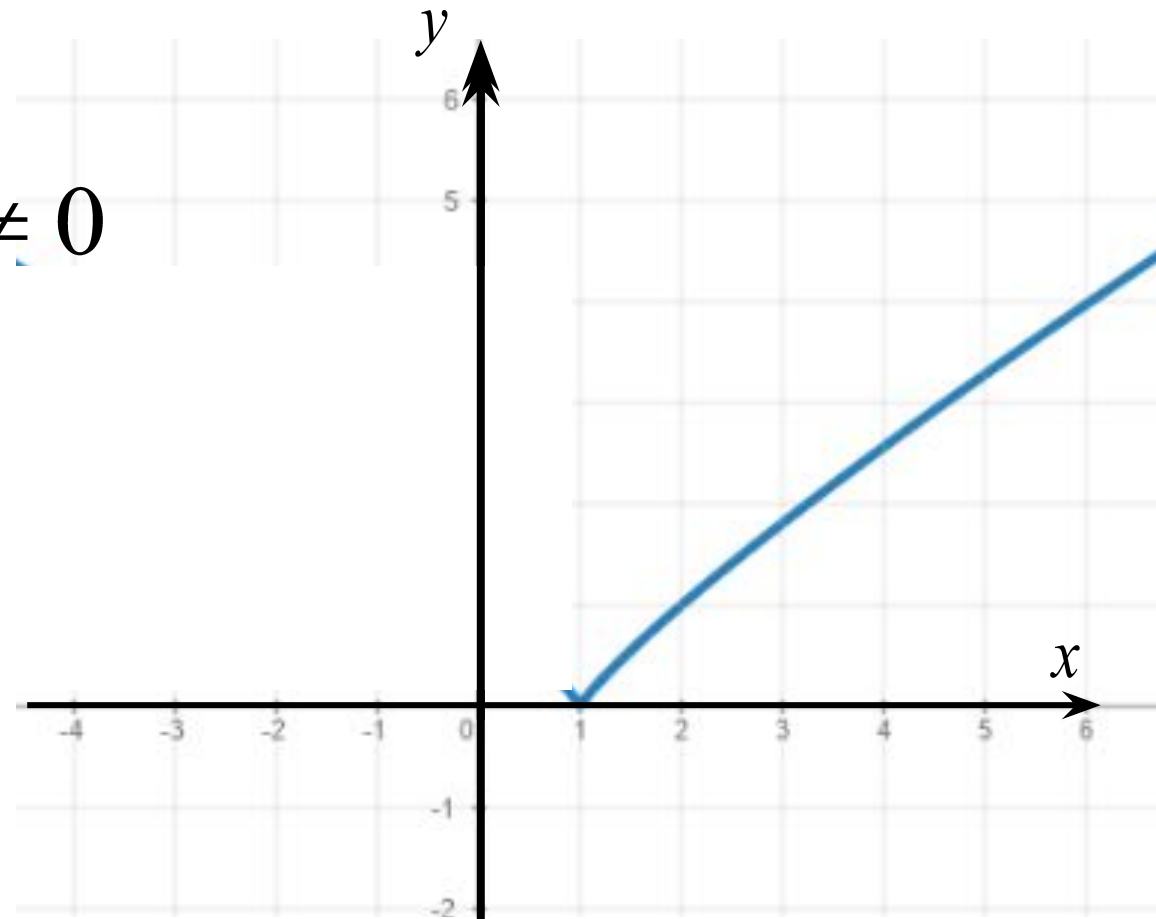
Стр. 107, №12(2,4) Найти точки экстремума функции

$$2) y = (x-1)^{\frac{6}{7}} \quad x-1 \geq 0$$

$$y' = \frac{6}{7} (x-1)^{-\frac{1}{7}} = \frac{6}{7\sqrt[7]{x-1}} \quad x-1 \neq 0$$

$x = 1$  - критическая точка функции

Данная функция не имеет производной в точке  $x=1$ . Экстремумов нет



**Стр. 107, №12(4)**

**Найти точки экстремума  
функции**

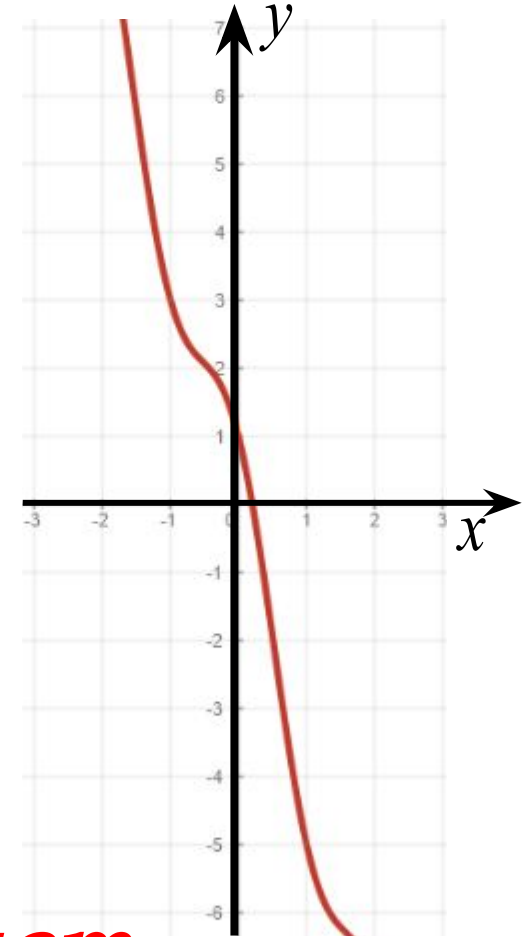
$$4) y = \cos 3x - 4x$$

$$y' = -3 \sin 3x - 4 = 0$$

$$\sin 3x = -4$$

**Уравнение не имеет корней**

**Данная функция не имеет  
критических точек.**



**Экстремумов нет**

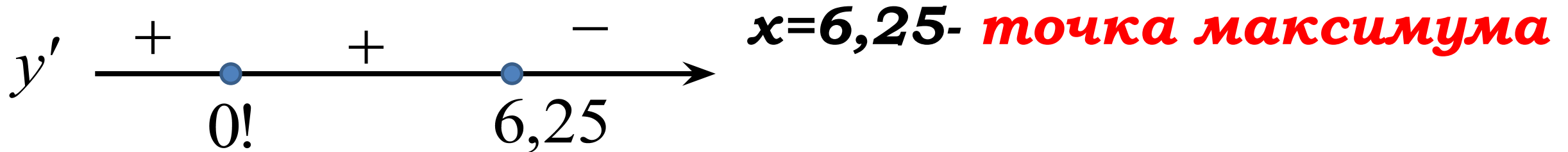
**Стр. 107, №14(2) Найти точки экстремума функции**

$$2) y = \frac{x^5}{5-x}$$

$$y' = \left(\frac{x^5}{5-x}\right)' = \frac{5x^4(5-x) - x^5 \cdot (-1)}{(5-x)^2} = \frac{-4x^5 + 25x^4}{(5-x)^2} =$$

$$= \frac{x^4(-4x+25)}{(5-x)^2} = 0, \quad \text{Критические точки:}$$

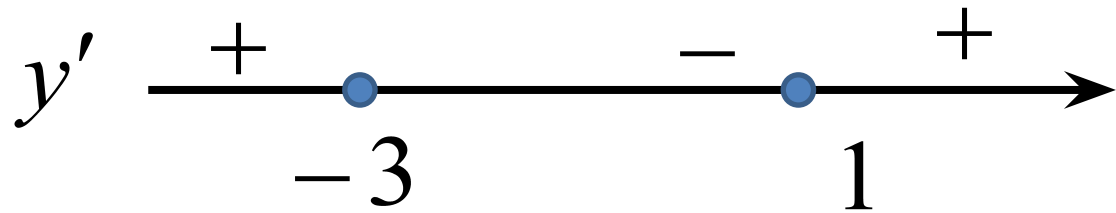
**$x=0, x=6,25$**



**Стр. 107, №14(4) Найти точки экстремума функции**

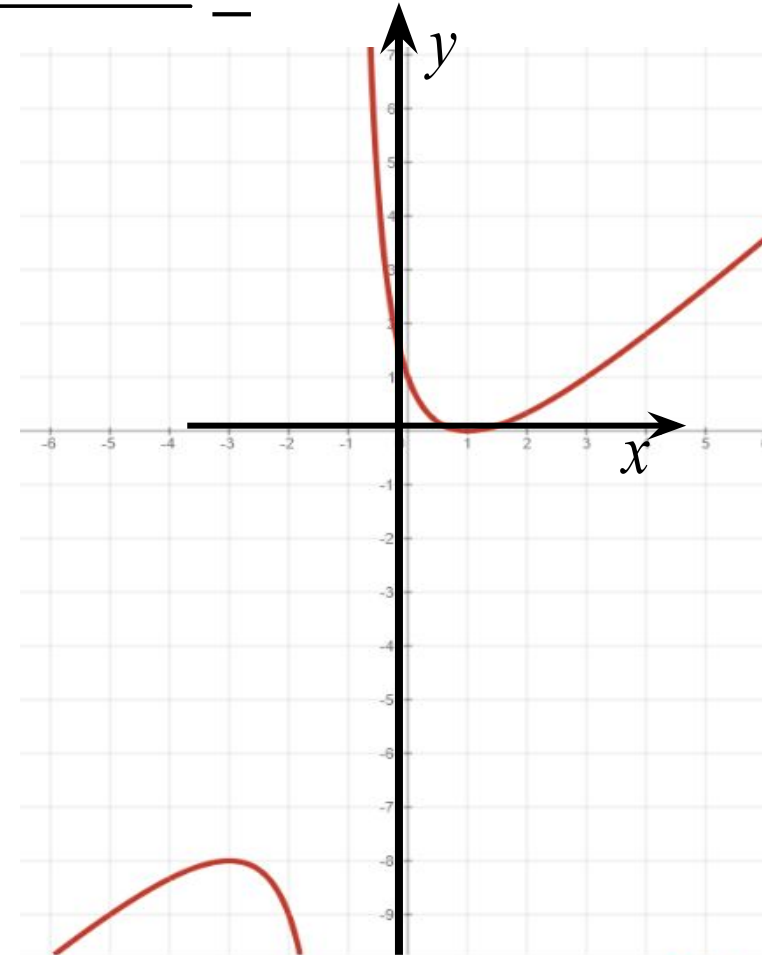
$$\begin{aligned} 4) y &= \frac{(x-1)^2}{x+1} & y' &= \left(\frac{(x-1)^2}{x+1}\right)' = \frac{2(x-1)(x+1) - (x-1)^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \\ & & &= \frac{2x^2 - 2 - x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2} = \\ & & &= \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2} = 0, \end{aligned}$$

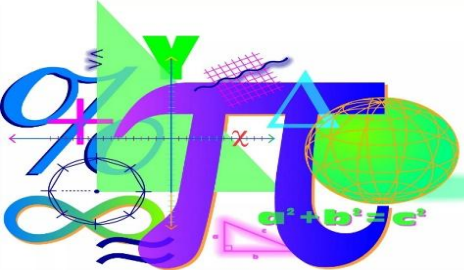
**Стационарные точки:  $x=-3$ ,  $x=1$**



**$x=-3$  точка максимума**

**$x=1$  точки минимума**





***Оцените выполнение ДЗ,  
проверив его выполнение в парах***

***Классная работа***

***Применение производной при  
решении заданий ЕГЭ (профиль)***

***Глава III. §1,2.***



- Р**ассмотреть задачи профильного ЕГЭ с использованием производной к исследованию функции.
- П**родолжить формирование культуры устной и письменной математической речи, умения оценивать уровень своих знаний по рассматриваемой теме.

# **Повторяем теоретический материал:**

**1. Точки минимума и точки максимума называются точками ...**

**2. Если точка  $x_0$  – точка экстремума, то  $f'(x_0) = \dots$**

**3. Если  $f'(x_0) = 0$  , то касательная к графику функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  - ... ..**



# **Повторяем теоретический материал:**

**1. Точки минимума и точки максимума называются точками **экстремума****

**2. Если точка  $x_0$  – точка экстремума, то  $f'(x_0) = 0$**

**3. Если  $f'(x_0) = 0$  , то касательная к графику функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  - **параллельная оси  $Ox$****



**4. Точки, в которых производная обращается в нуль, называются ... .. этой функции**

**5. Внутренняя точка области определения непрерывной функции  $f(x)$ , в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную нулю, называется ... .. для данной функции**



4. Точки, в которых производная обращается в нуль, называются **стационарными точками** этой функции

5. Внутренняя точка области определения непрерывной функции  $f(x)$ , в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную нулю, называется **критическими точками** для данной функции



**6. Если  $f'(x)$  при переходе через точку  $x_0$  меняет**

**знак с "-" на "+", то  $x_0$  - точка ...**  $f(x)$

**7. Если  $f'(x)$  при переходе через точку  $x_0$  меняет**

**знак с "+" на "-", то  $x_0$  - точка ...**  $f(x)$

**6. Если  $f'(x)$  при переходе через точку  $x_0$  меняет**

**знак с "-" на "+", то  $x_0$  - точка минимума  $f(x)$**

**7. Если  $f'(x)$  при переходе через точку  $x_0$  меняет**

**знак с "+" на "-", то  $x_0$  - точка максимума  $f(x)$**



8. Точка  $x_0$  называется **точкой максимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности  $x_0$ , выполняется неравенство

$$f(x) \dots f(x_0)$$

9. Точка  $x_0$  называется **точкой минимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности  $x_0$ , выполняется неравенство

$$f(x) \dots f(x_0)$$



8. Точка  $x_0$  называется **точкой максимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности  $x_0$ , выполняется неравенство

$$f(x) < f(x_0)$$

9. Точка  $x_0$  называется **точкой минимума** функции  $f(x)$ , если для всех  $x \neq x_0$  из некоторой окрестности  $x_0$ , выполняется неравенство

$$f(x) > f(x_0)$$



**10. Является ли точка  $x=0$  критической точкой данной функции?**

**11. Является ли точка  $x=0$  точкой экстремума данной функции?**

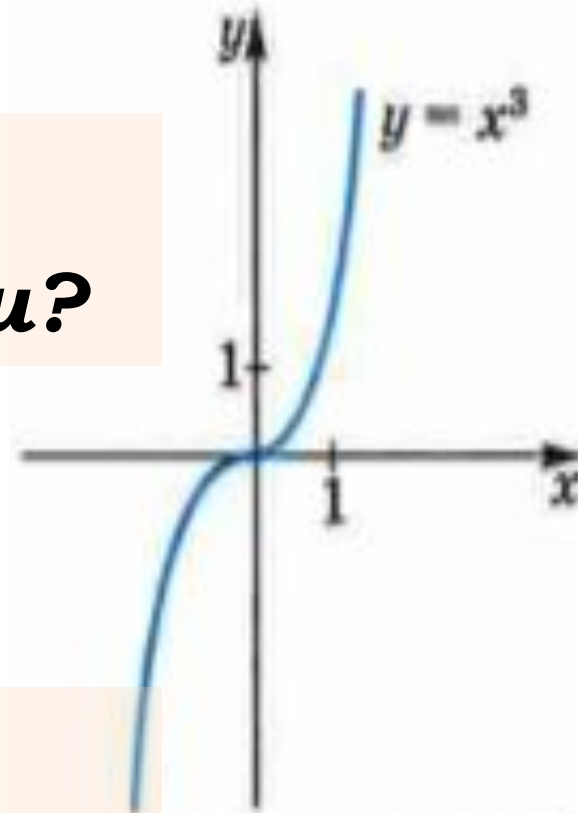


Рис. 63

***Cmp.107, №14(3)***

$$y = |x - 5|(x - 3)^3$$

**Стр. 107, №14(3)**  $y = |x - 5|(x - 3)^3$

**Раскрываем модуль при условиях:**

$$x \leq 5$$

$$x \geq 5$$

**Стр. 107, №14(3)**  $y = |x - 5|(x - 3)^3$

**Раскрываем модуль при условиях:**

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

**Находим производную каждой функции**

**Стр. 107, №14(3)**  $y = |x - 5|(x - 3)^3$

**Раскрываем модуль при условиях:**

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (-1)(x - 3)^3 + (5 - x) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (3 - x + 15 - 3x) =$$

$$= (x - 3)^2 (-4x + 18) = 0$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^3 + (x - 5) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (x - 3 + 3x - 15) =$$

$$= (x - 3)^2 (4x - 18) = 0$$

**Находим стационарные точки и знак  
производной в точке  $x=5$**



**Стр. 107, №14(3)**  $y = |x - 5|(x - 3)^3$

**Раскрываем модуль при условиях:**

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (-1)(x - 3)^3 + (5 - x) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2(3 - x + 15 - 3x) =$$

$$= (x - 3)^2(-4x + 18) = 0$$

$$x = 3, x = 4,5; y'(5) = -8 < 0$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^3 + (x - 5) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2(x - 3 + 3x - 15) =$$

$$= (x - 3)^2(4x - 18) = 0$$

$$x = 3, x = 4,5 \quad y'(5) = 8 > 0$$

**не удовлетворяют**

**условию:  $x \geq 5$**

**Определяем знак производной на промежутках**

**Стр. 107, №14(3)**  $y = |x - 5|(x - 3)^3$

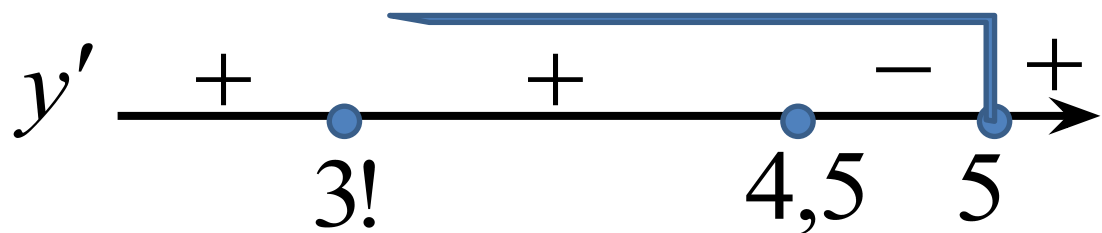
**Раскрываем модуль при условиях:**

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (x - 3)^2(-4x + 18)$$

$$x = 3, x = 4,5; y'(5) = -8 < 0$$



$$x \geq 5$$

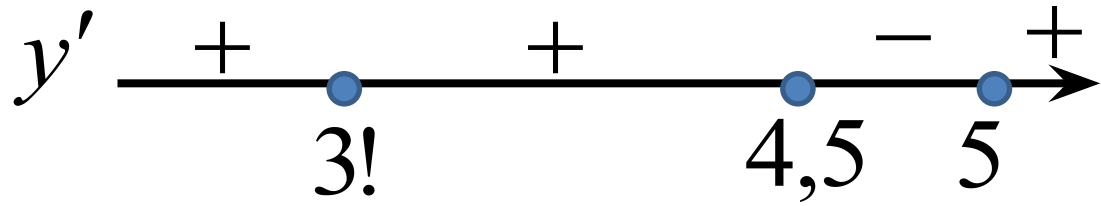
$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^2(4x - 18)$$

$$x = 3, x = 4,5 \quad y'(5) = 8 > 0$$

**не удовлетворяют  
условию:  $x \geq 5$**

$$y = |x - 5|(x - 3)^3$$

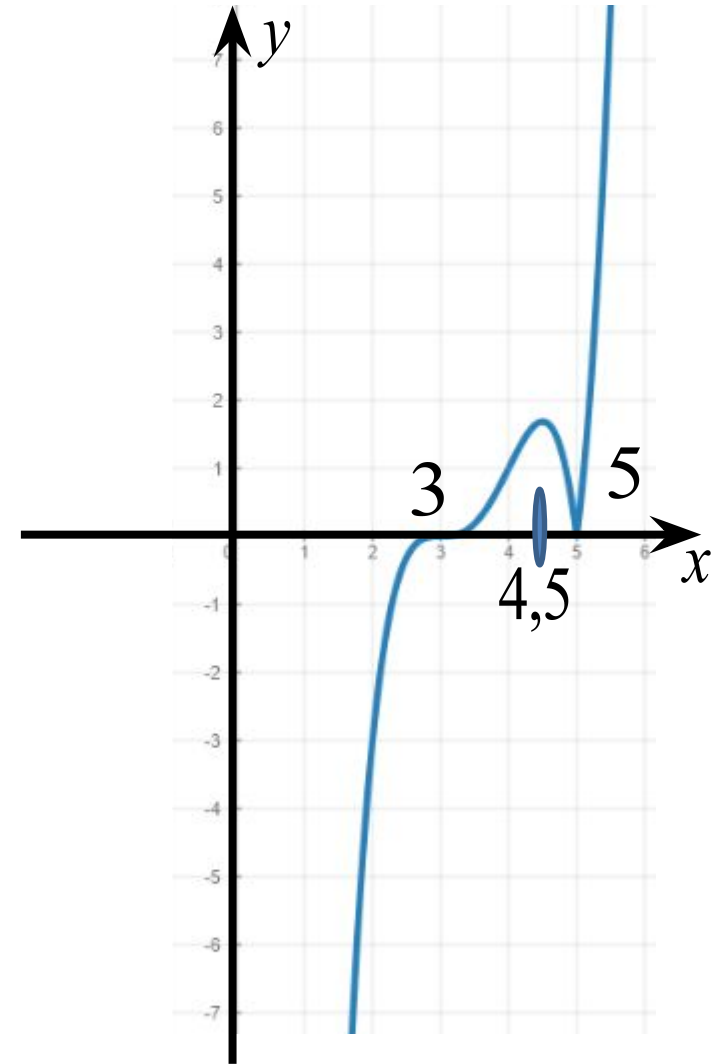


$$x = 4,5$$

**точка максимума**

$$x = 5$$

**точка минимума**



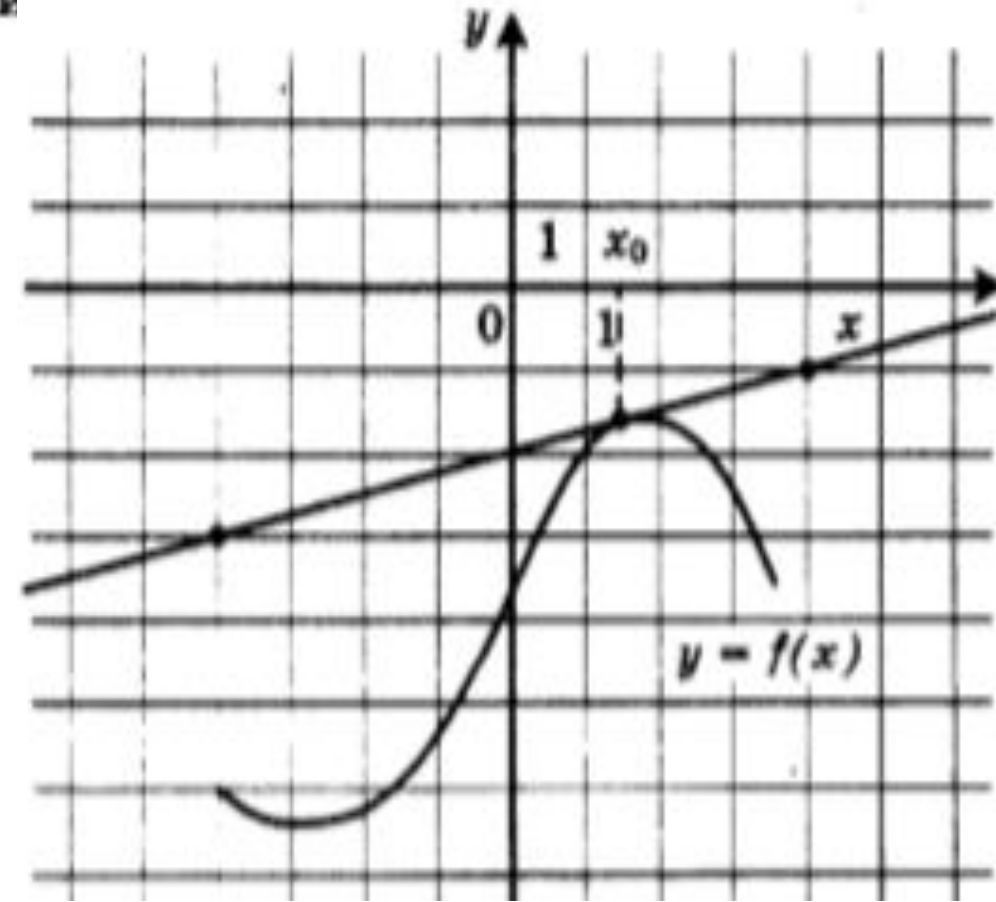
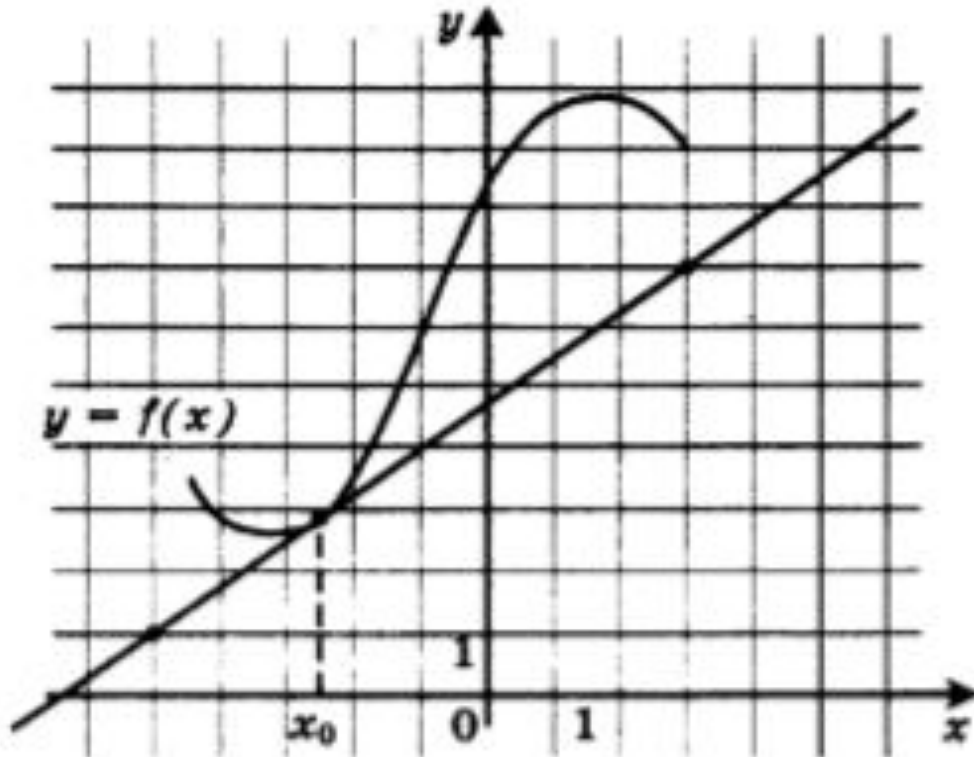
***Подготовка к ЕГЭ.***

***Решение задач на применение производной***

# 1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

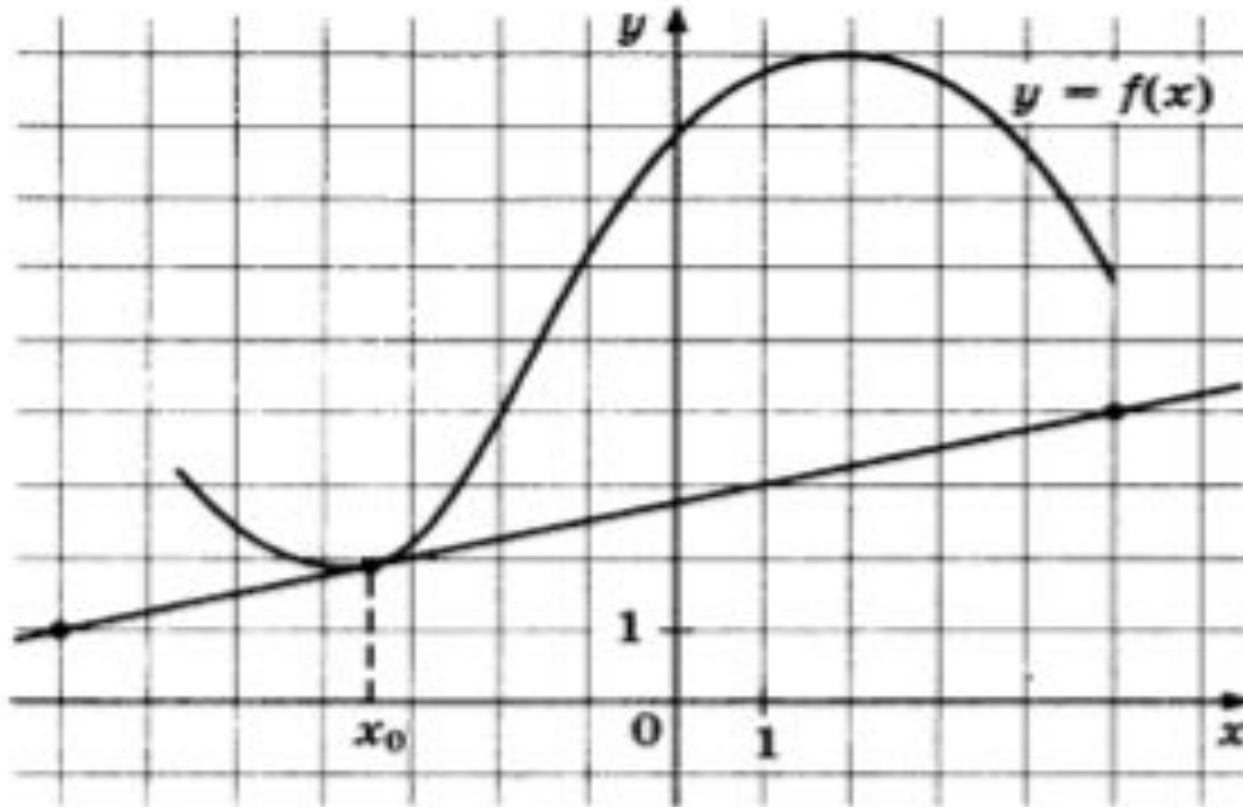
## ЗАДАНИЕ 7

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найди значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



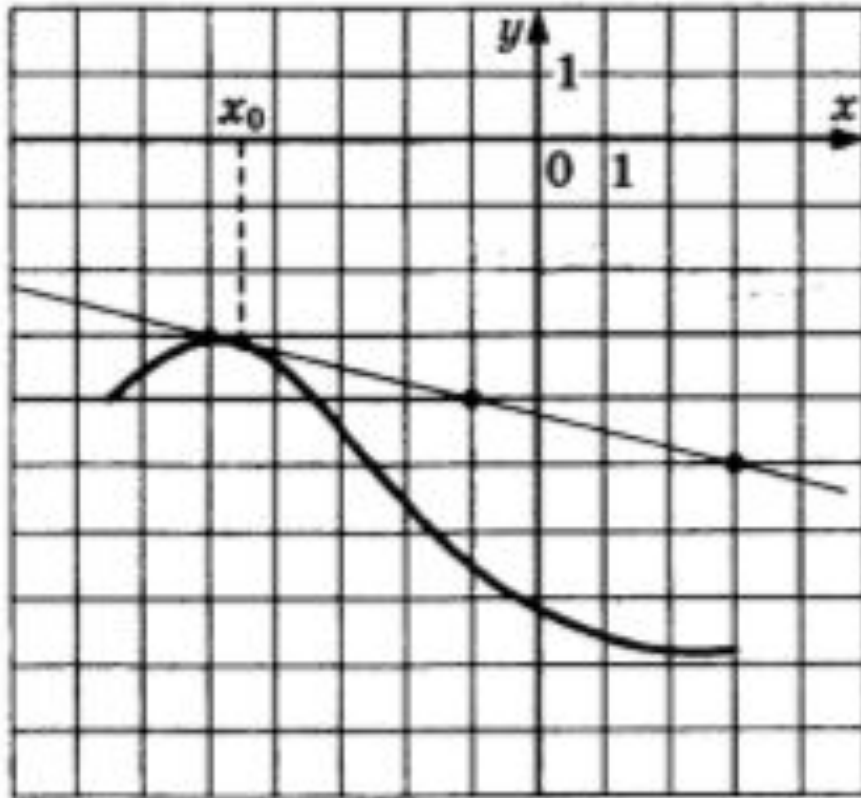
# 1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1703. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



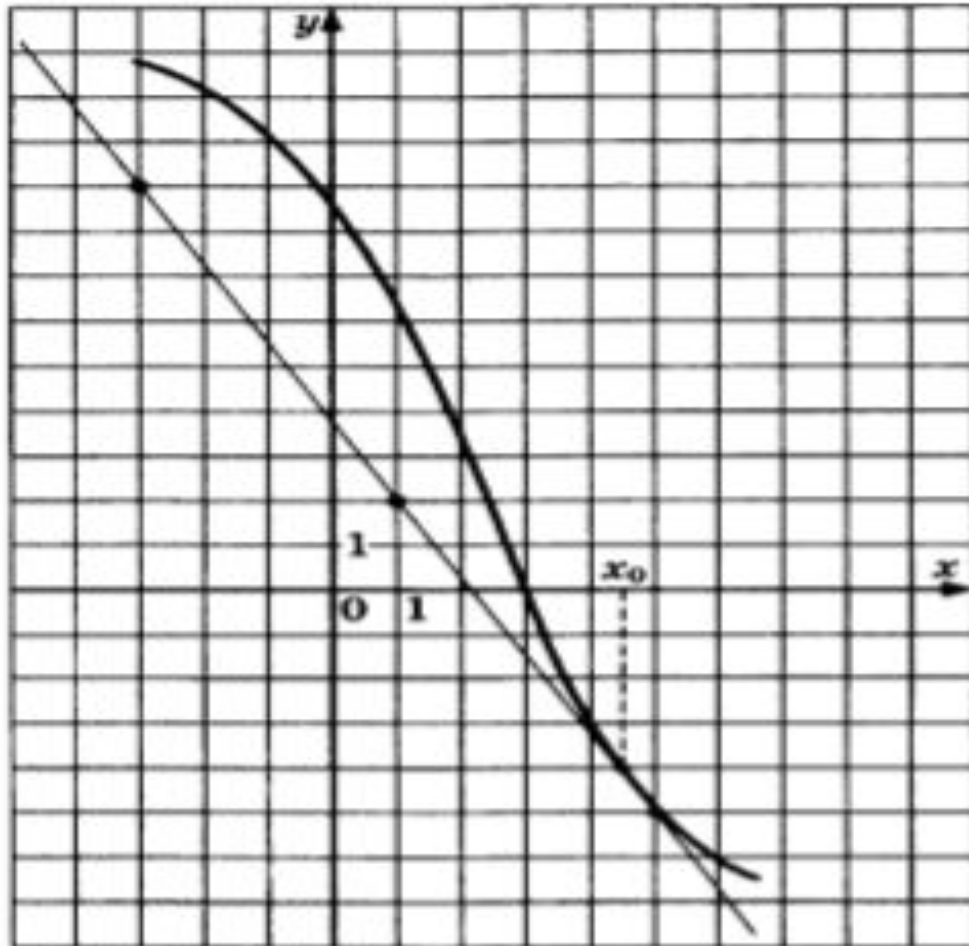
# **1 тип задач:** Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1904. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



# 1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

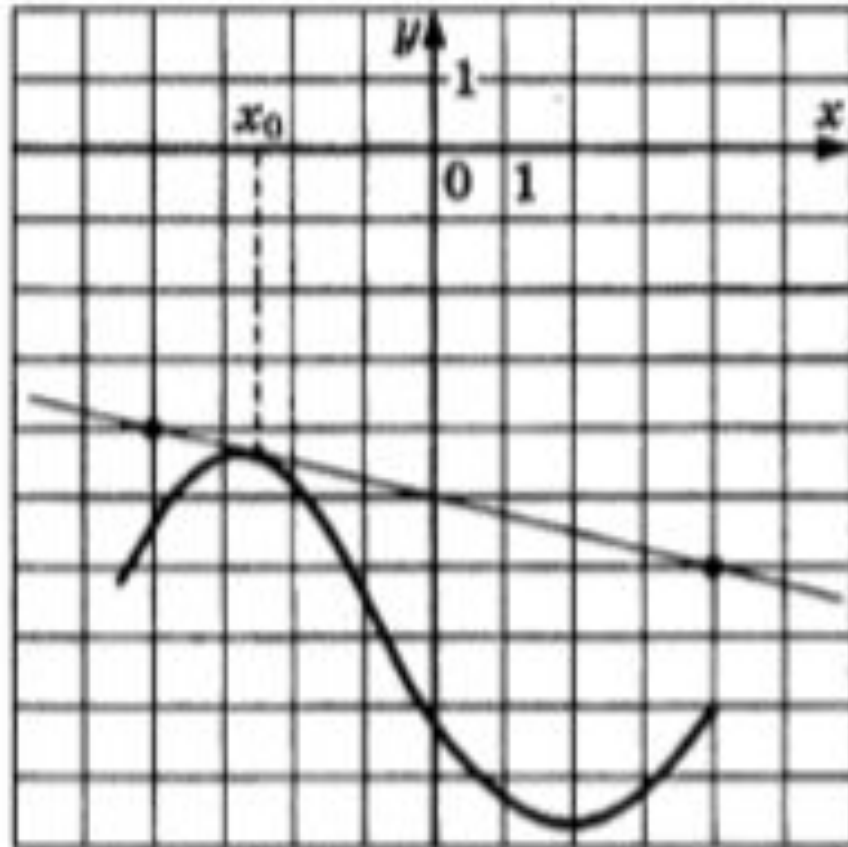
1905. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .





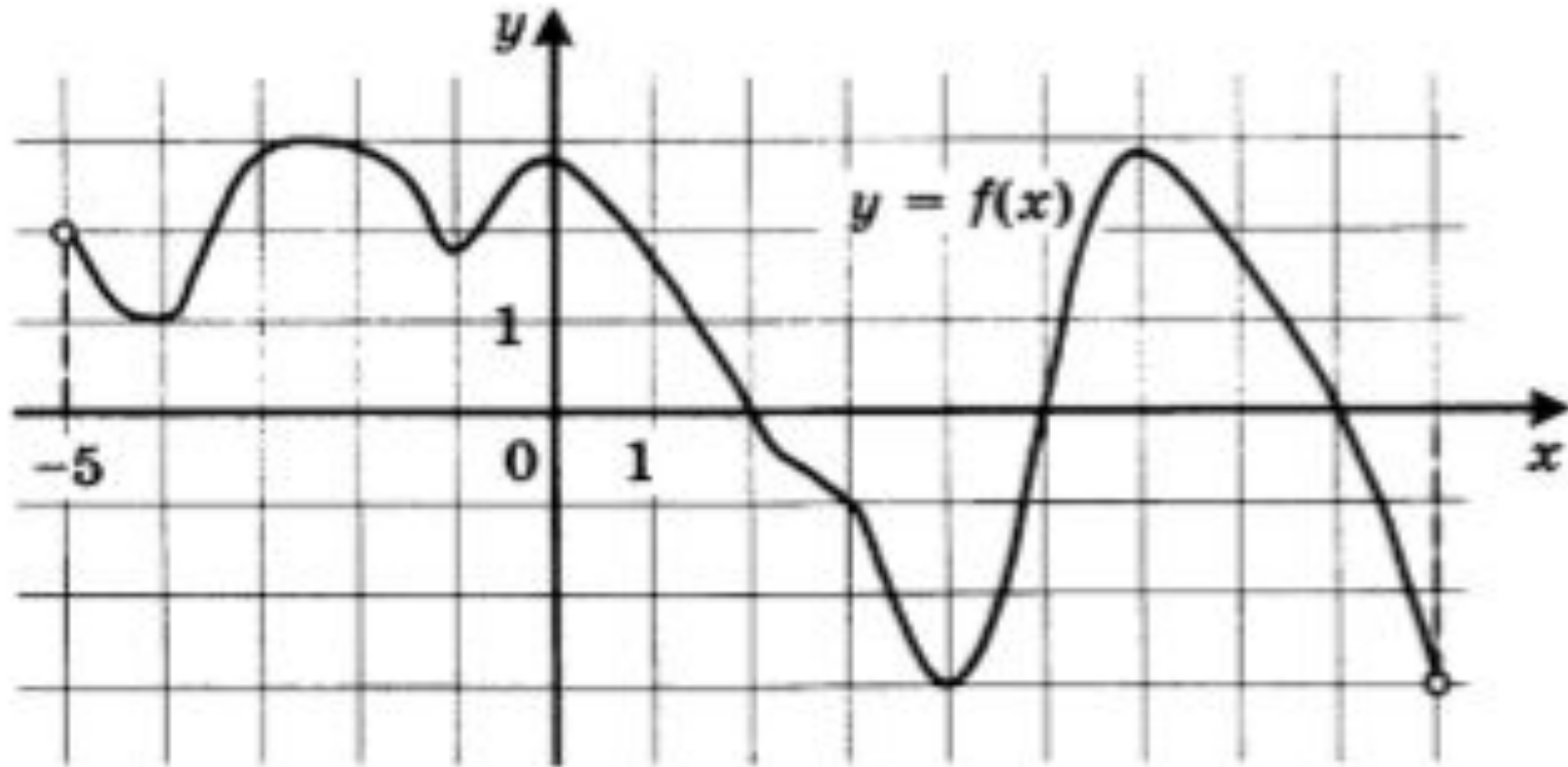
# 1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1908. На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



**2 тип задач:** Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых производная равна 0.

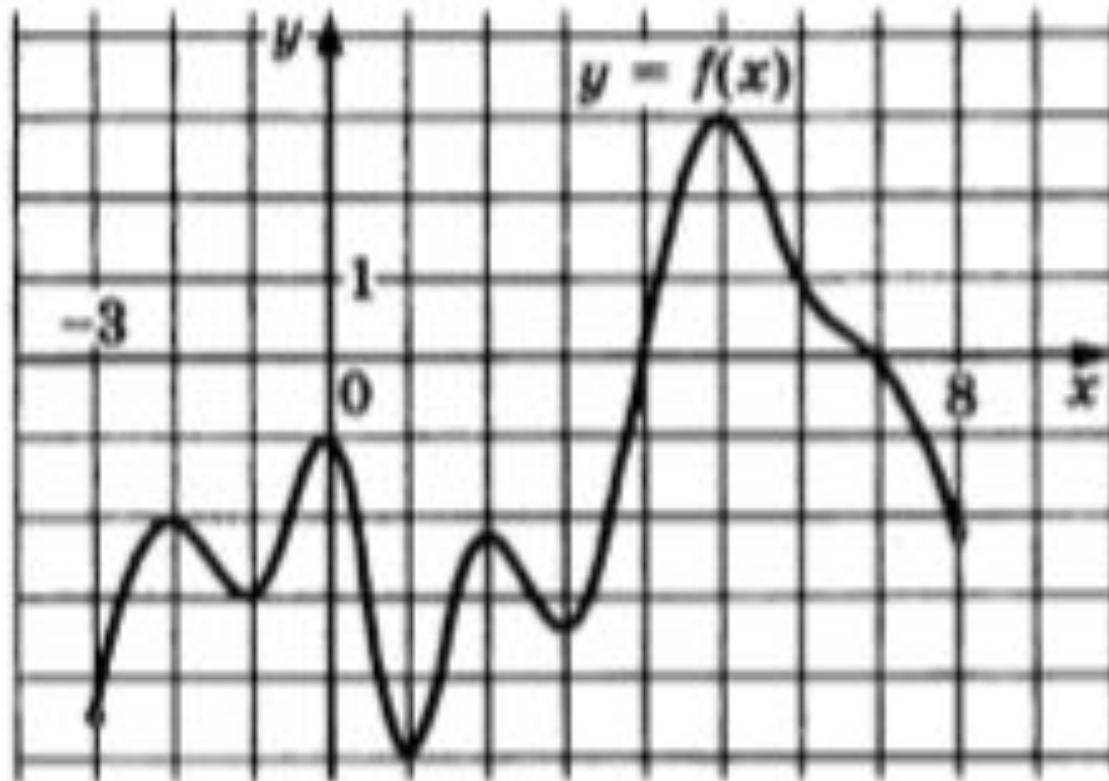
1695. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 9)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $f(x)$  равна 0.




**3 тип задач:** Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой  $y=a$

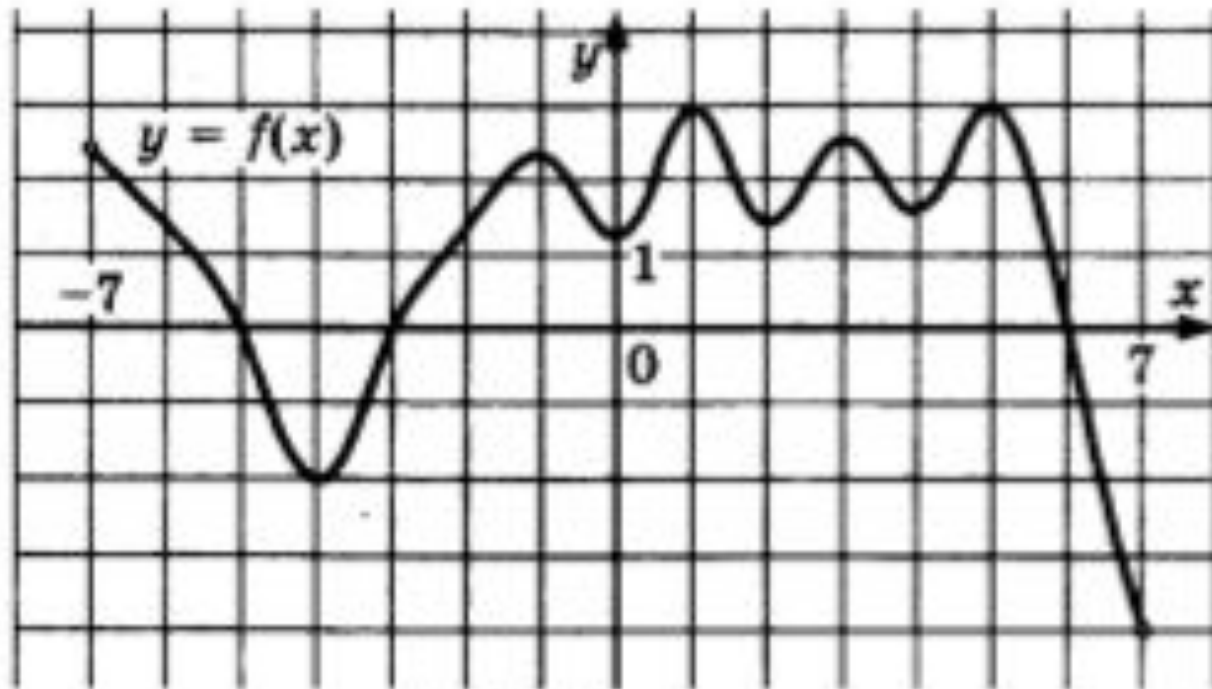


**1721.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 1$ .



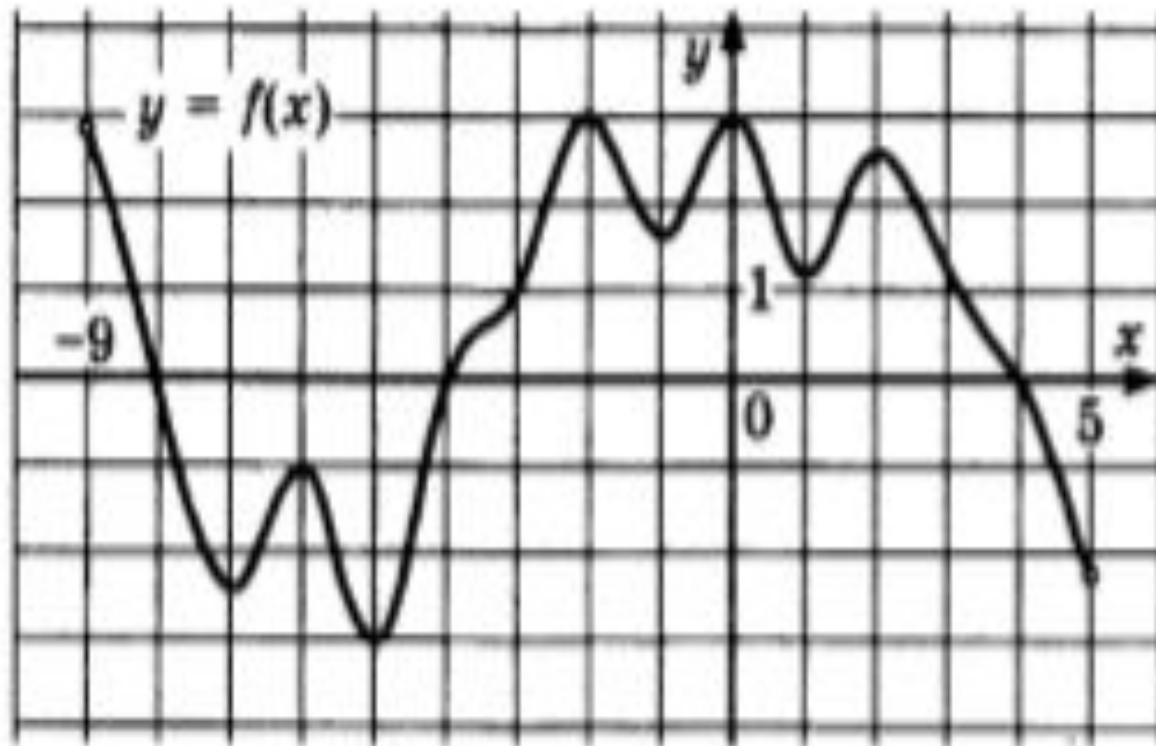
**3 тип задач:** Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой  $y=a$

 1722. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 7)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 13$ .



**3 тип задач:** Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой  $y=a$

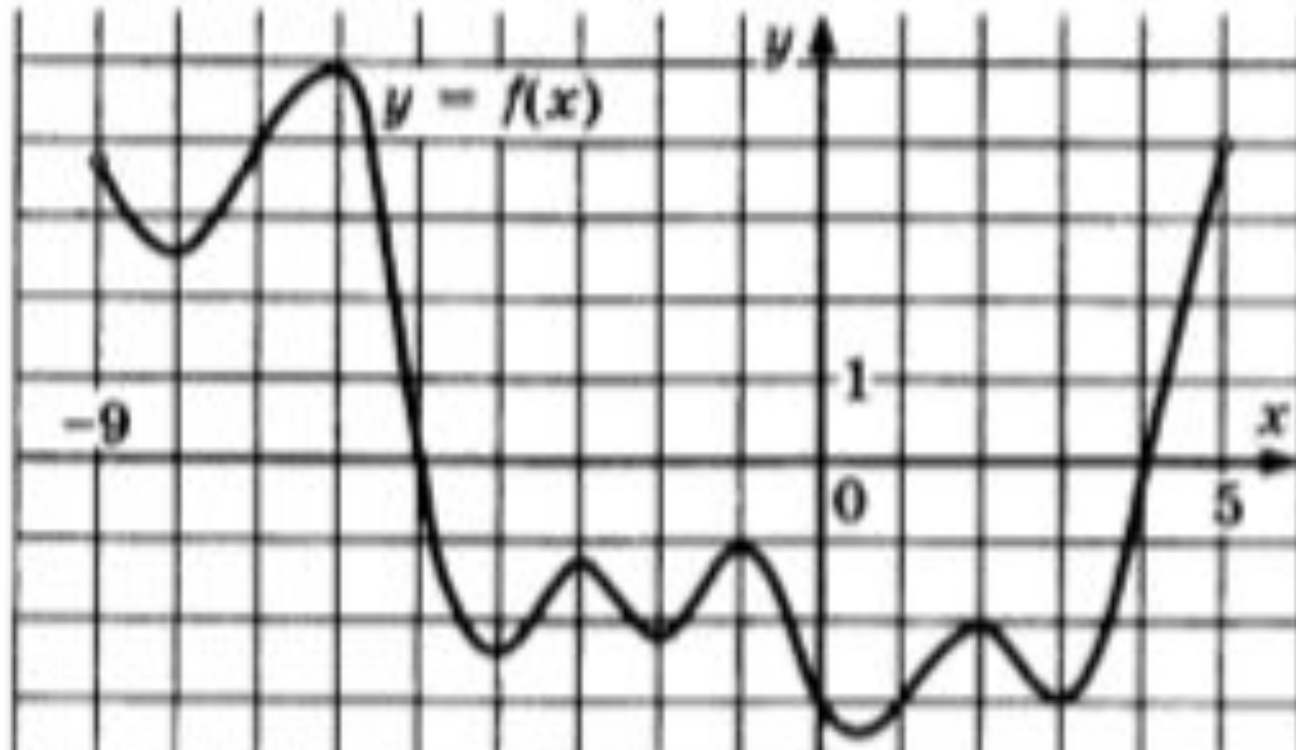
1723. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 5$ .





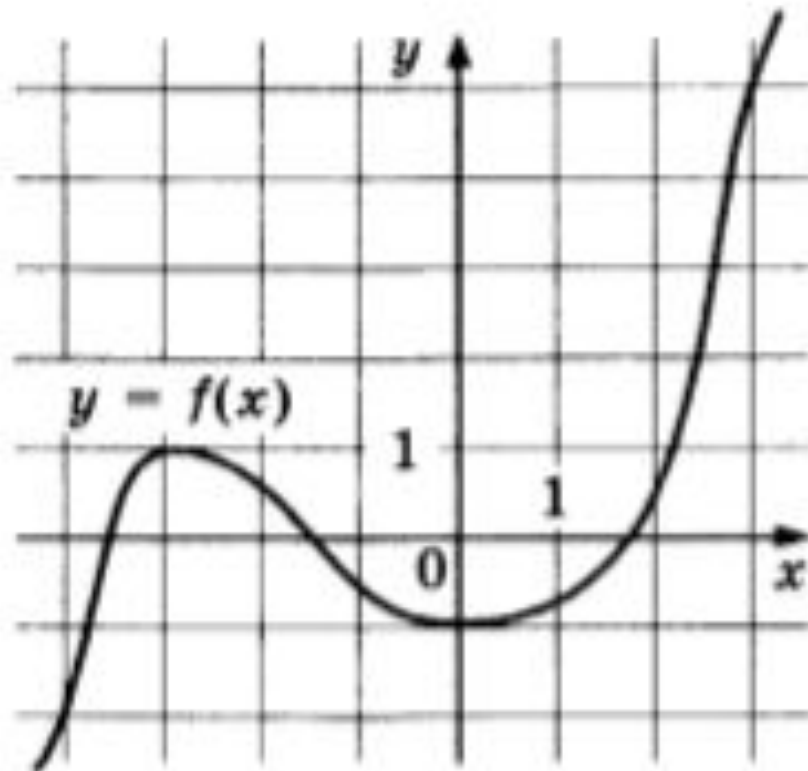
**3 тип задач:** Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой  $y=a$

1724. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = -16$ .



**4 тип задач:** Нахождение по данному **графику функции** точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

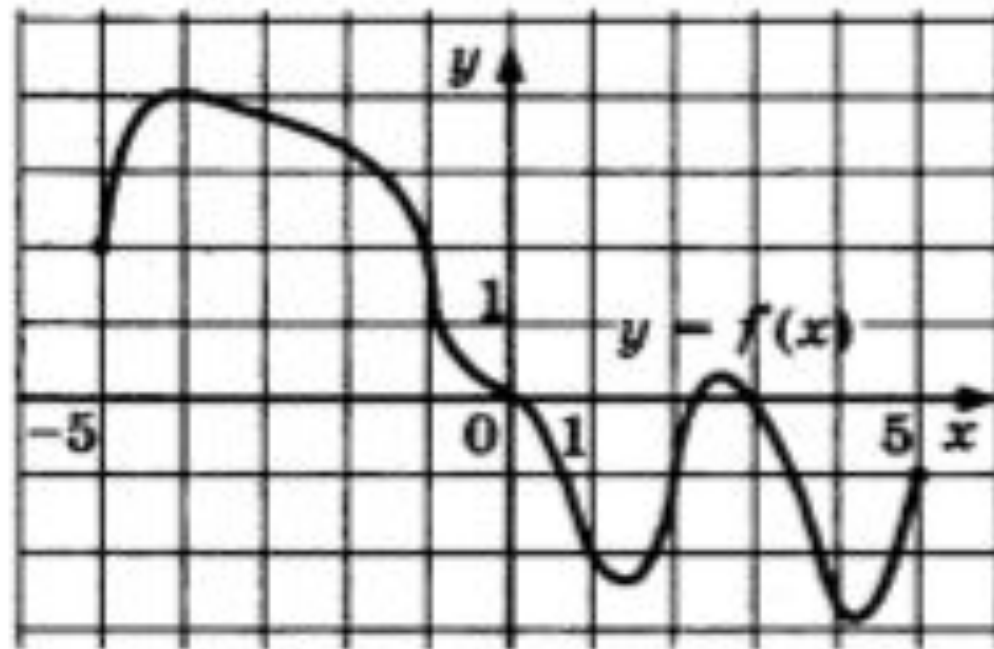
1696. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите точку, в которой функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение на отрезке  $[-4; 3]$ .



**5 тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение



1719. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-4; -1]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?

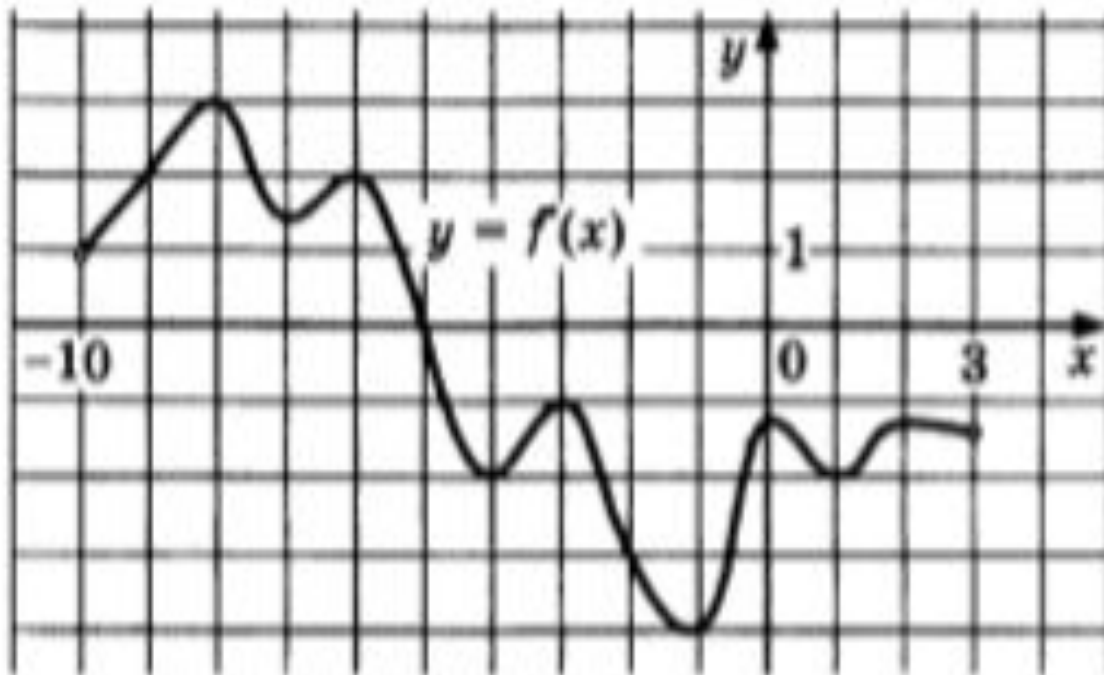




**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

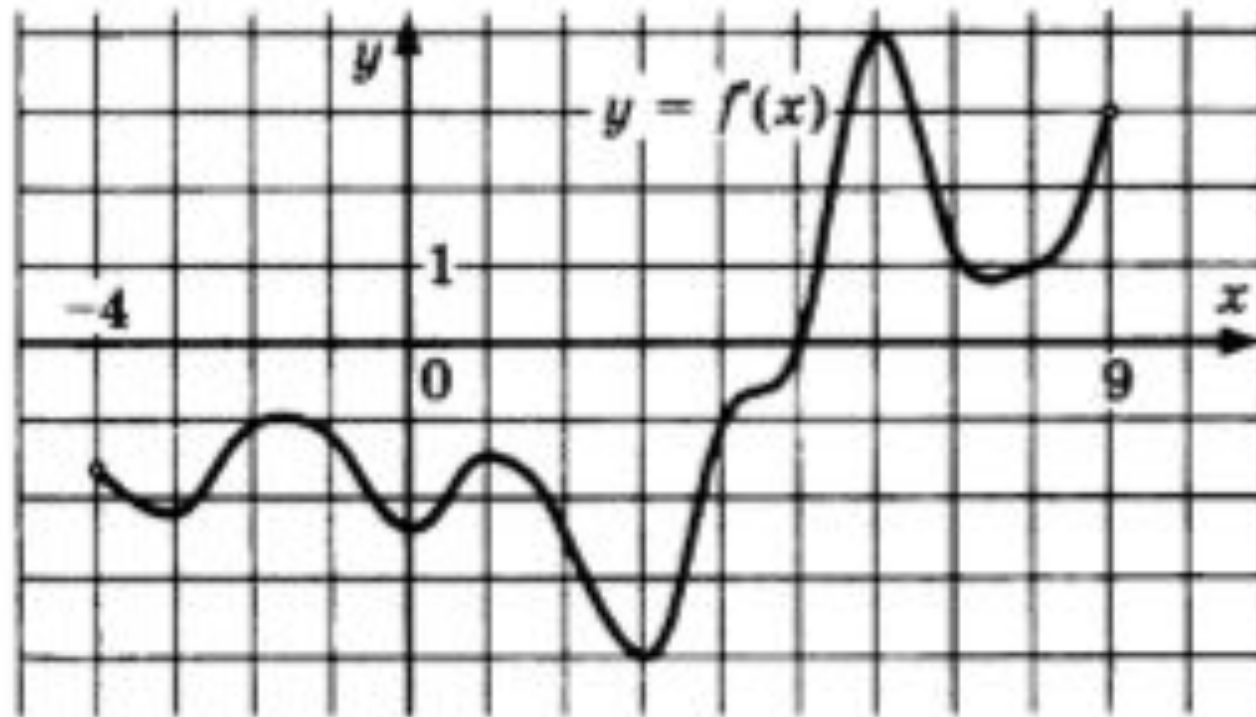


1748. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . В какой точке отрезка  $[-5; 1]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



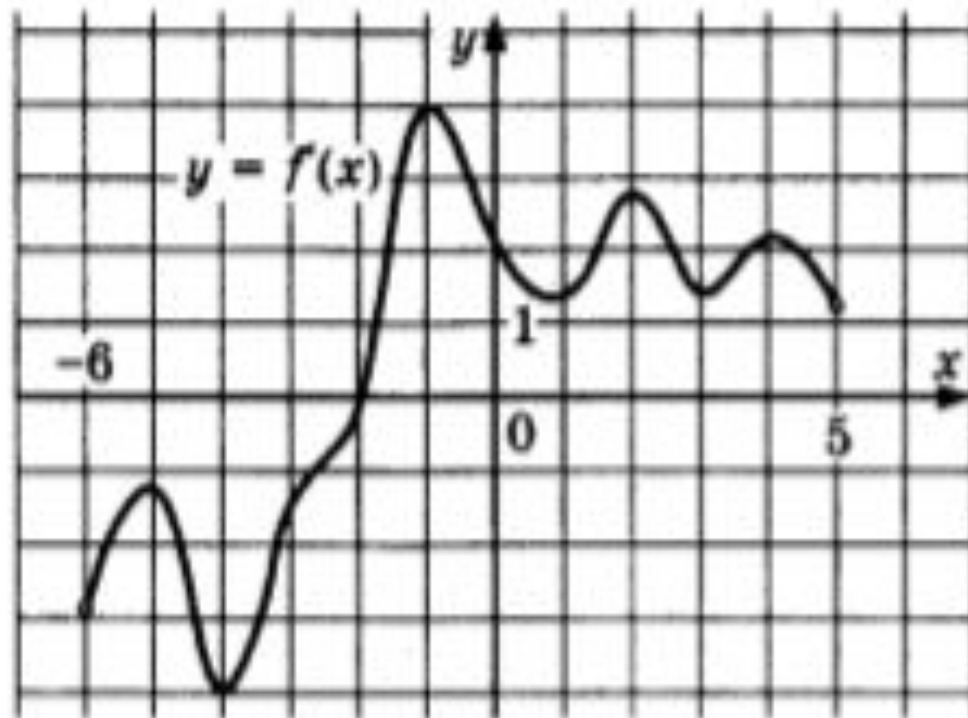
**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

**1749.** На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 9)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



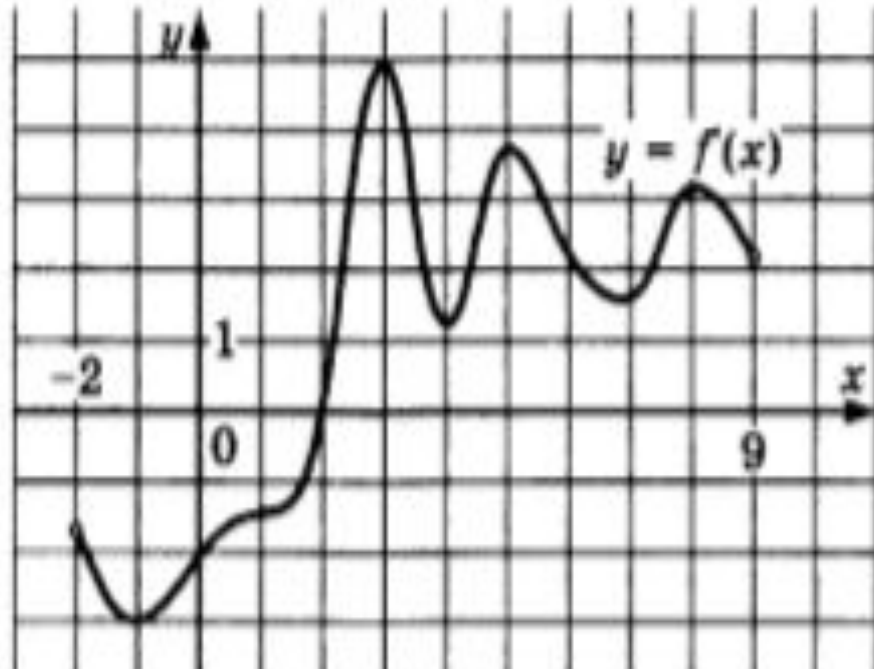
**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1747. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



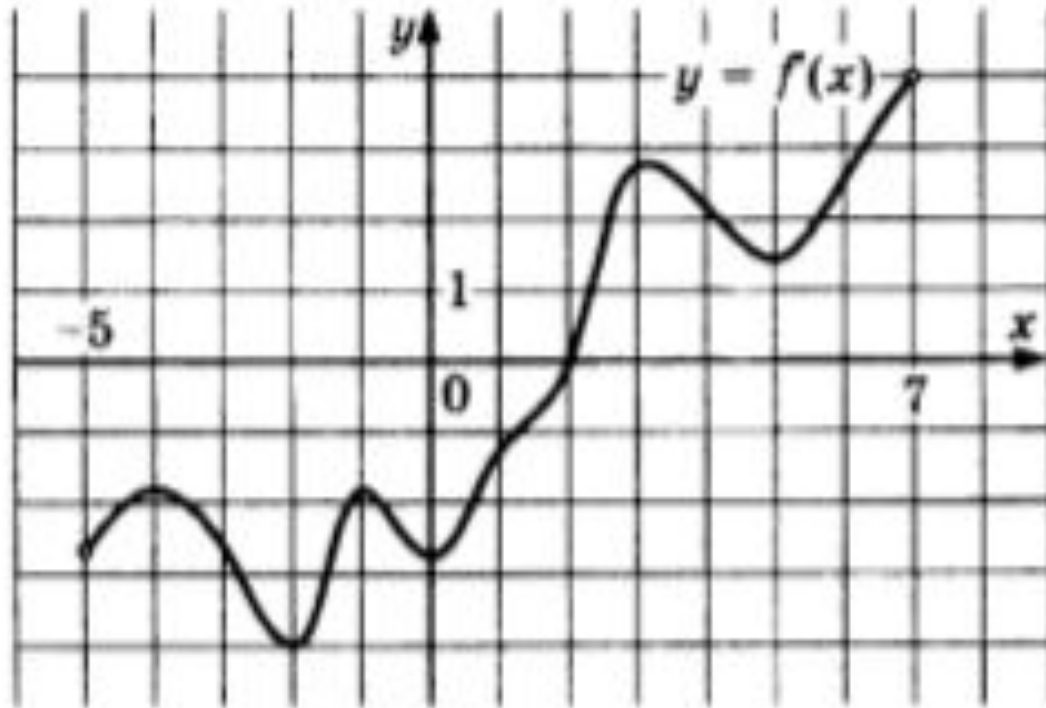
**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1753. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[2; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

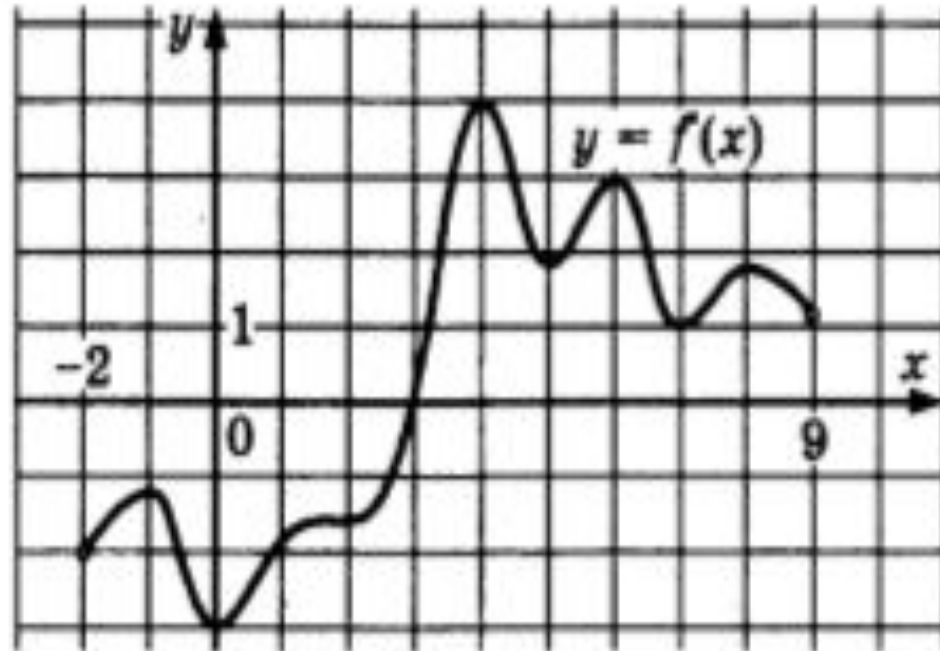
1750. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 7)$ . В какой точке отрезка  $[-4; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?





**5тип задач:** Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

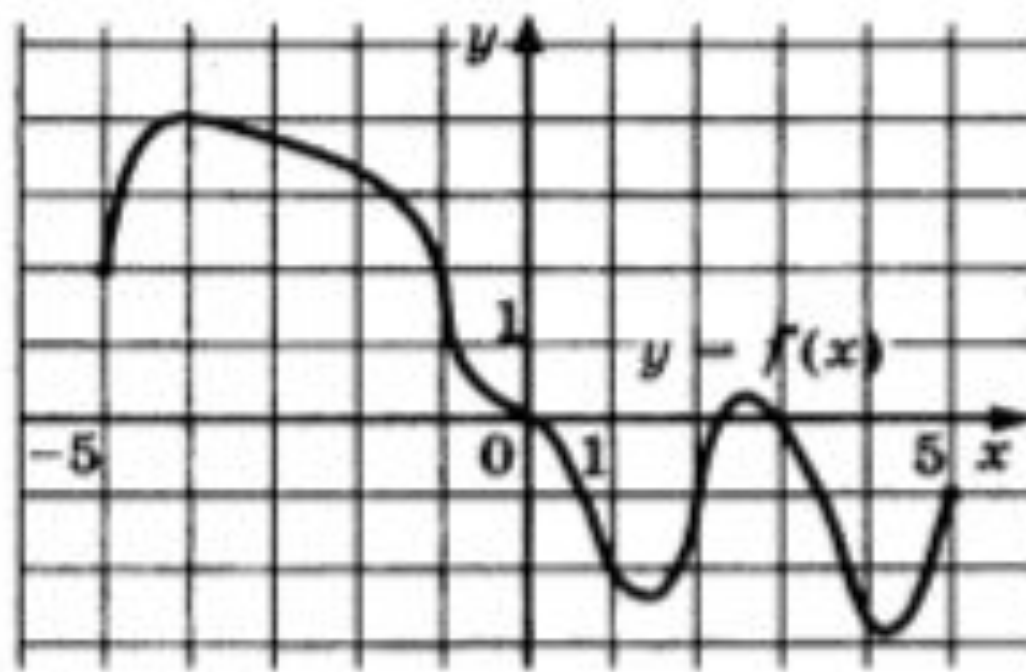
1752. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[3; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



**6 тип задач:** Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

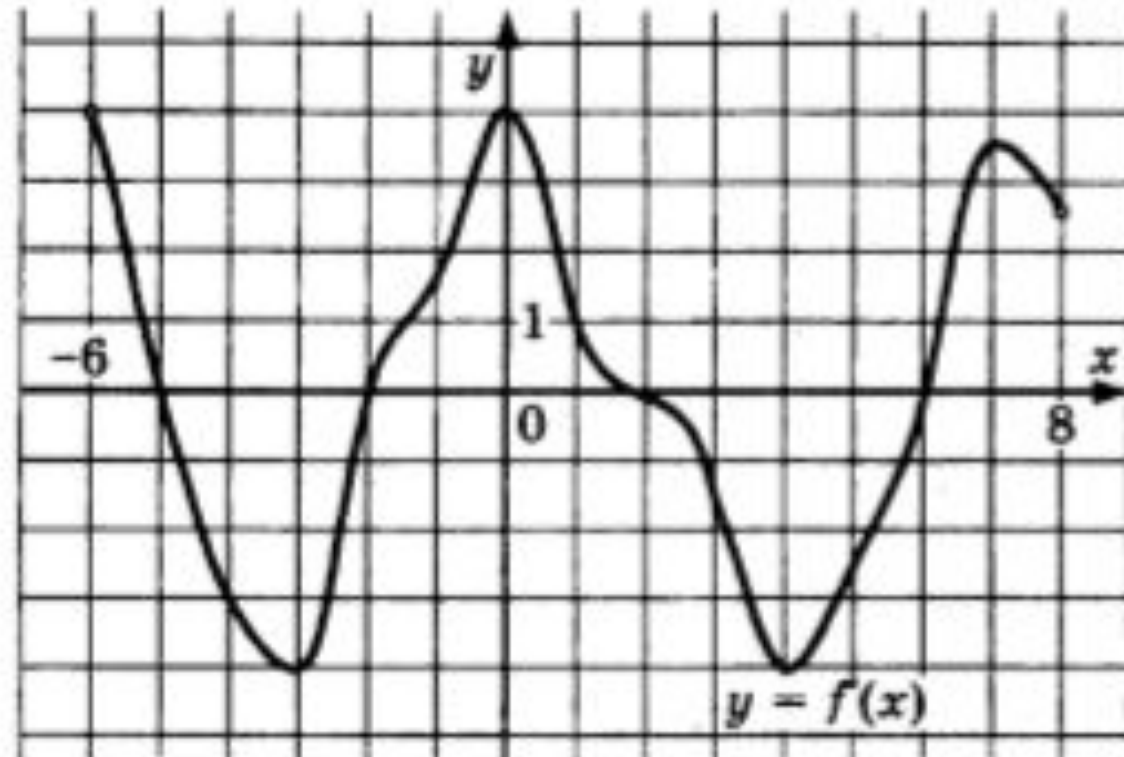


1720. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x - 8$  или совпадает с ней.



**6 тип задач:** Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

1844. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 5$  или совпадает с ней.

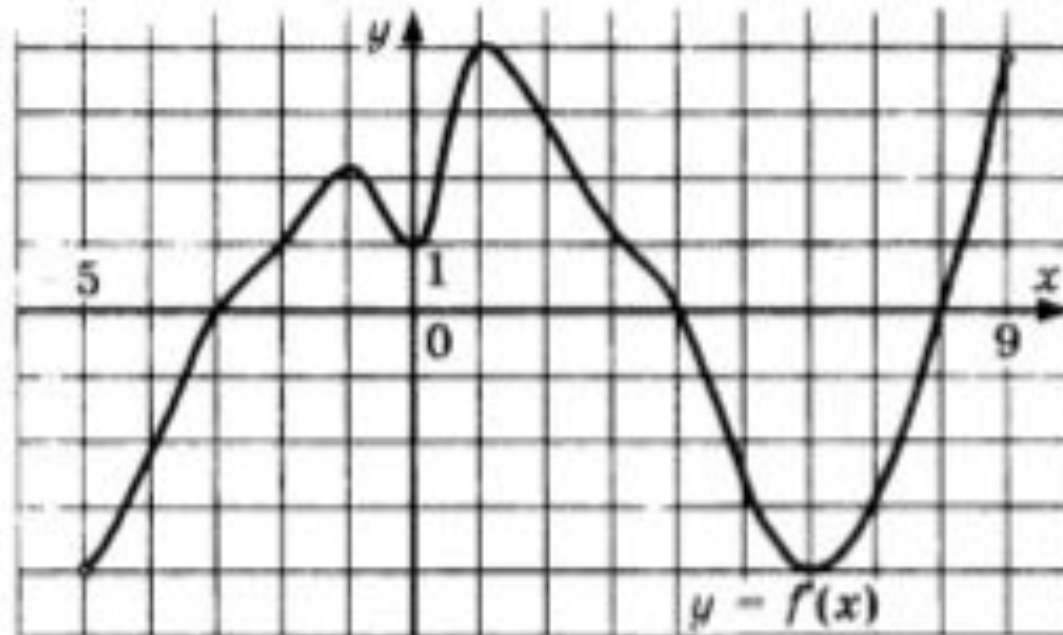




**6 тип задач:** Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

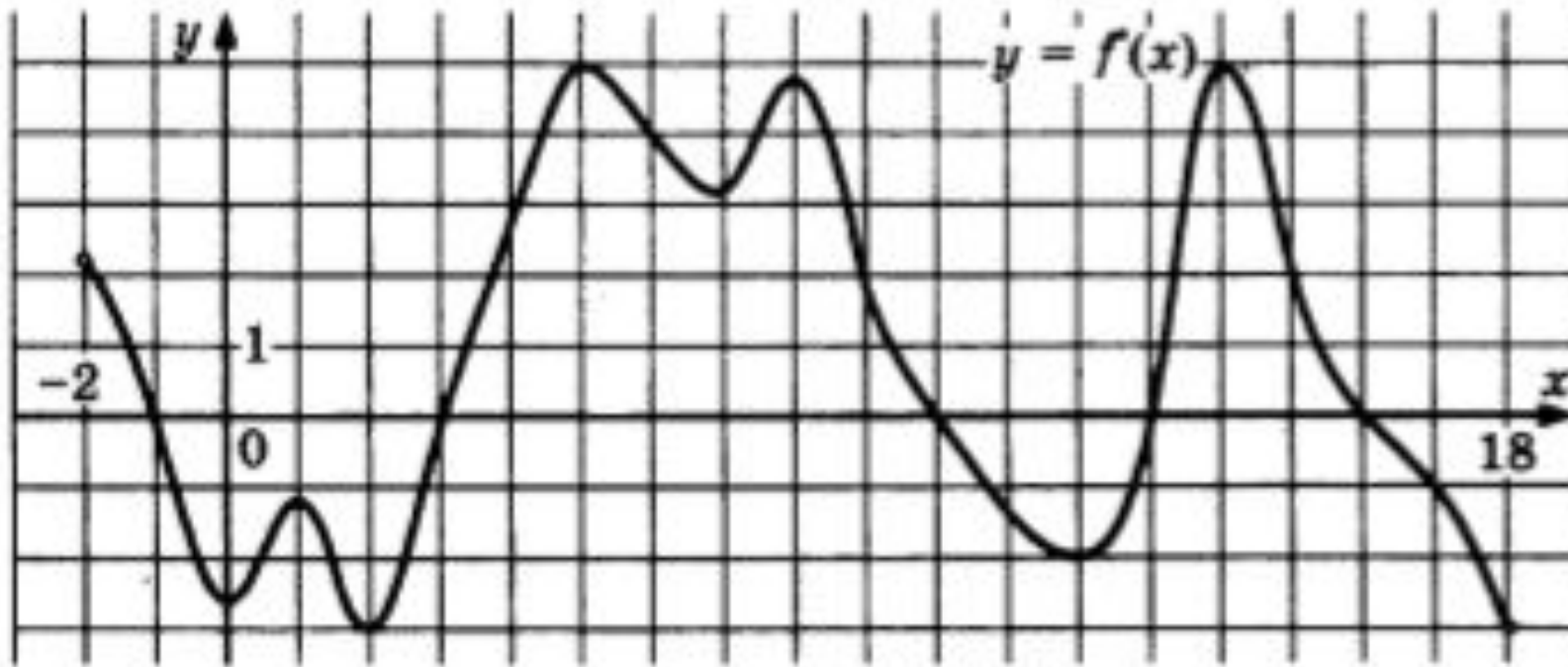


1845. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 9)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 14$  или совпадает с ней.



**7 тип задач:** Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

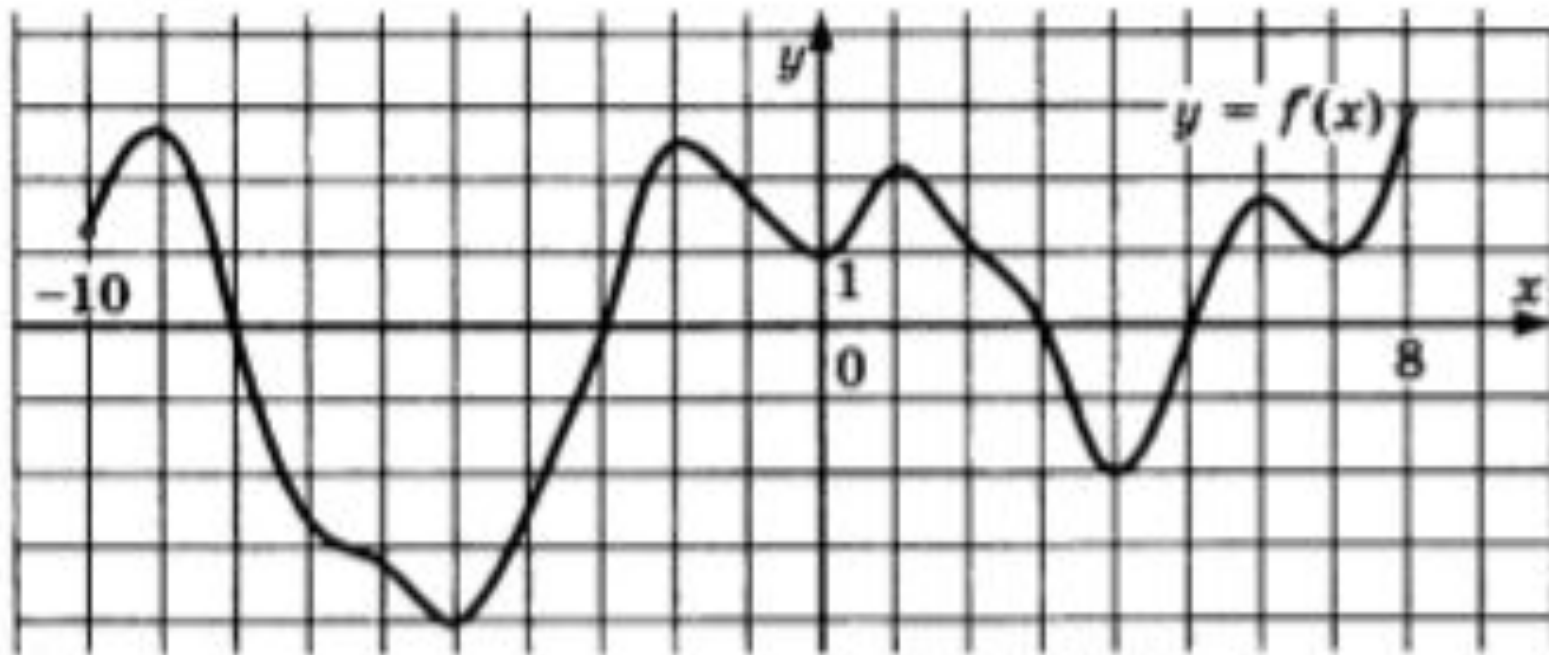
1779. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 18)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; 15]$ .



**7 тип задач:** Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

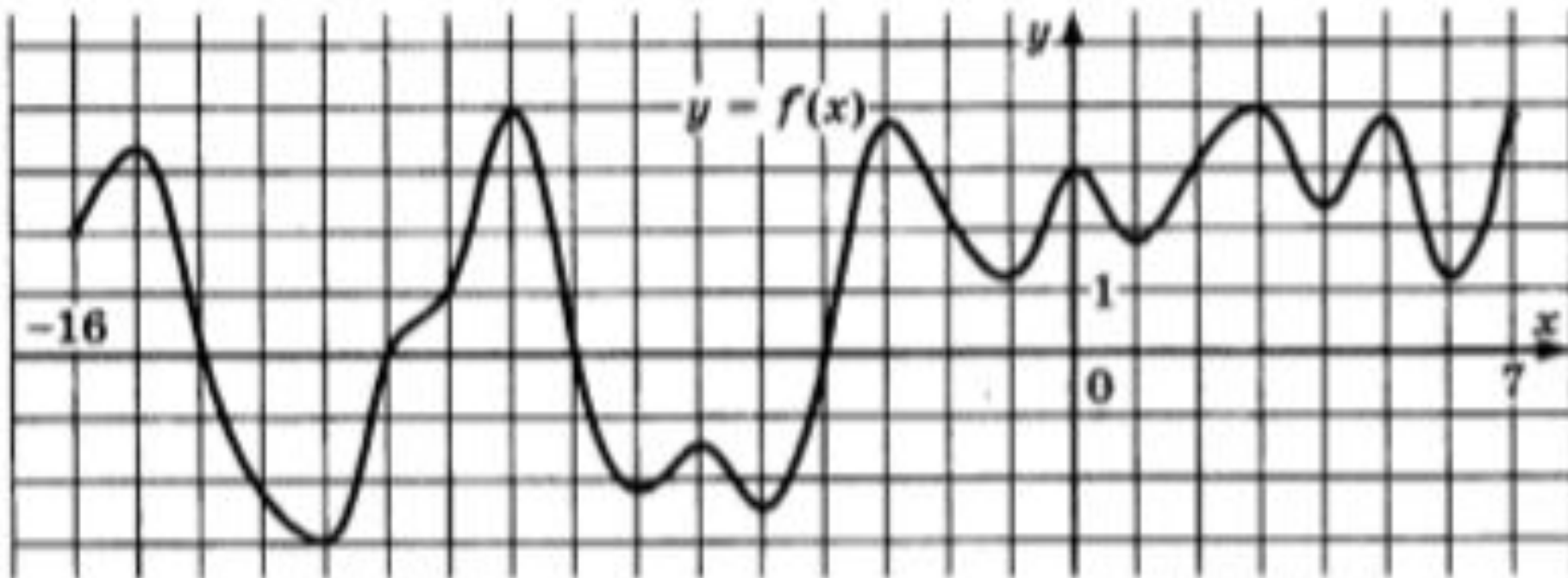


1780. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 8)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-9; 7]$ .



**7 тип задач:** Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

1781. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-16; 7)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-15; 6]$ .

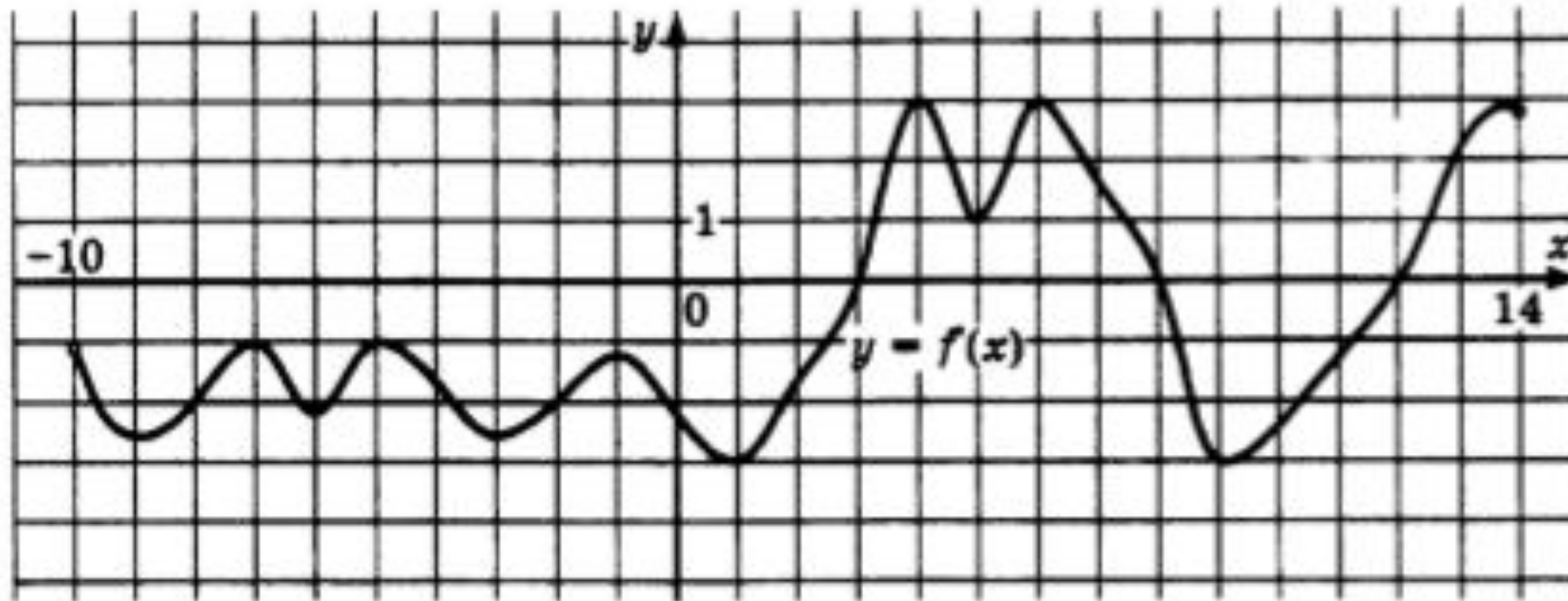




## 7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

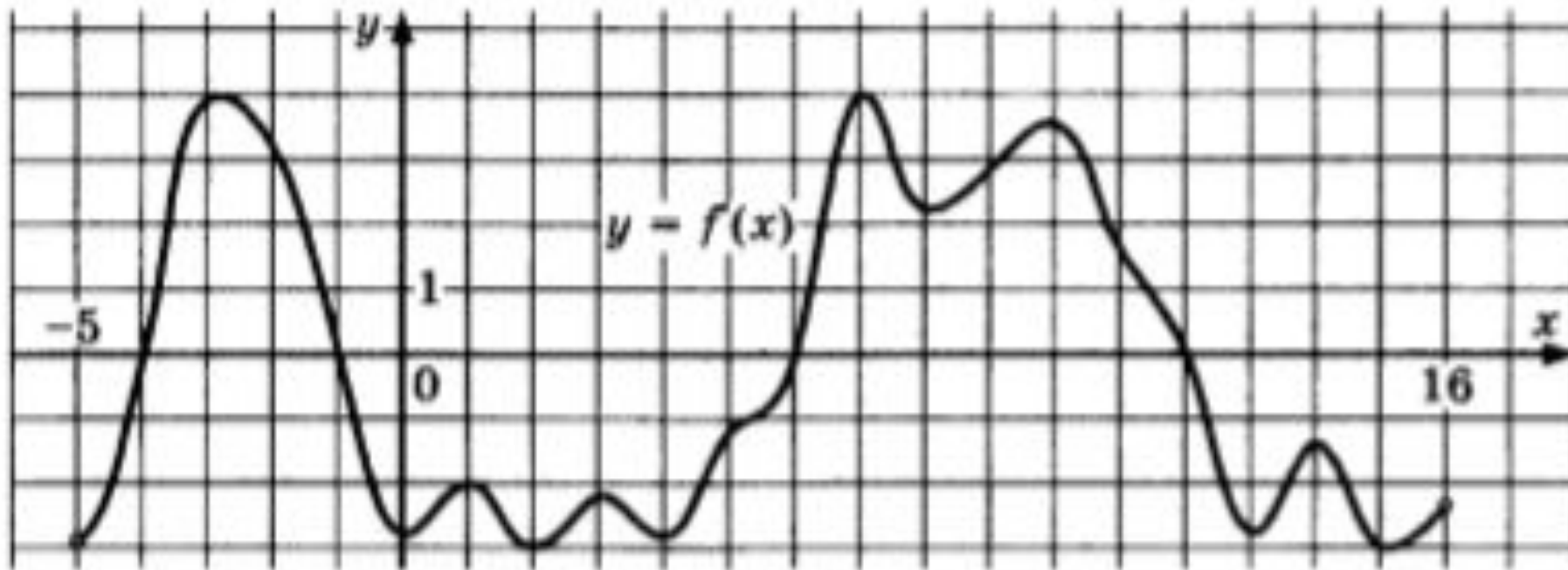


1782. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-8; 11]$ .



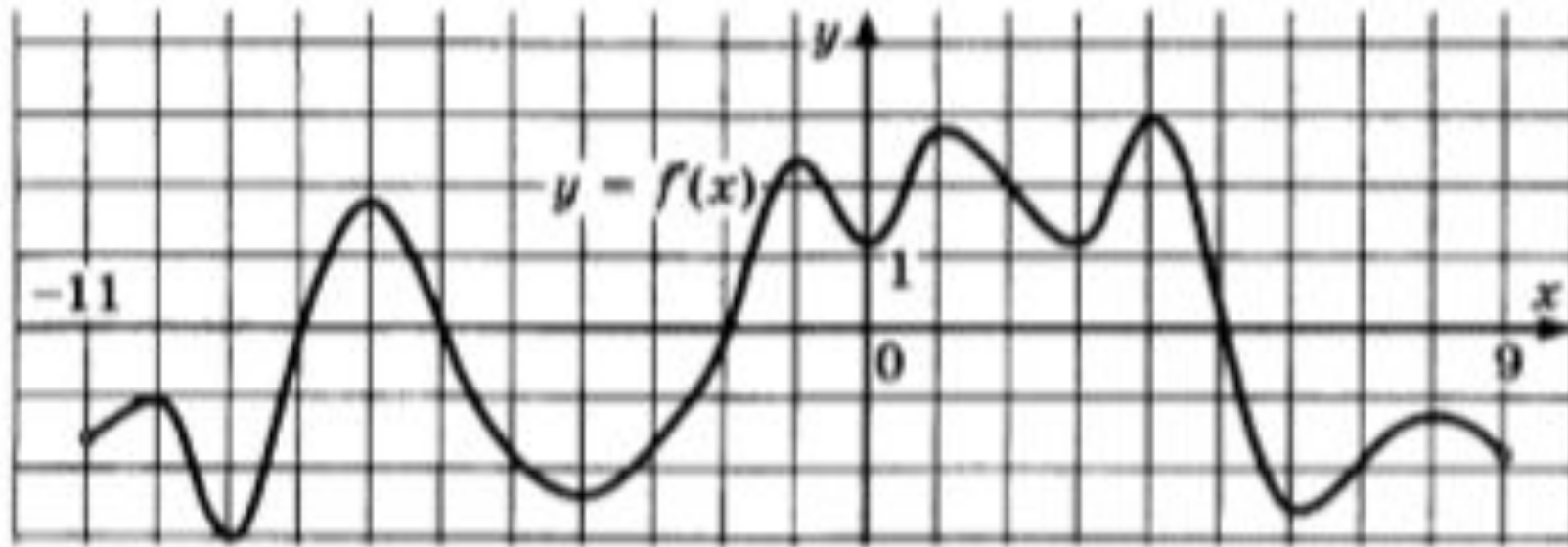
**7 тип задач:** Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

1789. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 16)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[0; 15]$ .



**7 тип задач:** Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

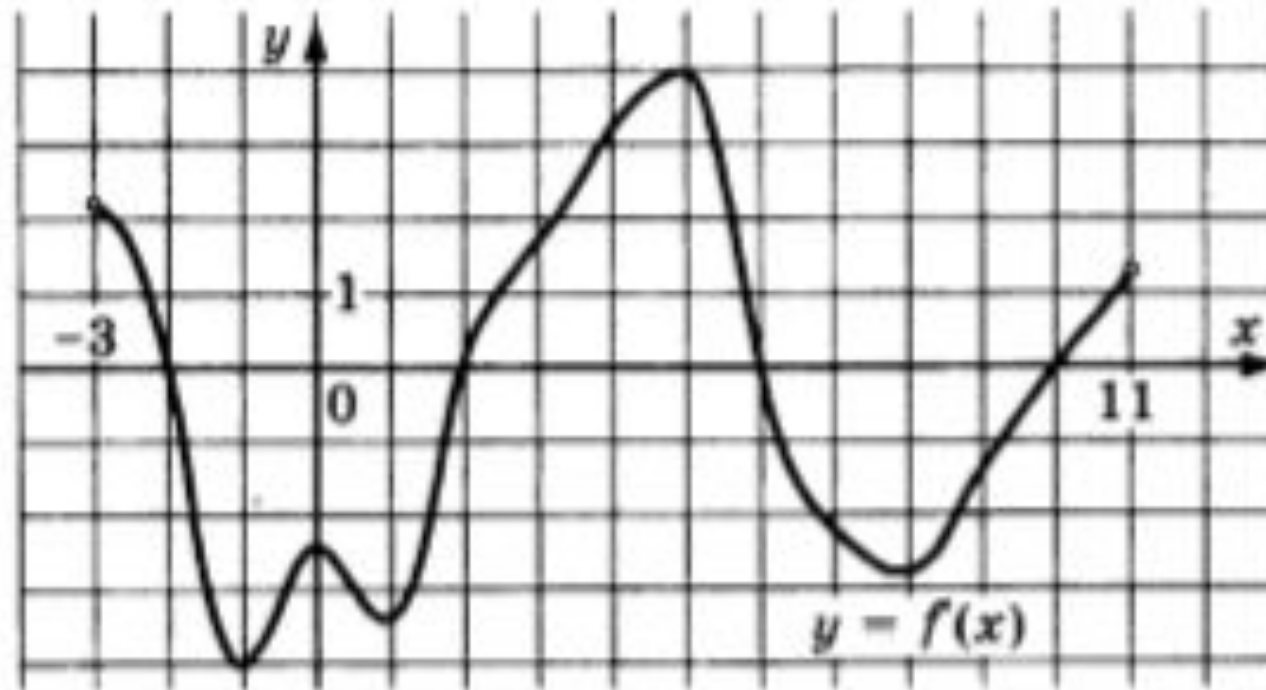
1790. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-11; 9)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-10; 7]$ .



## 8 тип задач: Нахождение длины промежутка убывания или возрастания



1810. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 11)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.

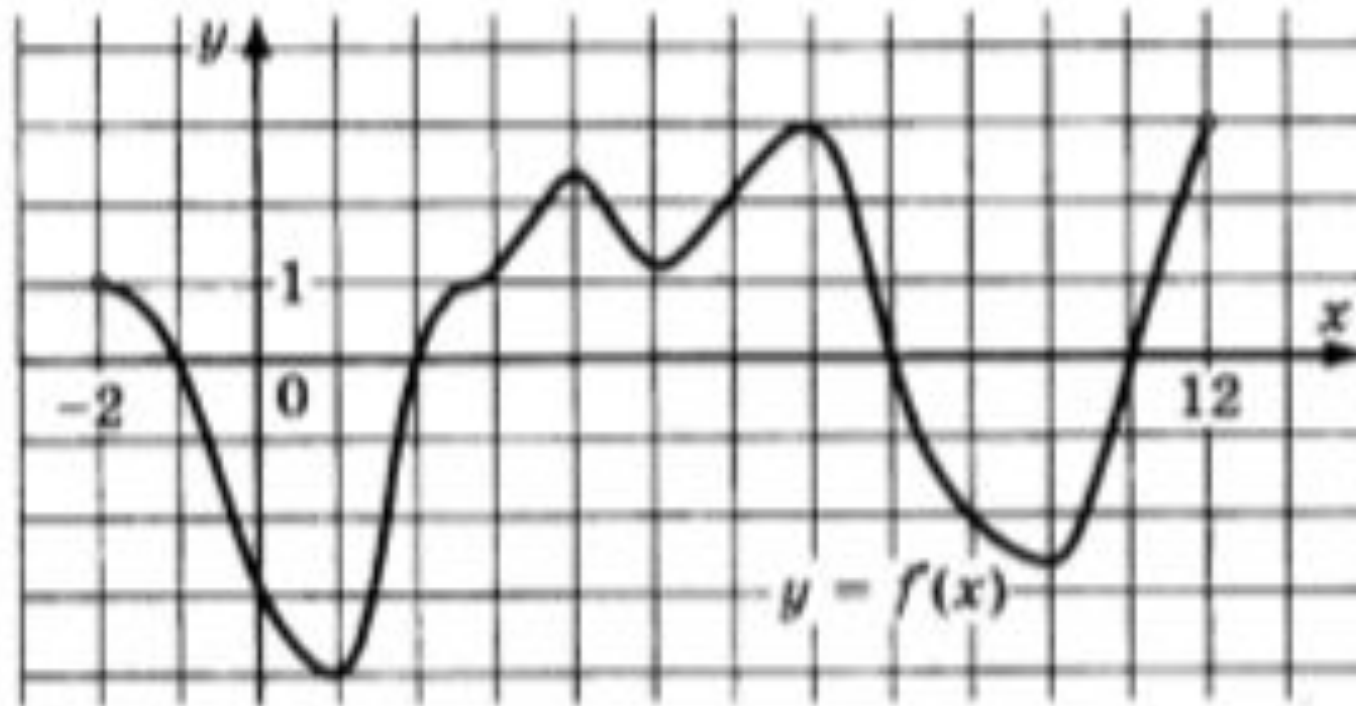




**8 тип задач:** Нахождение длины промежутка убывания или возрастания

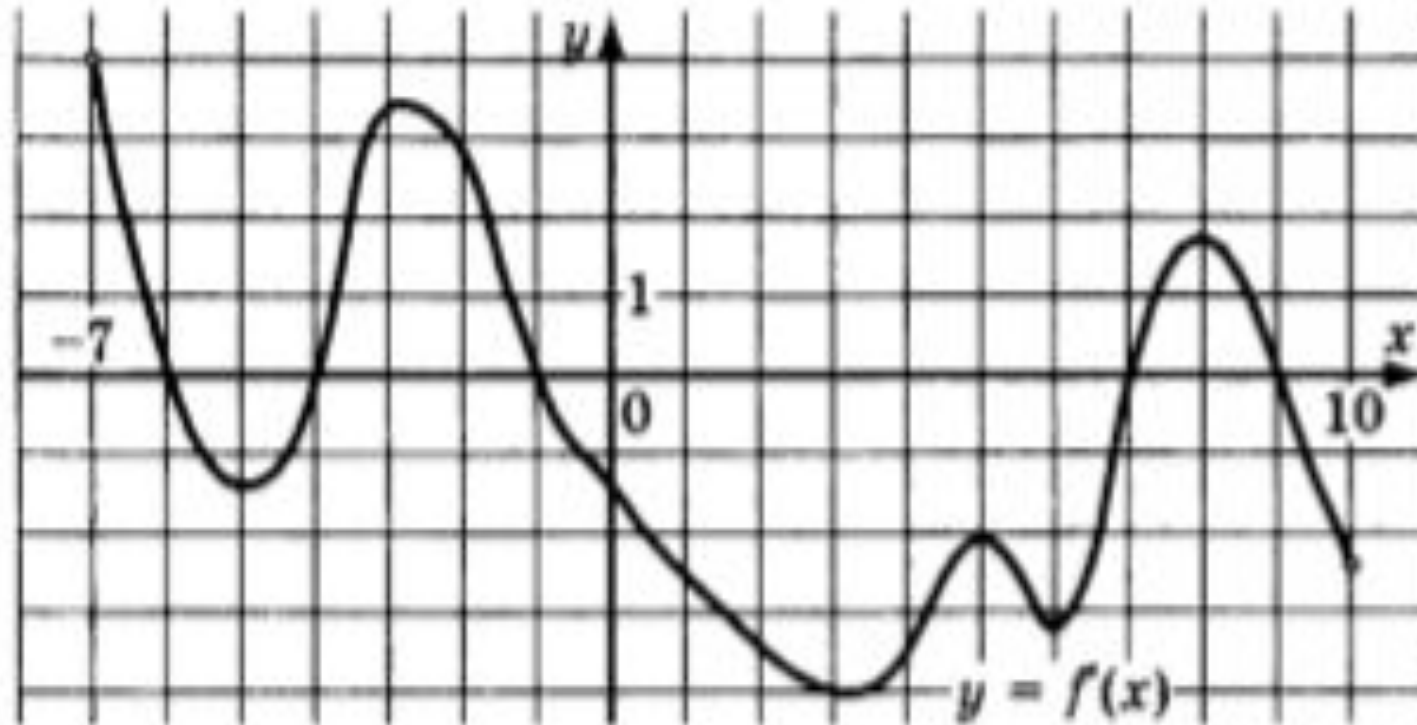


1811. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 12)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



**8 тип задач: Нахождение длины промежутка убывания или возрастания**

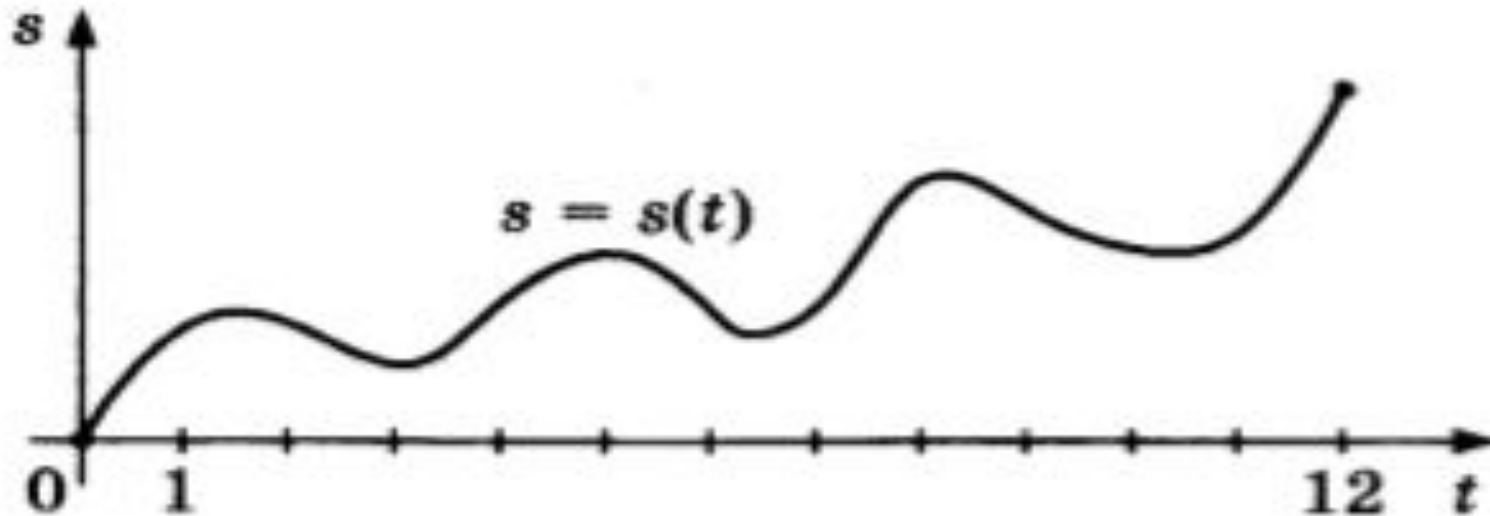
1816. На рисунке изображён график производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-7; 10)$ . Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



## 10 тип задач: График движения

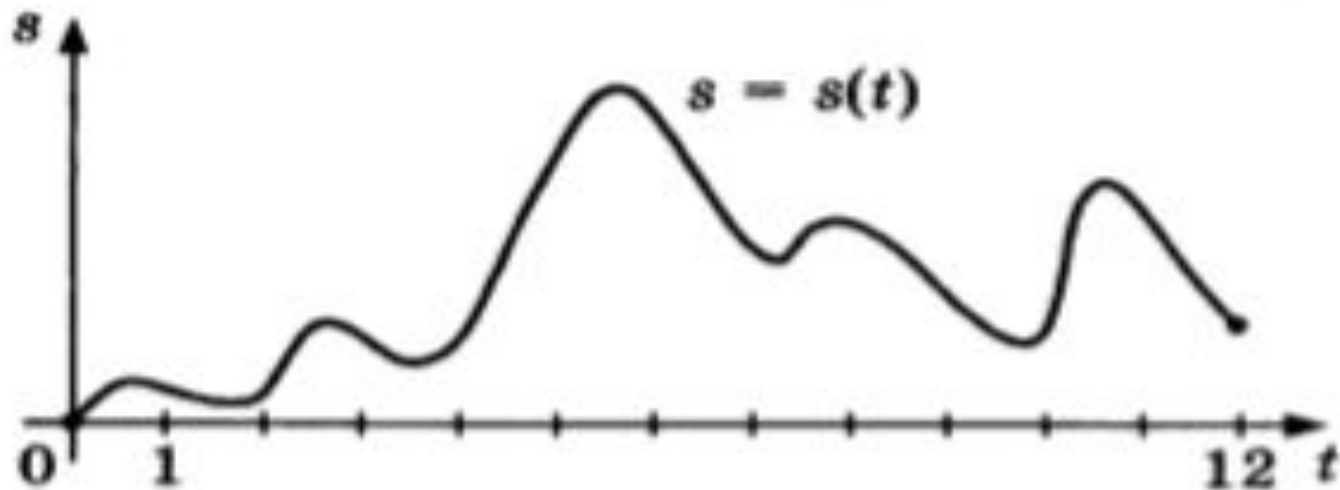


1977. Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



## 10 тип задач: График движения

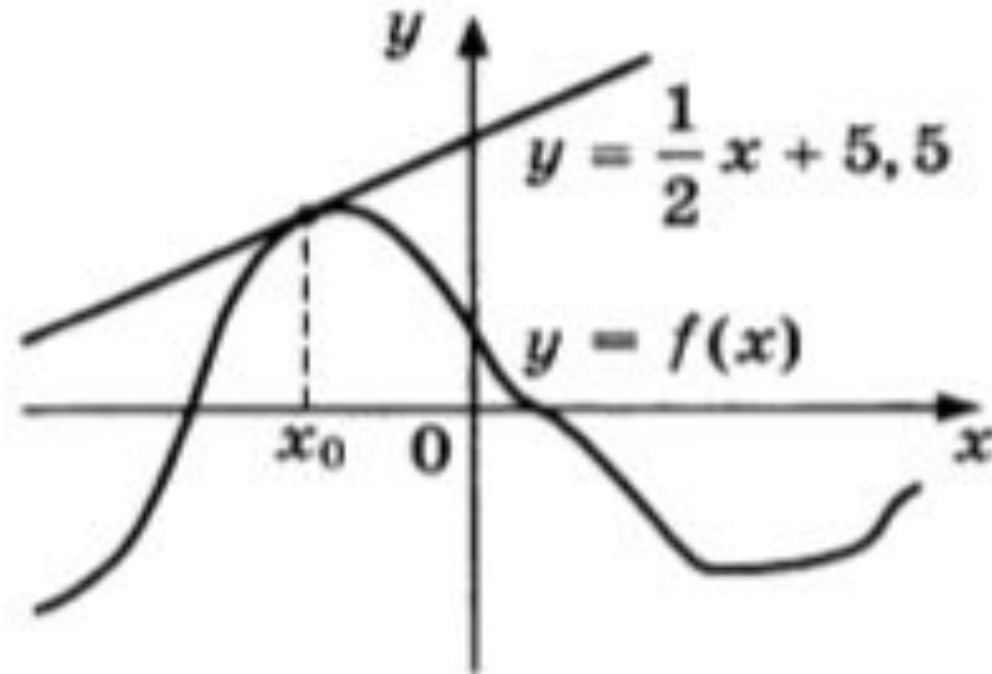
1978. Материальная точка  $M$  начинает движение из точки  $A$  и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. На оси абсцисс откладывается время  $t$  в секундах, на оси ординат — расстояние  $s$  в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



## 11 тип задач: Сравнение угловых коэффициентов



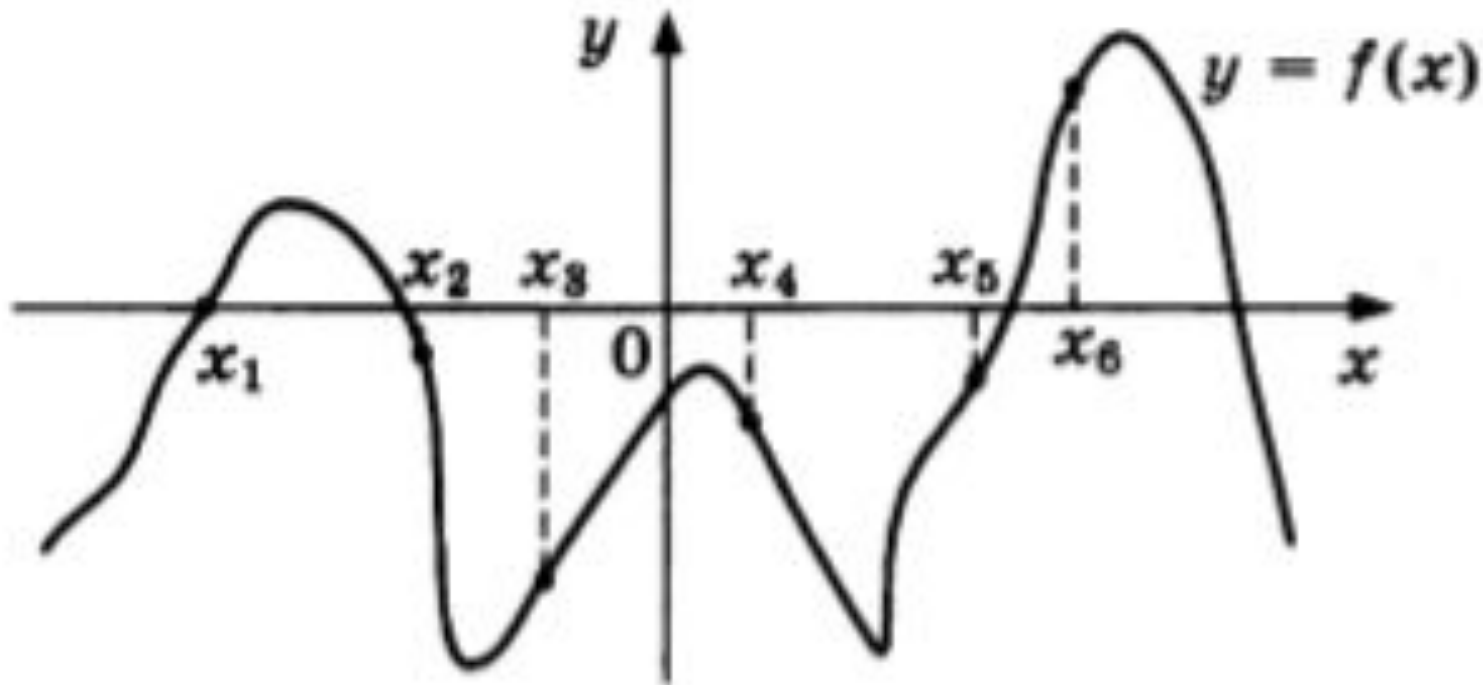
1981. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции  $y = 4f(x) + 7$  в точке  $x_0$ .





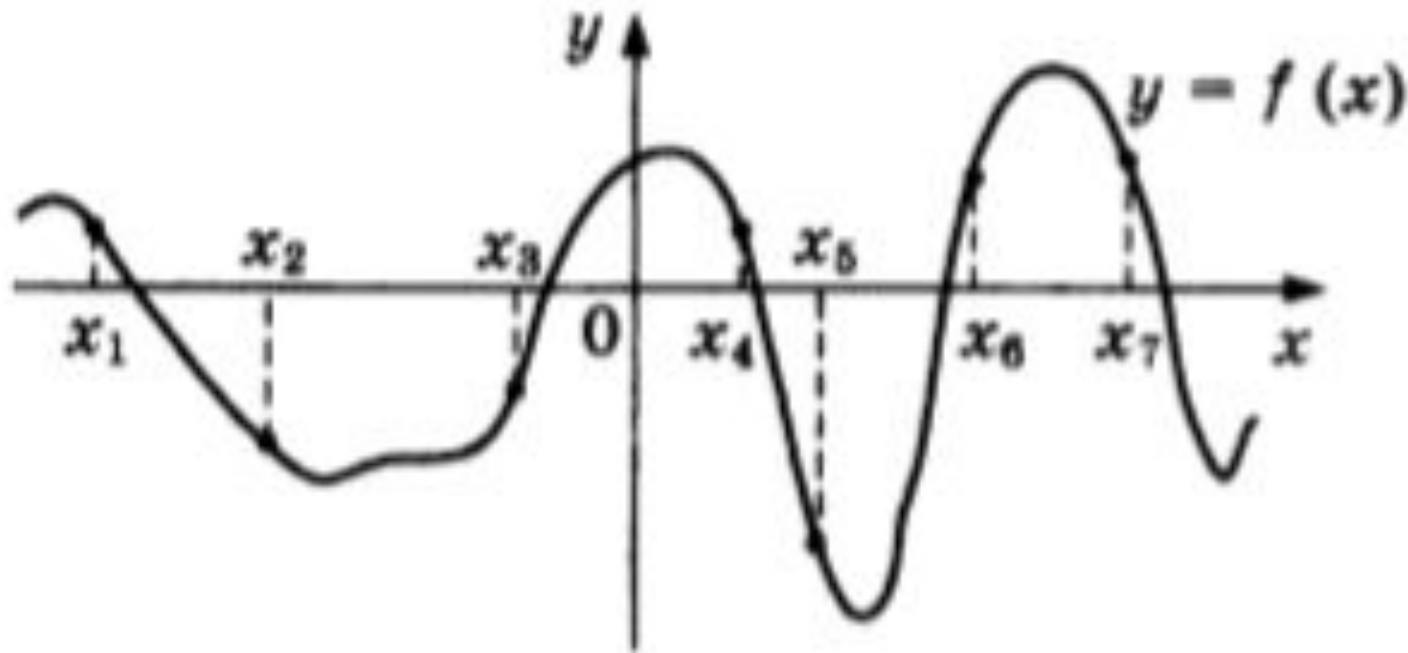
**12 тип задач:** Производная положительная и отрицательная

**1983.** На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  и  $x_6$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



**12 тип задач:** Производная положительная и отрицательная

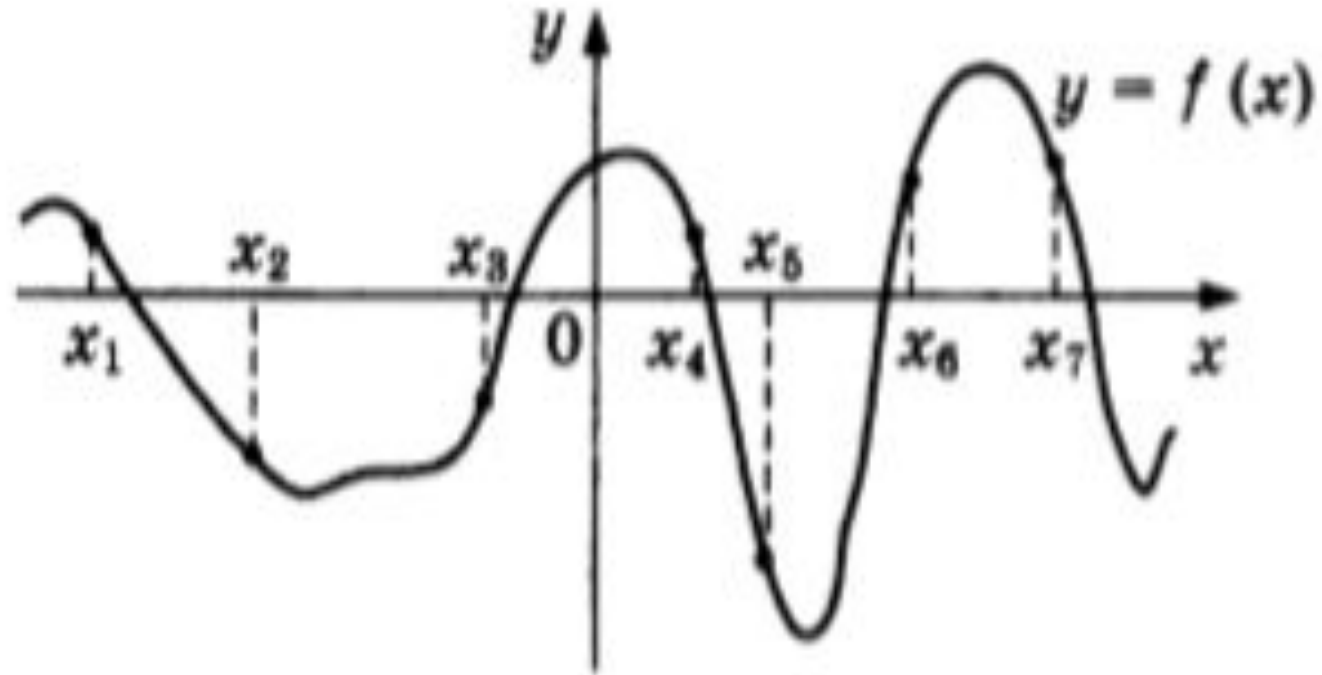
1984. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  и  $x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  положительна. В ответ запишите количество найденных точек.



## 12 тип задач: Производная положительная и отрицательная



1984. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$  и  $x_7$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  положительна. В ответ запишите количество найденных точек.

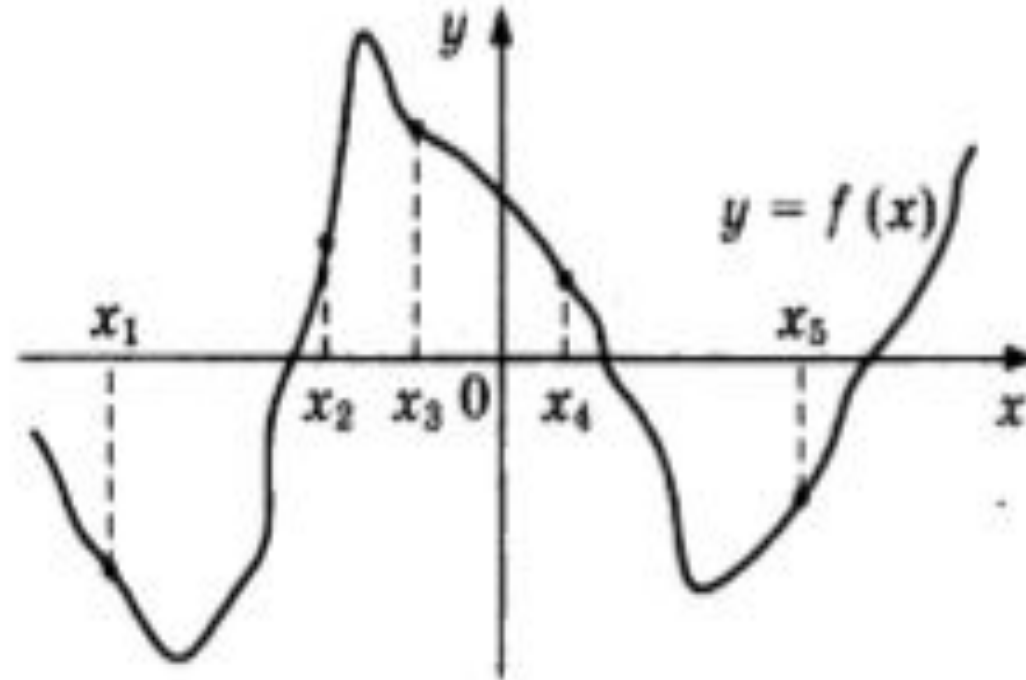




## 12 тип задач: Производная положительная и отрицательная

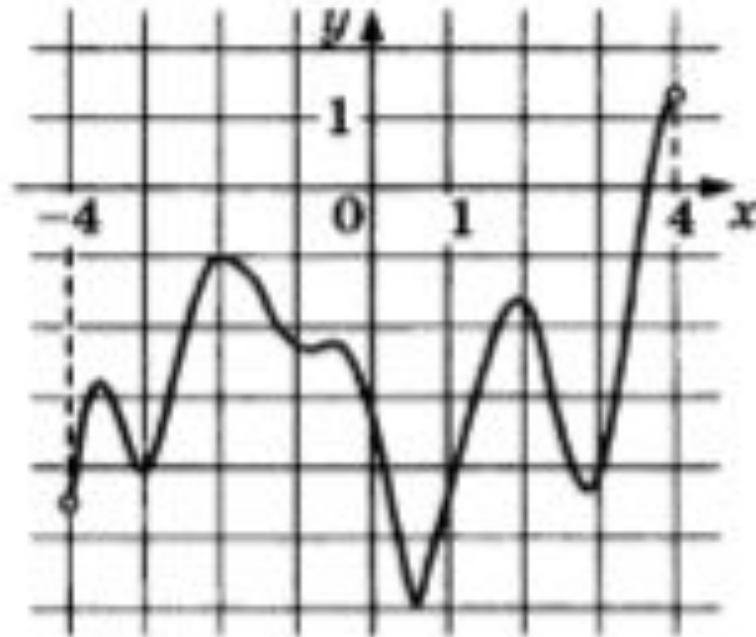


1985. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . Найдите среди пяти точек  $x_1, x_2, x_3, x_4$  и  $x_5$  те точки, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



## 12 тип задач: Производная положительная и отрицательная

- ★ 1986. Функция  $y = f(x)$  определена на интервале  $(-4; 4)$ . На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции  $y = f(x)$ , которые параллельны прямой  $y = 8 - 3x$  или совпадают с ней.



**13 тип задач:** *Найти точку максимума или точку минимума*

2100. Найдите точку минимума функции  $y = (x + 8)e^{x-8}$ .

2110. Найдите точку минимума функции  $y = (18 - x)e^{18-x}$ .

2158. Найдите точку минимума функции  
 $y = (3x^2 - 21x + 21)e^{x-21}$ .

2224. Найдите точку минимума функции  
 $y = 2x - \ln(x + 4) + 12$ .

**13 тип задач:** *Найти точку максимума или точку минимума*

**2105.** Найдите точку максимума функции  $y = (14 - x)e^{x+14}$ .

**2118.** Найдите точку максимума функции  $y = (x + 8)e^{8-x}$ .

**2162.** Найдите точку максимума функции  
 $y = (x^2 - 16x + 16)e^{x+16}$ .

**2229.** Найдите точку максимума функции  
 $y = \ln(x + 9) - 10x + 7$ .

**1. Теория. Глава III, §2**

**Выучить определения и теоремы §2.**

**2. Практика. Сделать подборку задач (5 задач каждого типа), подобных рассмотренным в классе и решить их**

Работа по теме: «Производные элементарных функций»

---

$$(C)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$(x^a)' =$$

$$\left(\sqrt[n]{x^m}\right)' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

$$(e^x)' =$$

$$(\sin x)' =$$

$$(a^x)' =$$

$$(\cos x)' =$$

$$(\ln x)' =$$

$$(\operatorname{tg} x)' =$$

$$(\log_a x)' =$$

$$(\operatorname{ctg} x)' =$$

# Производные элементарных функций

$$(C)' = 0;$$

$$(x^a)' = ax^{a-1};$$

$$\left(\sqrt[n]{x^m}\right)' = \left(x^{m/n}\right)' = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} = \frac{m}{n} \sqrt[n]{x^{m-n}};$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}; \quad (\ln |x|)' = \frac{1}{x};$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \ln a};$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\arccos x)' = \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)' = -\frac{1}{1+x^2};$$