

Урок алгебры и начал математического анализа в 11 классе



**Урок разработан
учителем математики
МБОУ СШ №10 г.Павлово
Леонтьевой Светланой Ивановной**

Урок опубликован на сайте учителя: <http://pavls1954.wixsite.com/1712>



Приветствую вас на уроке

Девиз урока:

Учитесь не мыслям, а мыслить

Квант

Успешного усвоения учебного материала

1.Теория. Глава III, §2

Выучить определения и теоремы §2.

2.Практика. Стр.106-107, **№№9-14 (2,4)**

Стр. 106, №9(2,4)

**Найти стационарные
точки функции**

$$2) y = x^2 - 14x + 15$$

$$y' = 2x - 14 = 0,$$

$$2x = 14,$$

$x=7$ – стационарная точка функции

Стр. 106, №9(4)

$$4) y = \frac{x}{3} + \frac{12}{x}$$

$$y' = \frac{1}{3} - \frac{12}{x^2} = 0$$

$$\frac{x^2 - 36}{3x^2} = 0$$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm 6 \text{ **стационарные точки функции**}$$

**Найти стационарные
точки функции**

Заметим, что функция может иметь экстремум и в точке, в которой она не имеет производной. Например, функция $f(x) = |x| - 2$ не имеет производной в точке $x = 0$, однако эта точка является для нее точкой минимума (рис. 64).

Внутренняя точка области определения непрерывной функции $f(x)$, в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную 0, называется *критической точкой* функции $f(x)$.

Таким образом, для того чтобы точка x_0 была точкой экстремума непрерывной функции $f(x)$, необходимо, чтобы эта точка была критической для данной функции.

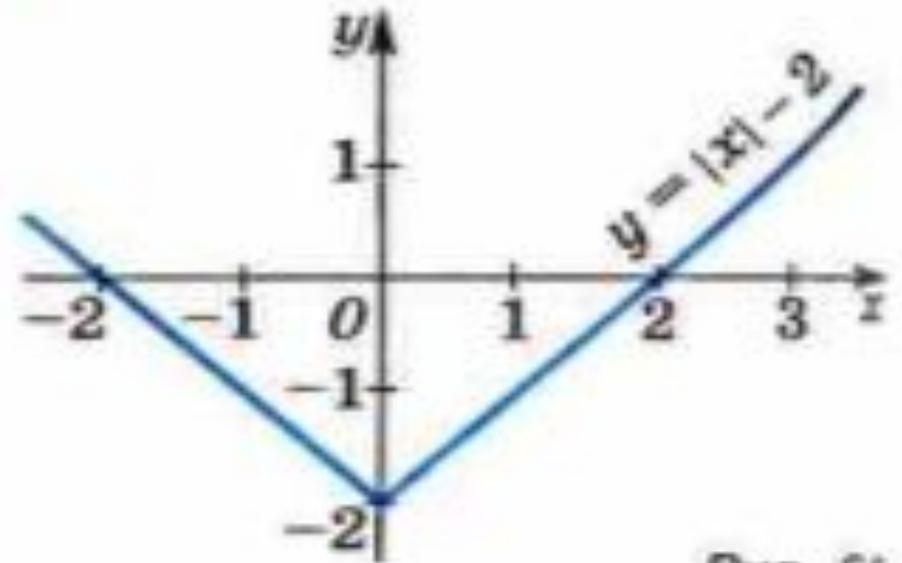


Рис. 64

Стр. 107, №10(2)

$$2) y = x^3 - |x - 1|$$

$$x - 1 \leq 0$$

$$x \leq 1$$

$$y = x^3 + x - 1$$

$$y' = 3x^2 + 1 = 0,$$

стационарных точек нет,

$$\text{т.к. } 3x^2 + 1 > 0$$

при } x \in R

**Раскроем знак модуля при
условиях:**

$$x - 1 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

$$y = x^3 - x + 1$$

$$y' = 3x^2 - 1 = 3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right) =$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 0$$

$$x_{1,2} \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ не}$$

принадлежат } x \geq 1

Стр. 107, №10(2)

$$2) y = x^3 - |x - 1|$$

$$x \leq 1$$

$$y' = 3x^2 + 1$$

$$y'(1) = 4$$

Раскроем знак модуля при
условиях:

$$x \geq 1$$

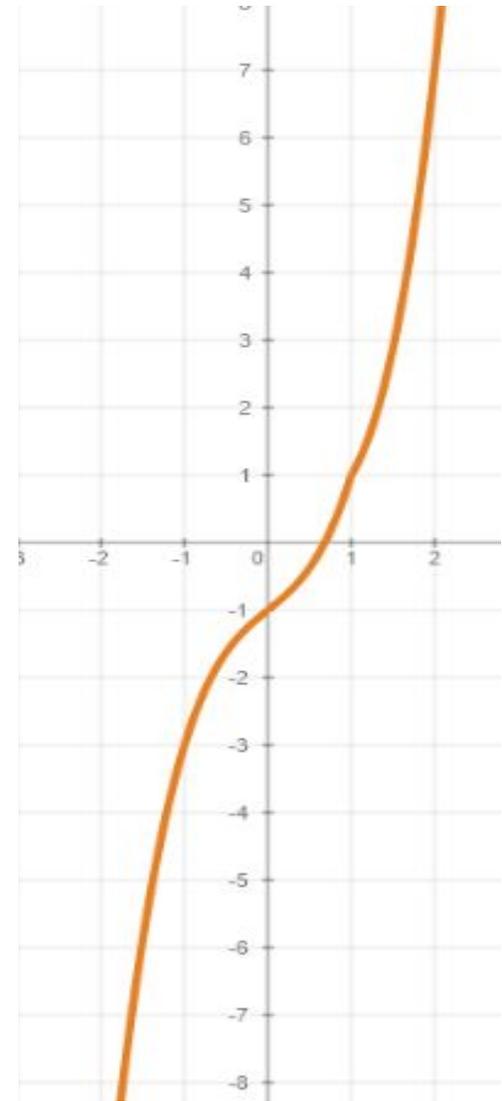
$$y' = 3x^2 - 1$$

$$y'(1) = 2$$

$$4 \neq 2$$

Данная функция производной
в точке $x=1$ не имеет

Ответ: $x=1$ – критическая точка



Стр. 107, №10(4) $y = 3x + |3x - x^2|$

Раскрываем модуль $|3x - x^2|$ при условиях:

$$3x - x^2 \leq 0, x(3 - x) \leq 0$$

$$x \leq 0, x \geq 3$$

$$3x - x^2 \geq 0, x(3 - x) \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 3$$

$$y = 3x - 3x + x^2 = x^2$$

$$y' = 2x = 0, x = 0$$

$$x = 0,$$

$$y'(0) = 0, y'(3) = 6$$

$$y = 3x + 3x - x^2 = 6x - x^2$$

$$y' = 6 - 2x = 0, x = 3$$

$$x = 3,$$

$$y'(0) = 6, y'(3) = 0$$

Стр. 107, №10(3,4)

$$4) y = 3x + |3x - x^2|$$

$$x = 0, \quad x \leq 0, x \geq 3$$

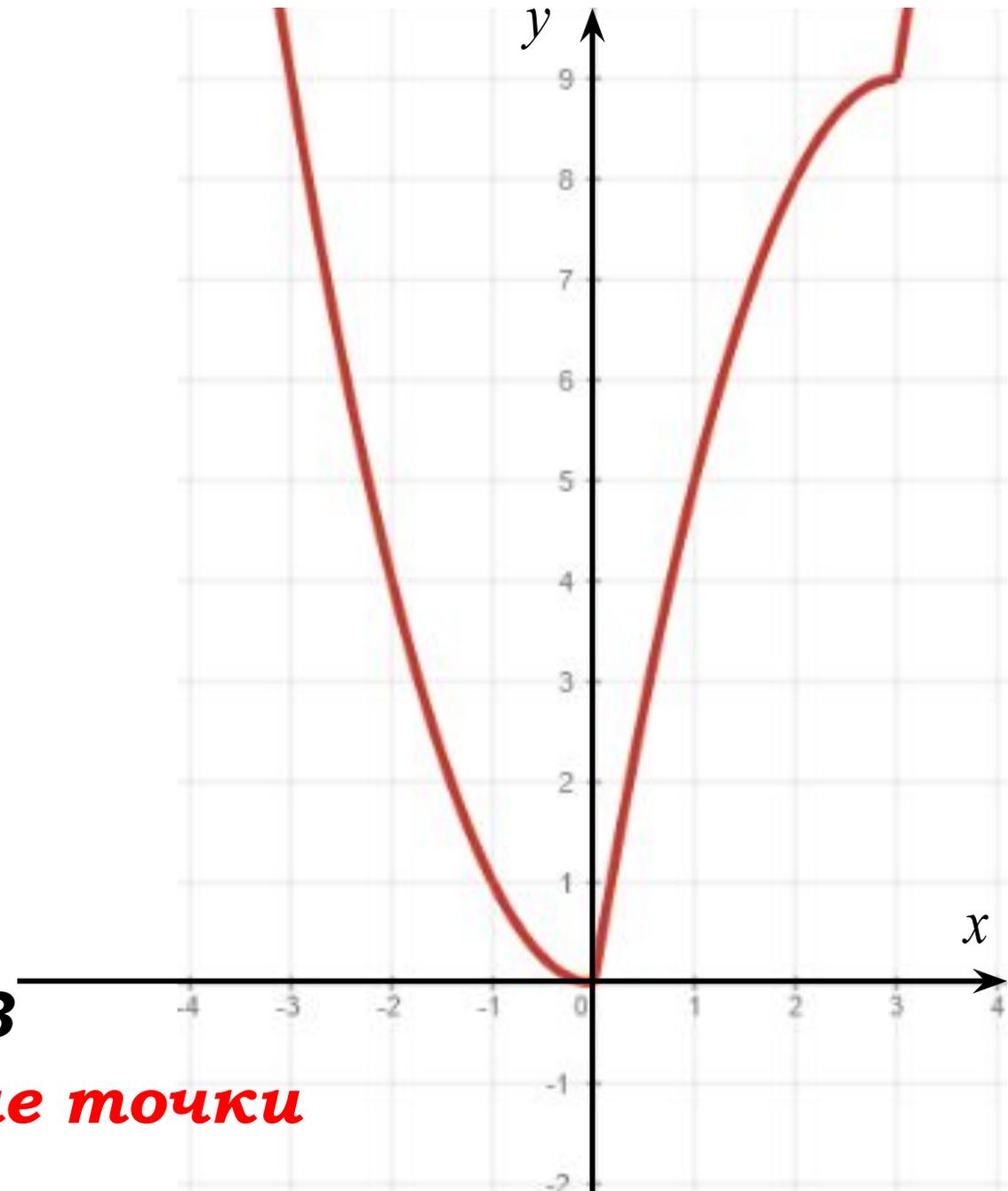
$$y'(0) = 0, y'(3) = 6$$

$$x = 3, \quad 0 \leq x \leq 3$$

$$y'(0) = 6, y'(3) = 0$$

**Данная функция не имеет
производной в точках $x=0$ и $x=3$**

Ответ: $x=0$ и $x=3$ - критические точки

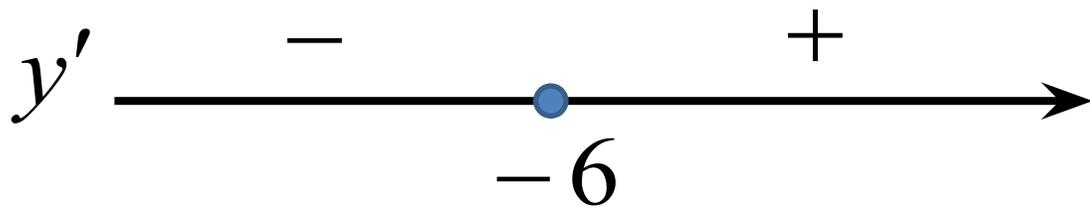


Стр. 107, №11(2,4) Найти точки экстремума функции

$$2) y = 3x^2 + 36x - 1$$

$$y' = 6x + 36 = 0$$

$x = -6$ - стационарная точка функции



При переходе через точку $x = -6$ производная функции меняет знак с « $-$ » на « $+$ », поэтому $x = -6$ – точка минимума

Стр. 107, №11(4)

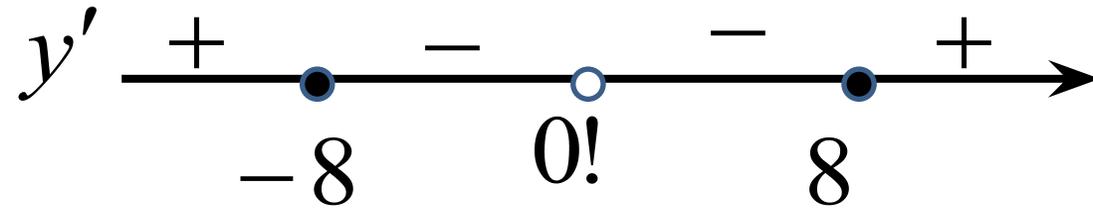
Найти точки экстремума функции

$$4) y = \frac{4}{x} + \frac{x}{16}$$

$$y' = -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{16} = 0$$

$$\frac{x^2 - 64}{16x^2} = \frac{(x-8)(x+8)}{16x^2} = 0$$

$$x_{1,2} = \pm 8$$



При переходе через точку $x=-8$ производная функции меняет знак с «+» на «-», поэтому $x=-8$ – **точка максимума**, а при переходе через точку $x=8$ «-» на «+», $x=8$ – **точка минимума**

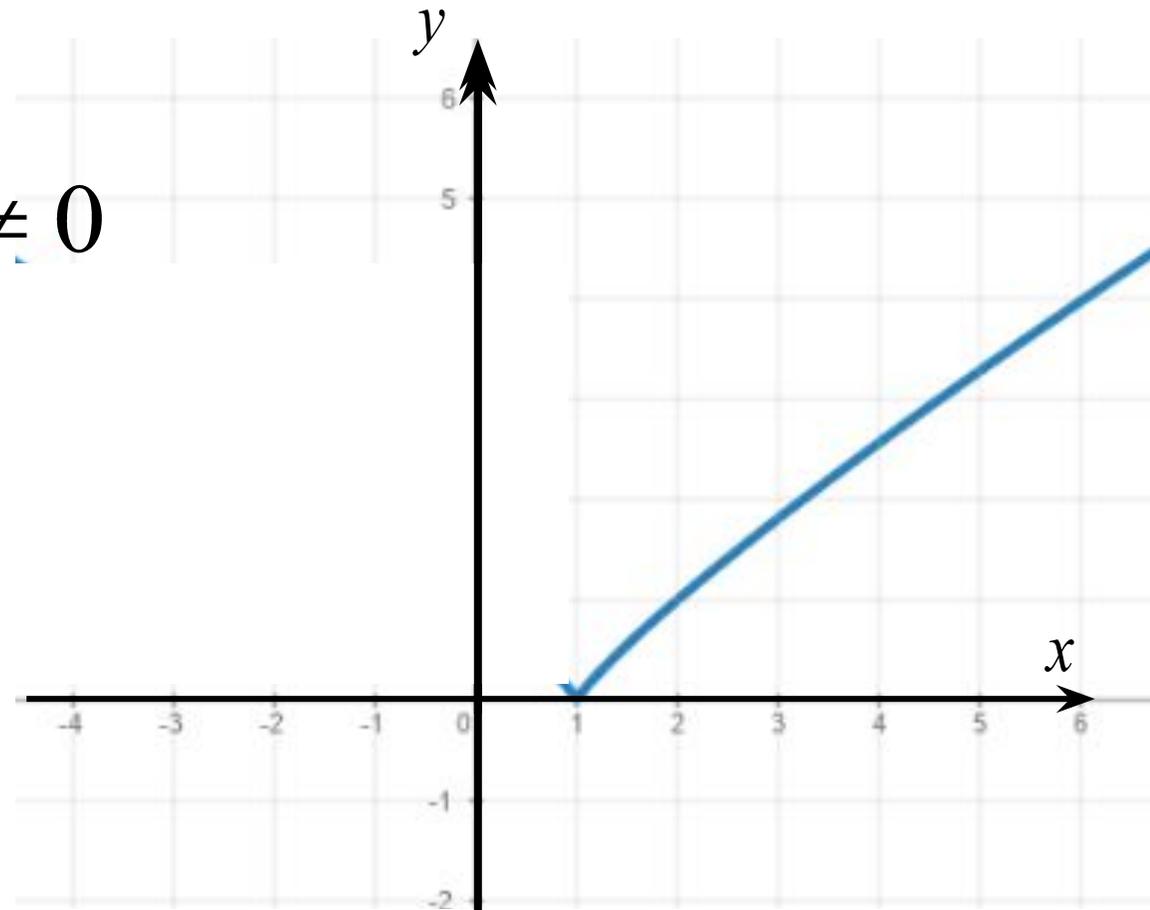
Стр. 107, №12(2,4) **Найти точки экстремума функции**

$$2) y = (x-1)^{\frac{6}{7}} \quad x-1 \geq 0$$

$$y' = \frac{6}{7} (x-1)^{-\frac{1}{7}} = \frac{6}{7\sqrt[7]{x-1}} \quad x-1 \neq 0$$

$x = 1$ - **критическая точка функции**

Данная функция не имеет производной в точке $x=1$. **Экстремумов нет**



Стр. 107, №12(4)

**Найти точки экстремума
функции**

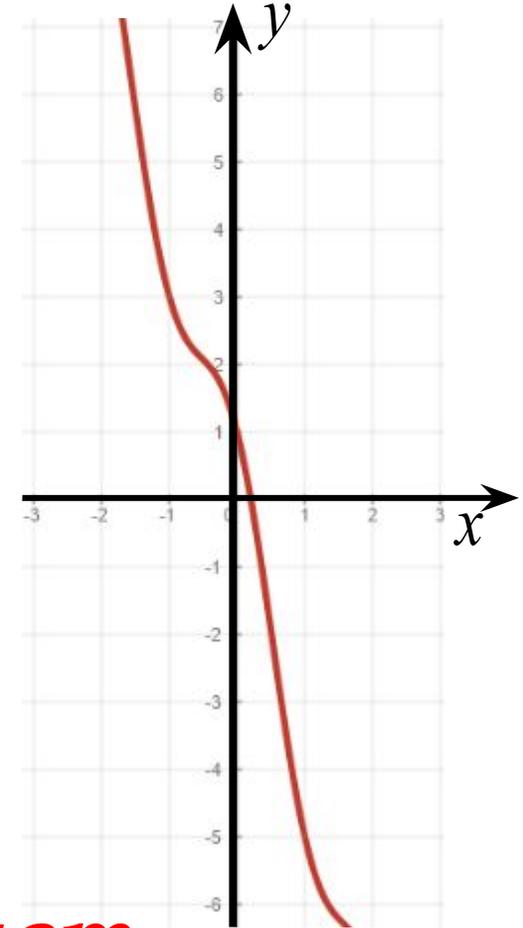
$$4) y = \cos 3x - 4x$$

$$y' = -3 \sin 3x - 4 = 0$$

$$\sin 3x = -4$$

Уравнение не имеет корней

**Данная функция не имеет
критических точек.**



Экстремумов нет

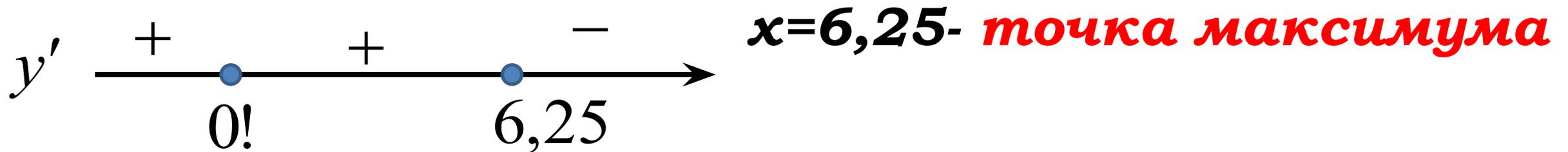
Стр. 107, №14(2) Найти точки экстремума функции

$$2) y = \frac{x^5}{5-x}$$

$$y' = \left(\frac{x^5}{5-x}\right)' = \frac{5x^4(5-x) - x^5 \cdot (-1)}{(5-x)^2} = \frac{-4x^5 + 25x^4}{(5-x)^2} =$$

$$= \frac{x^4(-4x+25)}{(5-x)^2} = 0, \quad \text{Критические точки:}$$

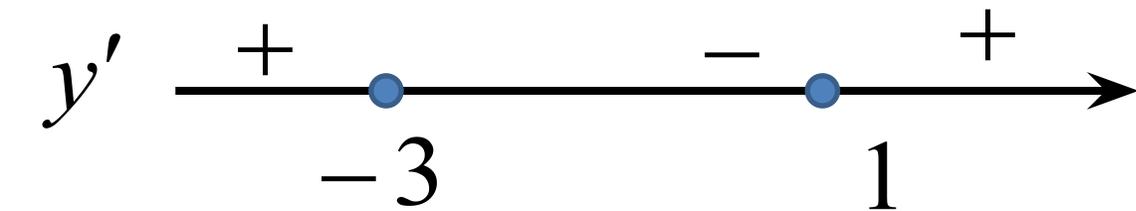
$x=0, x=6,25$



Стр. 107, №14(4) Найти точки экстремума функции

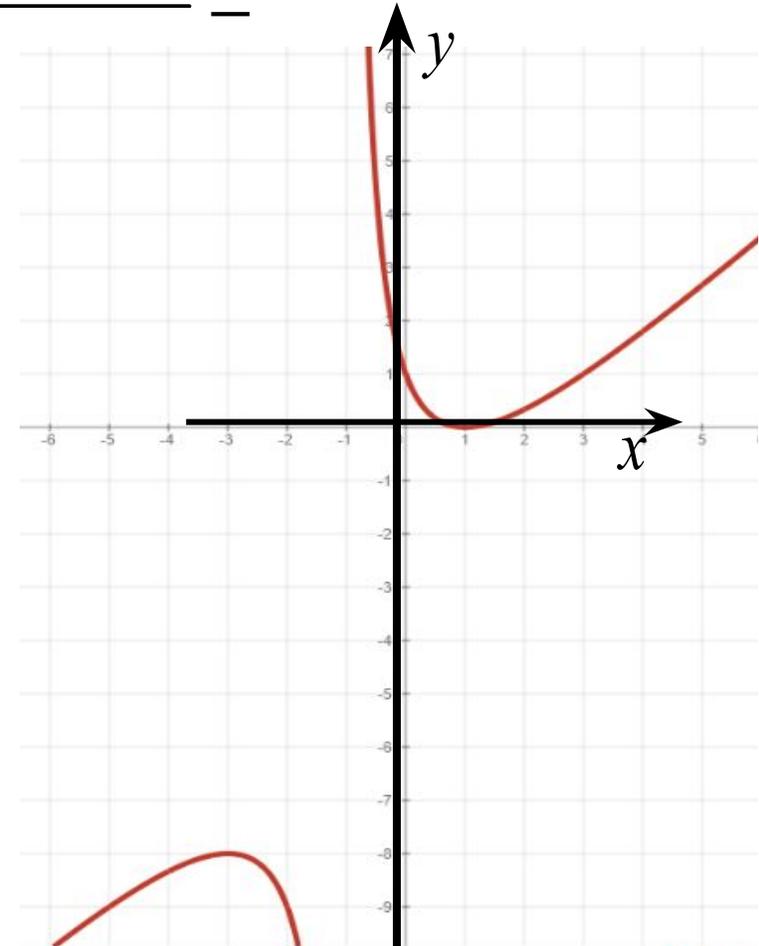
$$\begin{aligned} 4) y &= \frac{(x-1)^2}{x+1} & y' &= \left(\frac{(x-1)^2}{x+1}\right)' = \frac{2(x-1)(x+1) - (x-1)^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \\ & & &= \frac{2x^2 - 2 - x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2} = \\ & & &= \frac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2} = \frac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2} = 0, \end{aligned}$$

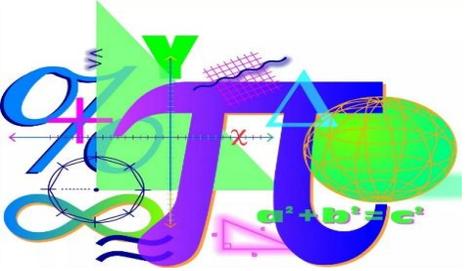
Стационарные точки: $x=-3$, $x=1$



$x=-3$ точка максимума

$x=1$ точки минимума





***Оцените выполнение ДЗ,
проверив его выполнение в парах***

Классная работа

***Применение производной при
решении заданий ЕГЭ (профиль)***

Глава III. §1,2.

- Рассмотреть задачи профильного ЕГЭ с использованием производной к исследованию функции.**
- Продолжить формирование культуры устной и письменной математической речи, умения оценивать уровень своих знаний по рассматриваемой теме.**

Повторяем теоретический материал:

1. Точки минимума и точки максимума называются точками ...

2. Если точка x_0 – точка экстремума, то $f'(x_0) = \dots$

3. Если $f'(x_0) = 0$, то касательная к графику функции $f(x)$ в точке x_0 -



Повторяем теоретический материал:

1. Точки минимума и точки максимума называются точками **экстремума**

2. Если точка x_0 – точка экстремума, то $f'(x_0) = 0$

3. Если $f'(x_0) = 0$, то касательная к графику функции $f(x)$ в точке x_0 - **параллельная оси Ox**



4. Точки, в которых производная обращается в нуль, называются этой функции

5. Внутренняя точка области определения непрерывной функции $f(x)$, в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную нулю, называется для данной функции



4. Точки, в которых производная обращается в нуль, называются **стационарными точками** этой функции

5. Внутренняя точка области определения непрерывной функции $f(x)$, в которой эта функция не имеет производной или имеет производную, равную нулю, называется **критическими точками** для данной функции



6. Если $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет

знак с "-" на "+", то x_0 - точка ... $f(x)$

7. Если $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет

знак с "+" на "-", то x_0 - точка ... $f(x)$

6. Если $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет

знак с "-" на "+", то x_0 - точка минимума $f(x)$

7. Если $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет

знак с "+" на "-", то x_0 - точка максимума $f(x)$

8. Точка x_0 называется **точкой максимума** функции $f(x)$, если для всех $x \neq x_0$ из некоторой окрестности x_0 , выполняется неравенство

$$f(x) \dots f(x_0)$$

9. Точка x_0 называется **точкой минимума** функции $f(x)$, если для всех $x \neq x_0$ из некоторой окрестности x_0 , выполняется неравенство

$$f(x) \dots f(x_0)$$



8. Точка x_0 называется **точкой максимума** функции $f(x)$, если для всех $x \neq x_0$ из некоторой окрестности x_0 , выполняется неравенство

$$f(x) < f(x_0)$$

9. Точка x_0 называется **точкой минимума** функции $f(x)$, если для всех $x \neq x_0$ из некоторой окрестности x_0 , выполняется неравенство

$$f(x) > f(x_0)$$



10. Является ли точка $x=0$ критической точкой данной функции?

11. Является ли точка $x=0$ точкой экстремума данной функции?

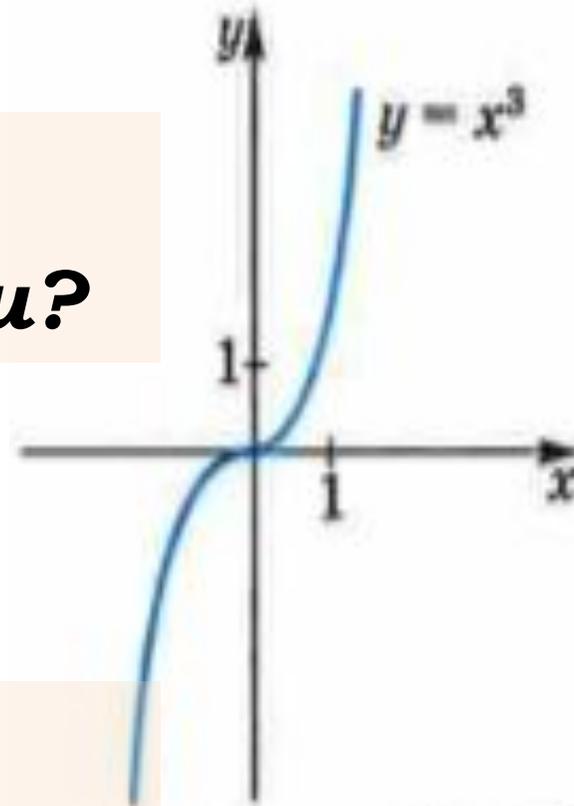


Рис. 63

Cmp.107, №14(3)

$$y = |x - 5|(x - 3)^3$$

Стр. 107, №14(3) $y = |x - 5|(x - 3)^3$

Раскрываем модуль при условиях:

$$x \leq 5$$

$$x \geq 5$$

Стр. 107, №14(3) $y = |x - 5|(x - 3)^3$

Раскрываем модуль при условиях:

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

Находим производную каждой функции

Стр. 107, №14(3) $y = |x - 5|(x - 3)^3$

Раскрываем модуль при условиях:

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (-1)(x - 3)^3 + (5 - x) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (3 - x + 15 - 3x) =$$

$$= (x - 3)^2 (-4x + 18) = 0$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^3 + (x - 5) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (x - 3 + 3x - 15) =$$

$$= (x - 3)^2 (4x - 18) = 0$$

**Находим стационарные точки и знак
производной в точке $x=5$**

Стр. 107, №14(3) $y = |x - 5|(x - 3)^3$

Раскрываем модуль при условиях:

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (-1)(x - 3)^3 + (5 - x) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (3 - x + 15 - 3x) =$$

$$= (x - 3)^2 (-4x + 18) = 0$$

$$x = 3, x = 4,5; y'(5) = -8 < 0$$

$$x \geq 5$$

$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^3 + (x - 5) \cdot 3(x - 3)^2 =$$

$$= (x - 3)^2 (x - 3 + 3x - 15) =$$

$$= (x - 3)^2 (4x - 18) = 0$$

$$x = 3, x = 4,5 \quad y'(5) = 8 > 0$$

не удовлетворяют

условию: $x \geq 5$

Определяем знак производной на промежутках

Стр. 107, №14(3) $y = |x - 5|(x - 3)^3$

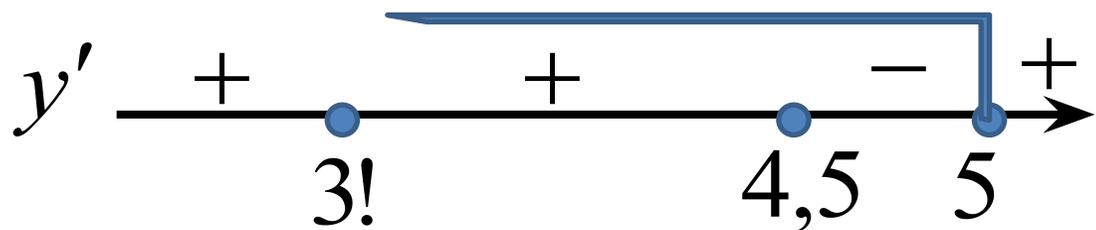
Раскрываем модуль при условиях:

$$x \leq 5$$

$$f_1(x) = (5 - x)(x - 3)^3.$$

$$f_1'(x) = (x - 3)^2(-4x + 18)$$

$$x = 3, x = 4,5; y'(5) = -8 < 0$$



$$x \geq 5$$

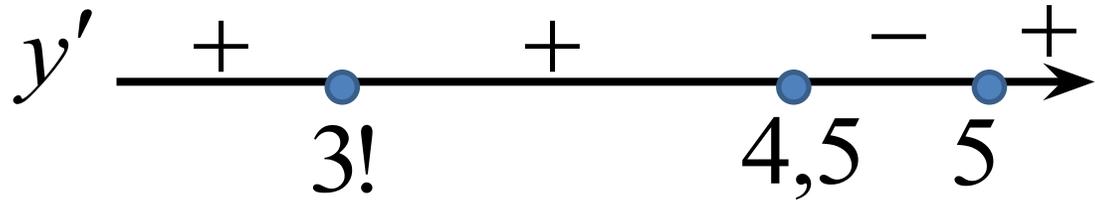
$$f_2(x) = (x - 5)(x - 3)^3.$$

$$f_2'(x) = (x - 3)^2(4x - 18)$$

$$x = 3, x = 4,5 \quad y'(5) = 8 > 0$$

**не удовлетворяют
условию: $x \geq 5$**

$$y = |x - 5|(x - 3)^3$$

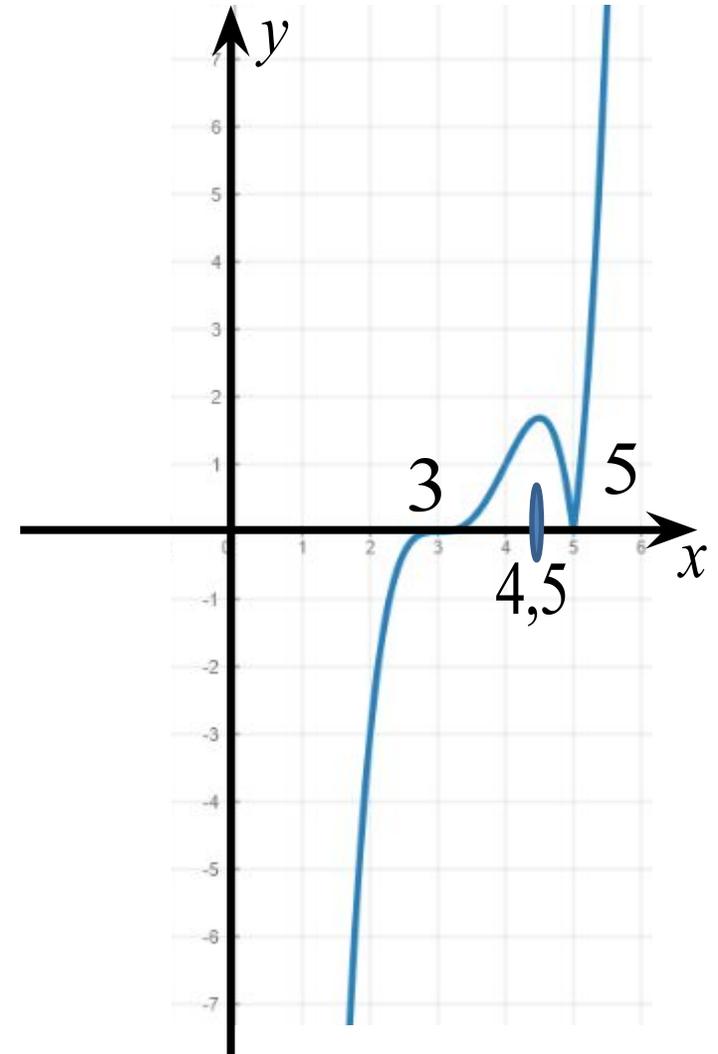


$$x = 4,5$$

точка максимума

$$x = 5$$

точка минимума



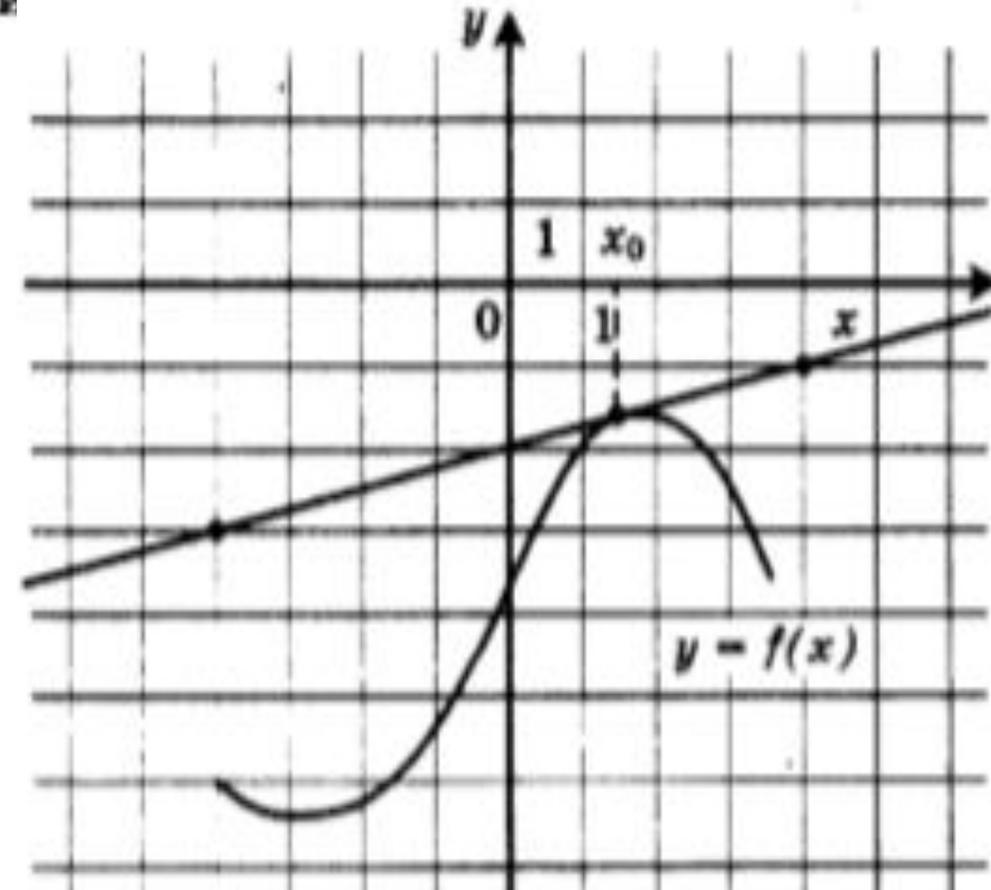
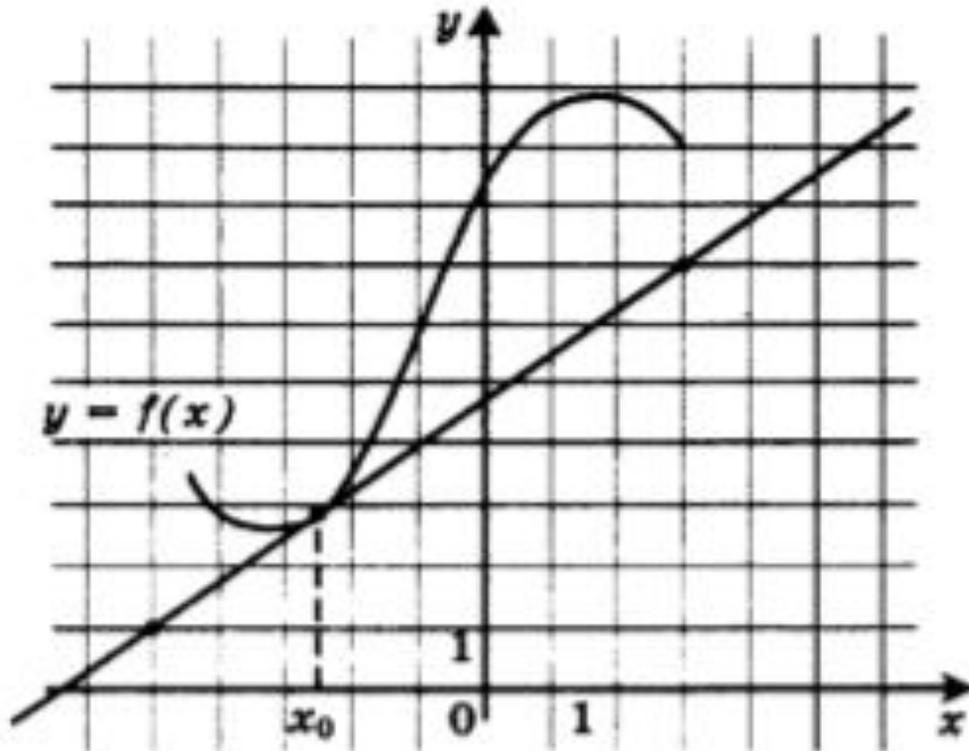
Подготовка к ЕГЭ.

Решение задач на применение производной

1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

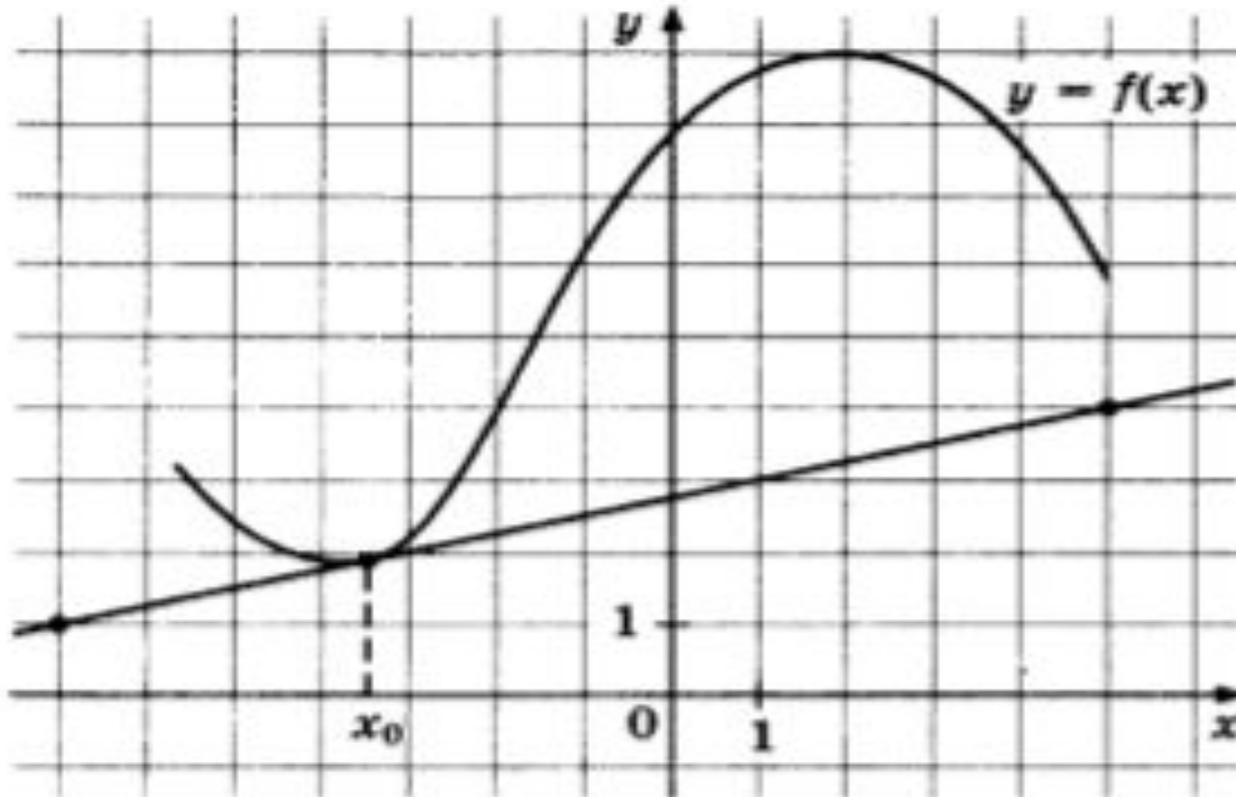
ЗАДАНИЕ 7

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найди значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



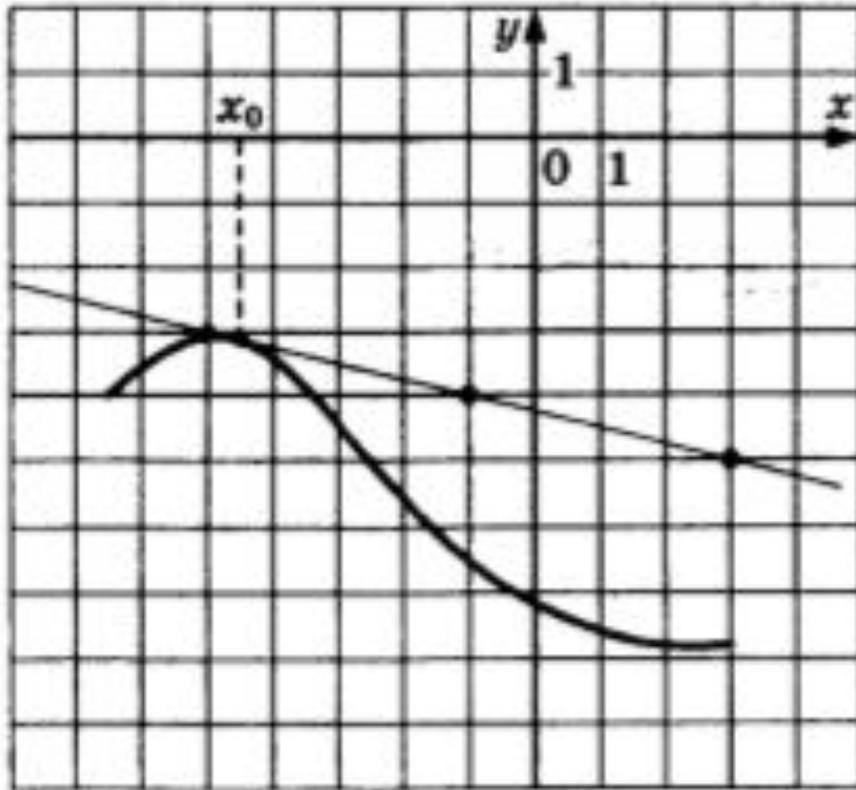
1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1703. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



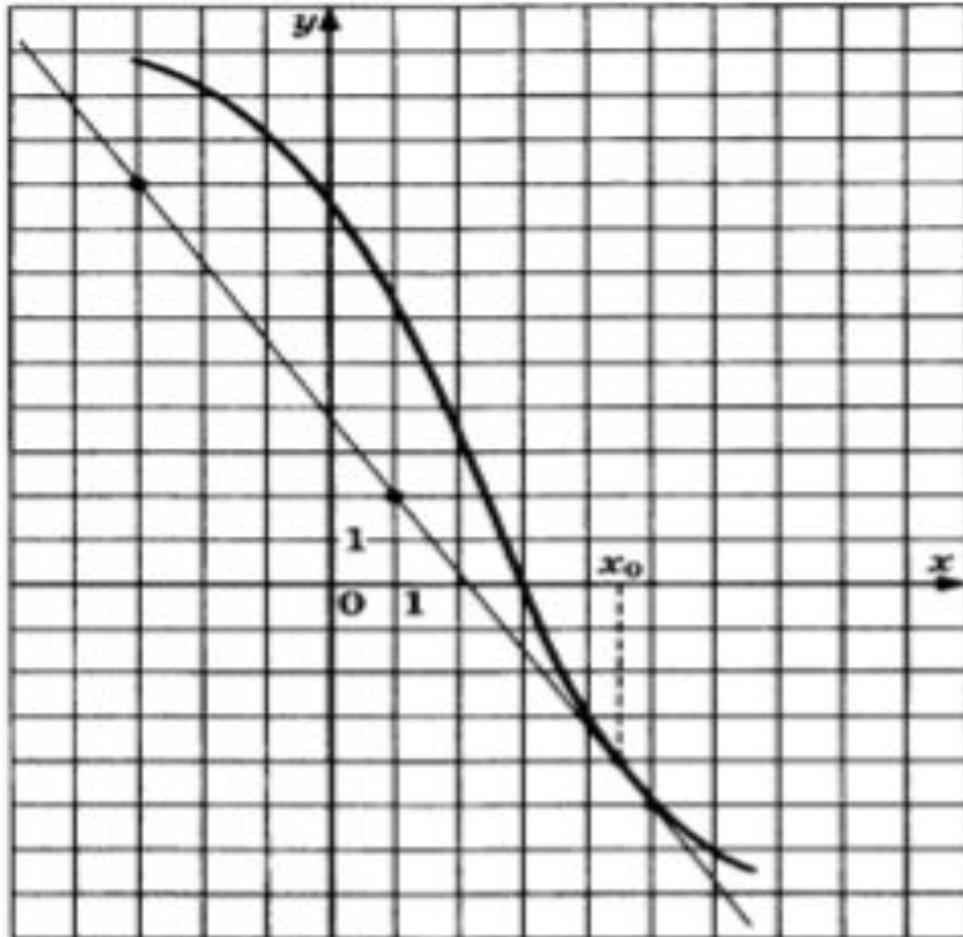
1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1904. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



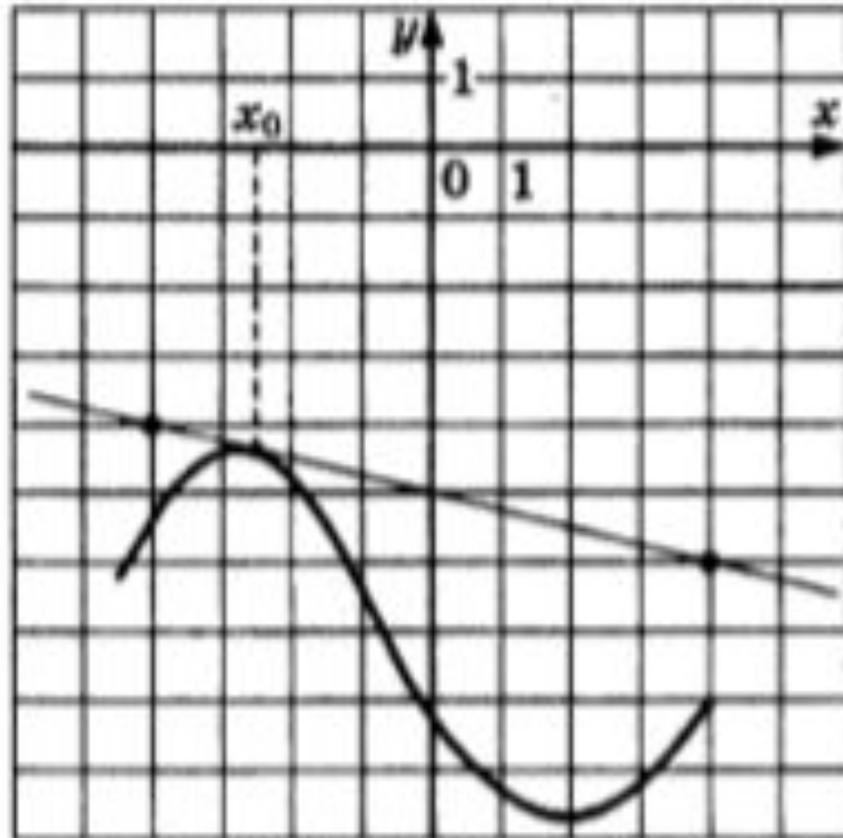
1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1905. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



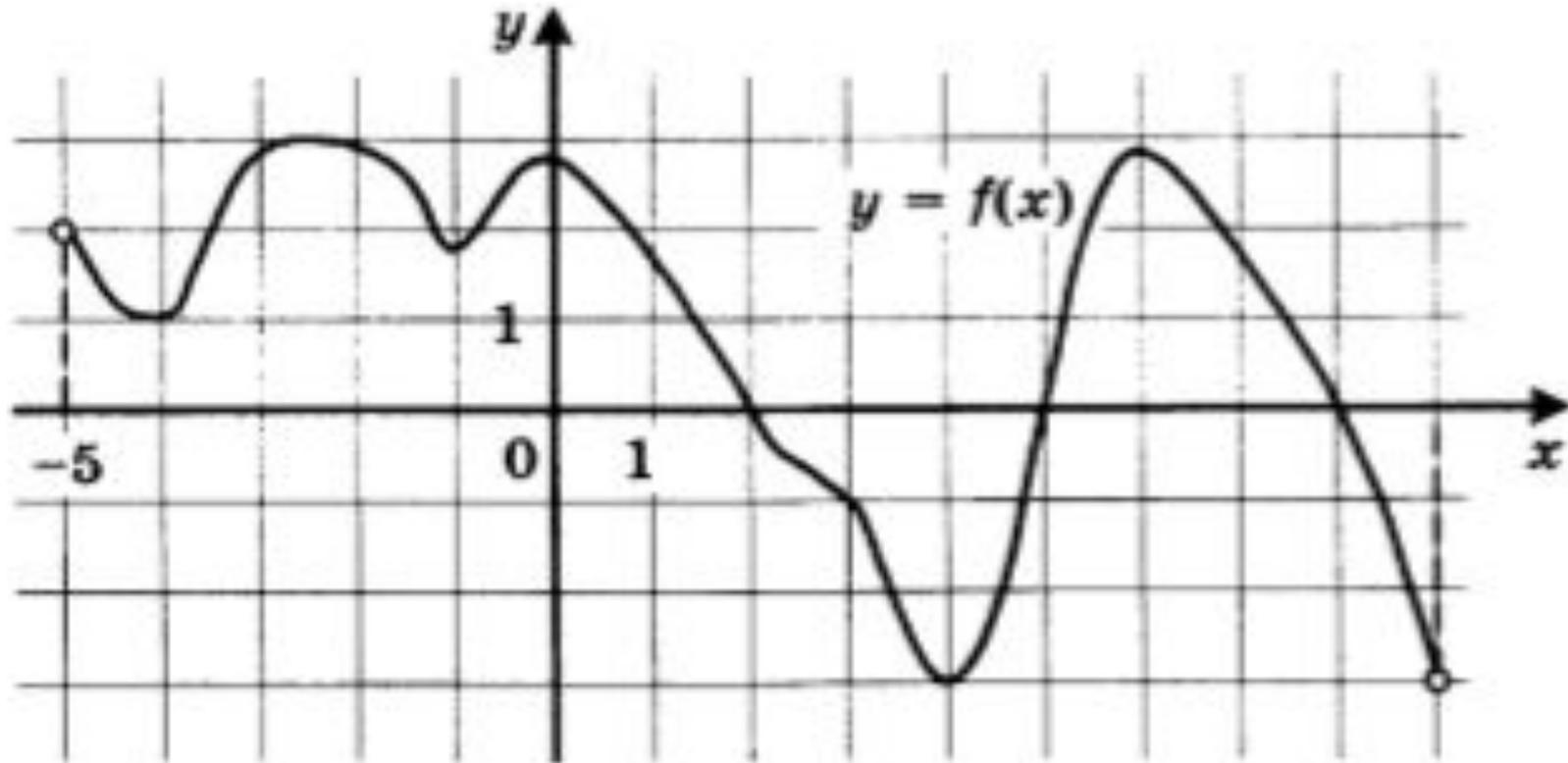
1 тип задач: Нахождение значения производной в точке по данному графику функции

1908. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



2 тип задач: Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых производная равна 0.

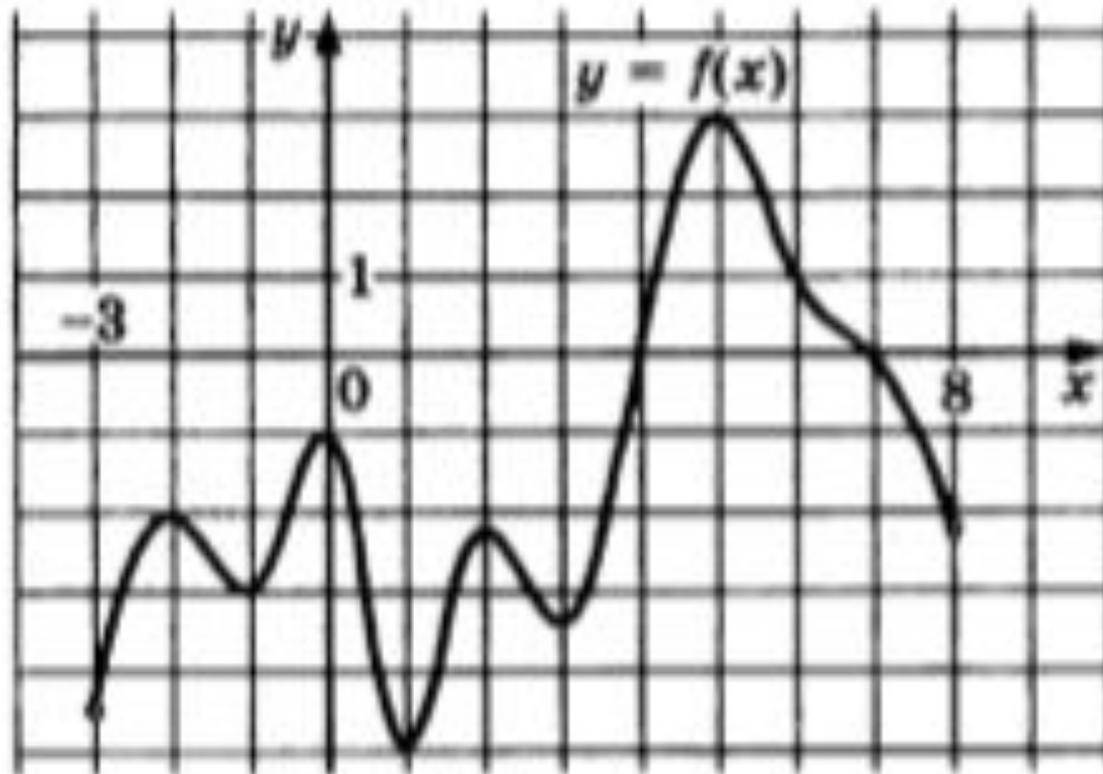
1695. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



3 тип задач: Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой $y=a$

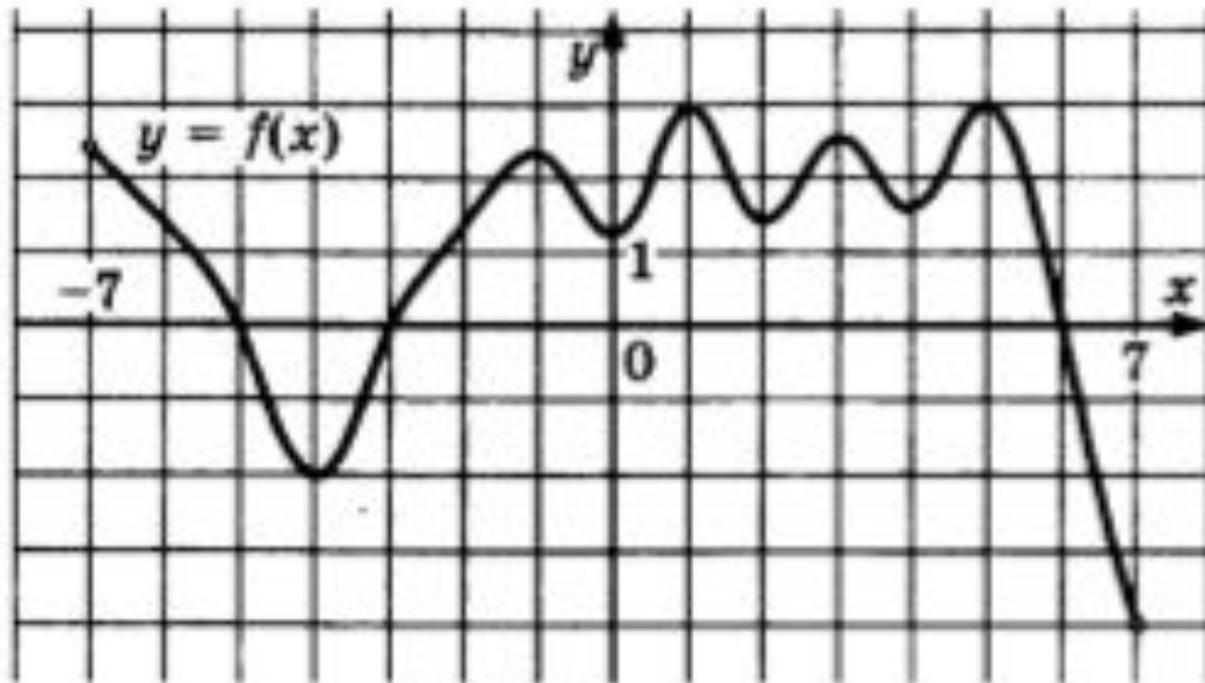


1721. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 1$.



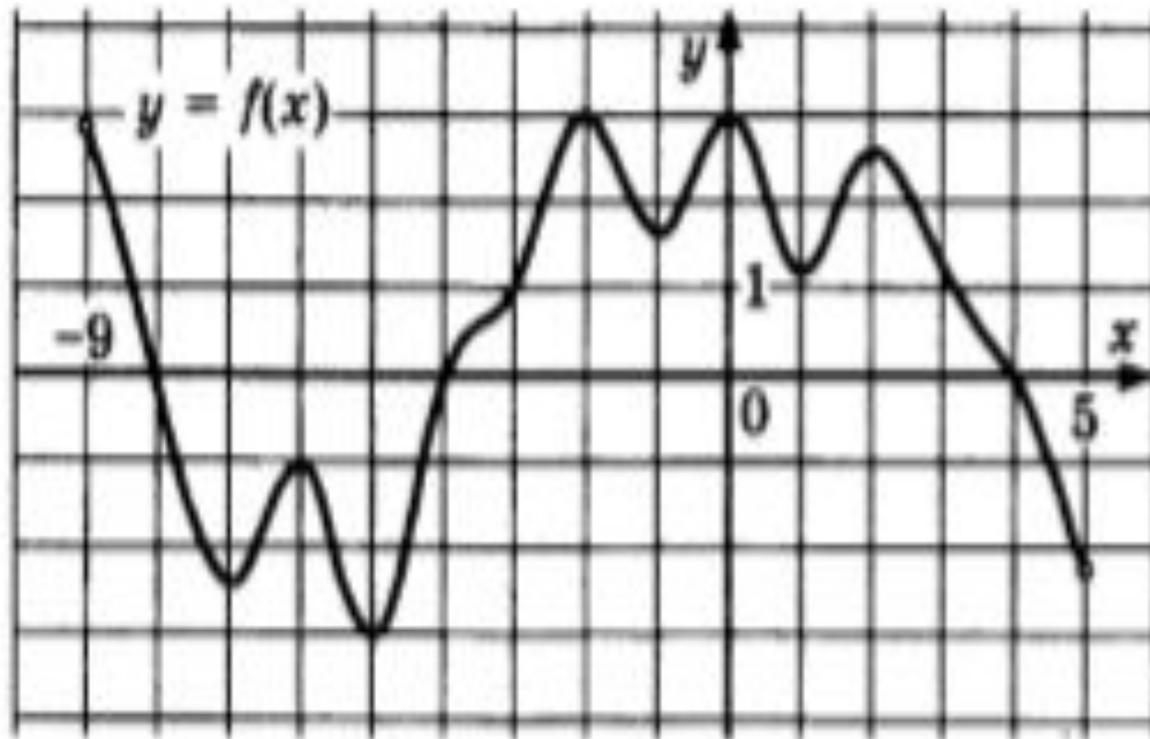
3 тип задач: Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой $y=a$

 1722. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 13$.



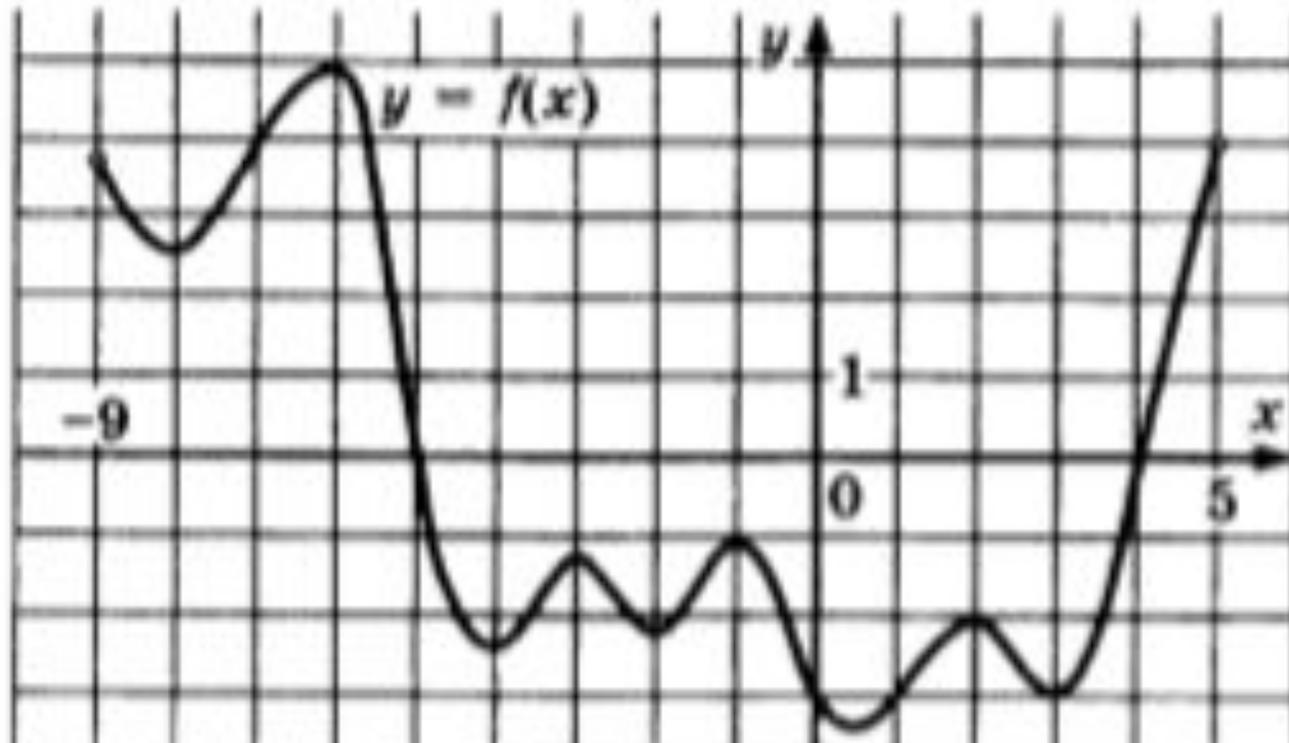
3 тип задач: Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой $y=a$

1723. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 5$.



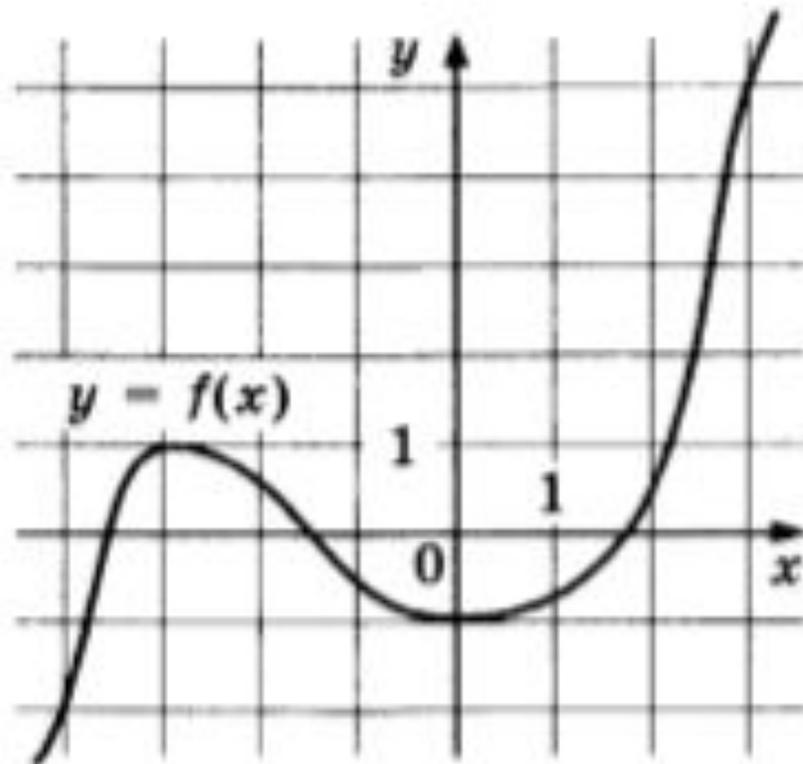
3 тип задач: Нахождение по данному графику функции количества точек, в которых касательная к графику функции параллельная прямой $y=a$

1724. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-9; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -16$.



4 тип задач: Нахождение по данному **графику функции** точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

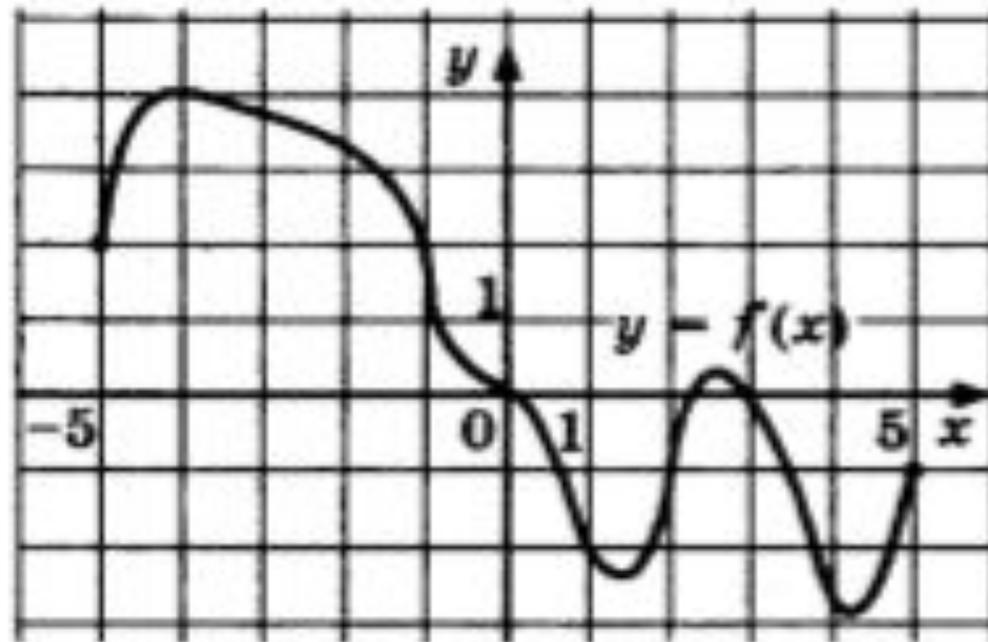
1696. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите точку, в которой функция $f(x)$ принимает наибольшее значение на отрезке $[-4; 3]$.



5 тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение



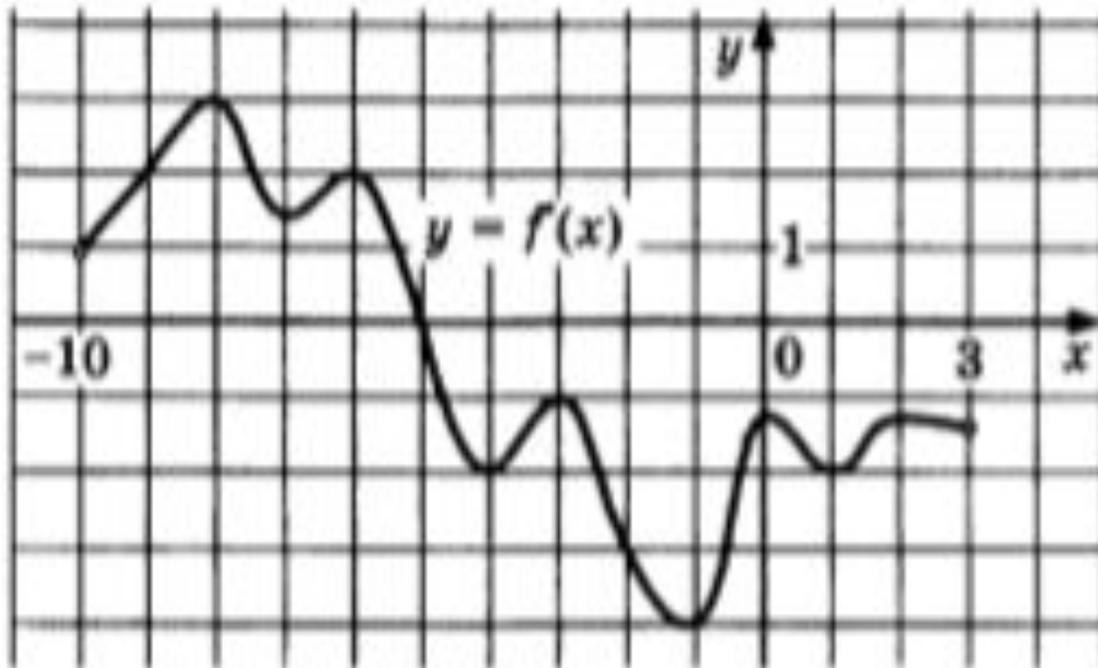
1719. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. В какой точке отрезка $[-4; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

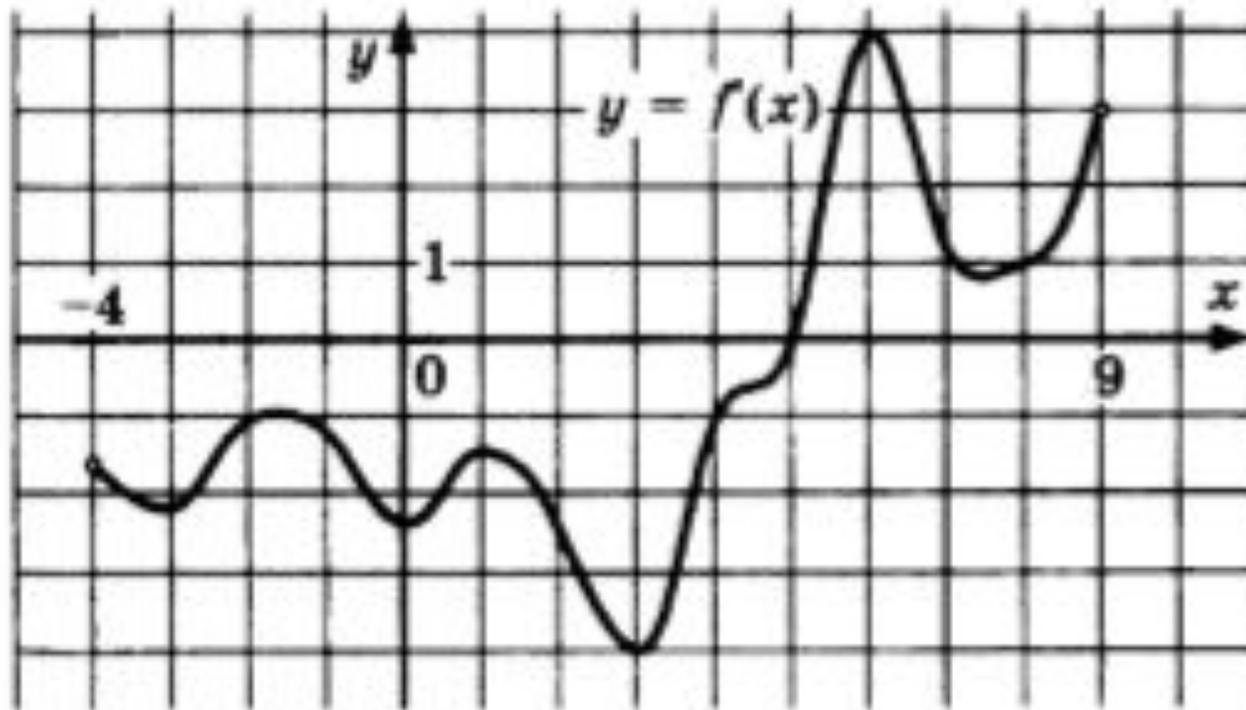


1748. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 3)$. В какой точке отрезка $[-5; 1]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



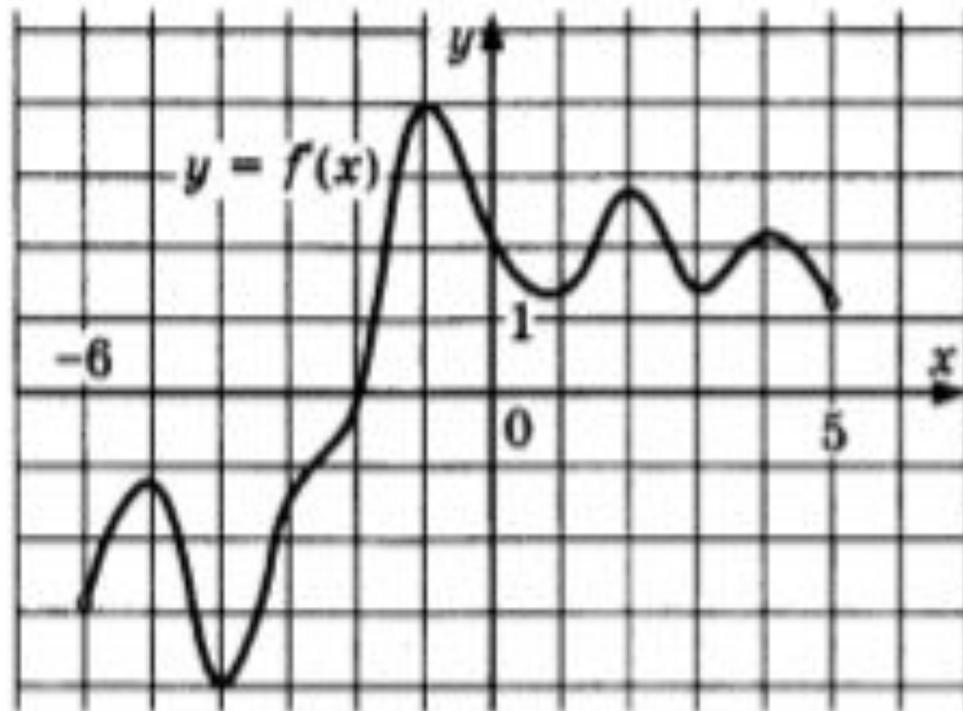
5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1749. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 9)$. В какой точке отрезка $[-2; 3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



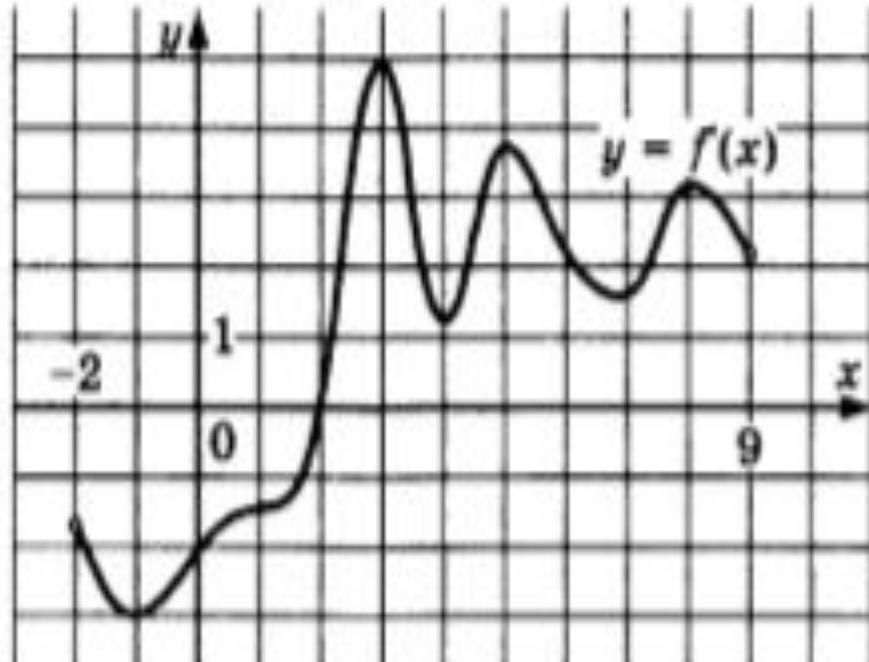
5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1747. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-2; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



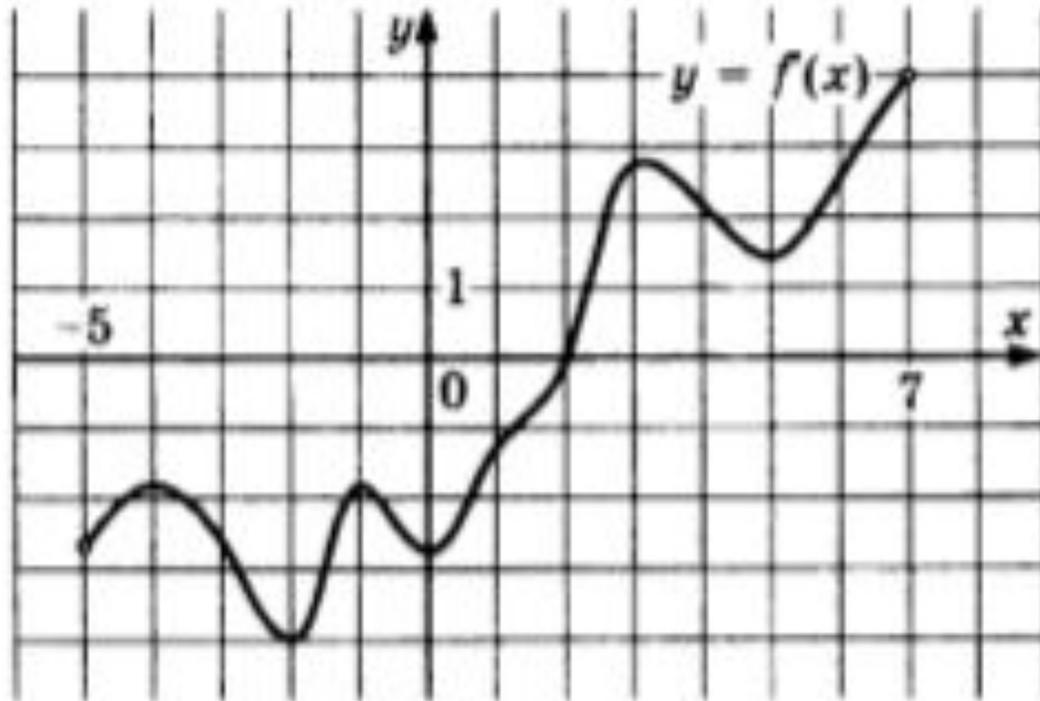
5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1753. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



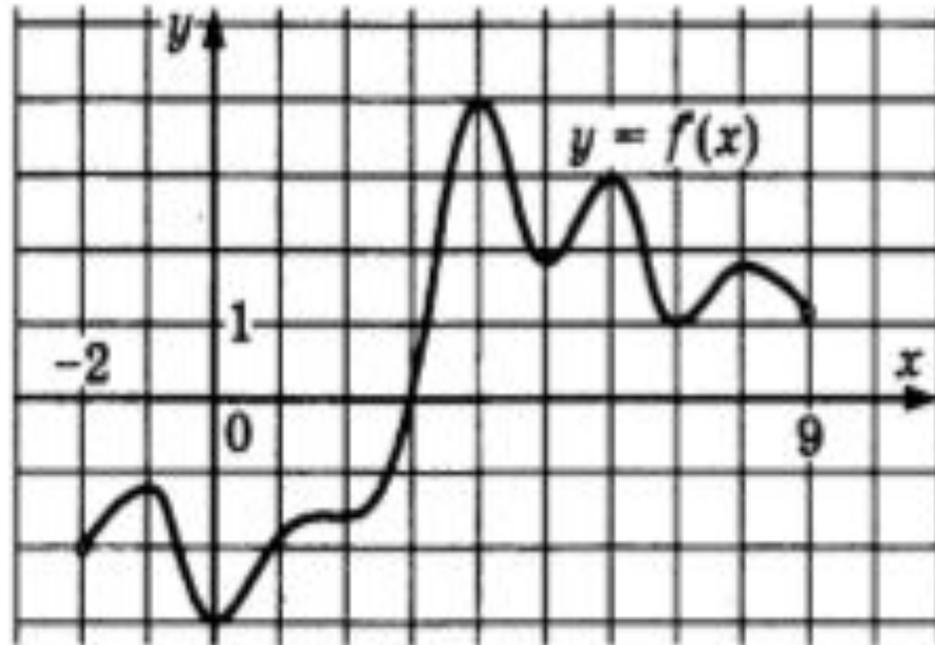
5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

1750. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 7)$. В какой точке отрезка $[-4; 2]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?



5тип задач: Нахождение по данному **графику производной** функции точки, в которых функция принимает наибольшее или наименьшее значение

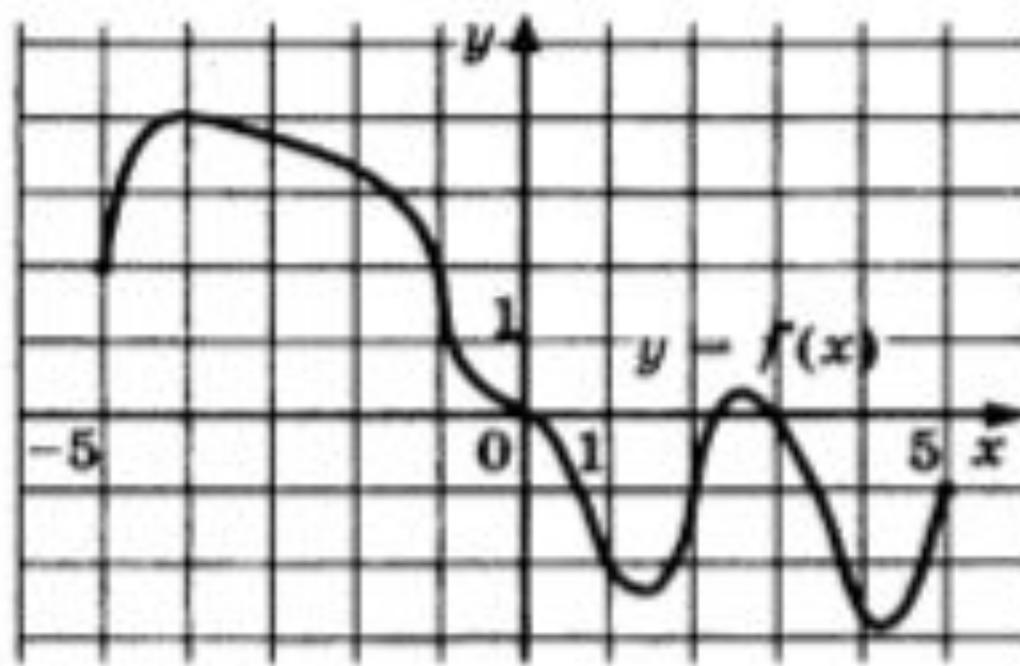
1752. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 9)$. В какой точке отрезка $[3; 8]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



6 тип задач: Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

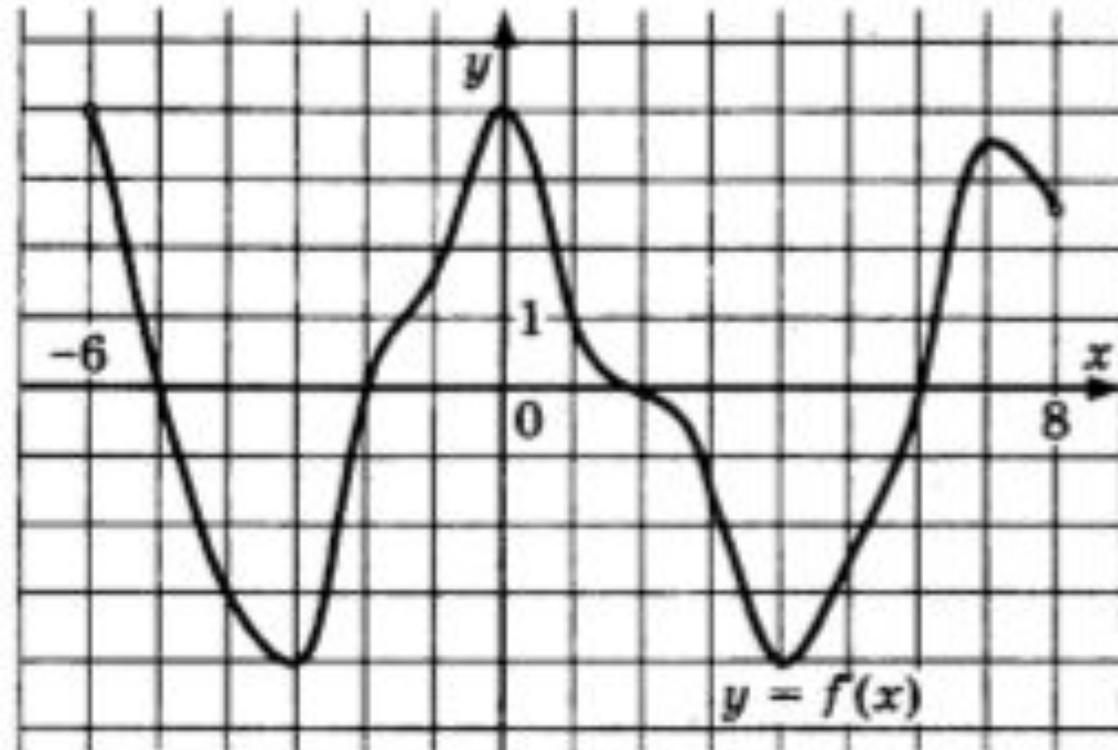


1720. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 8$ или совпадает с ней.



6 тип задач: Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

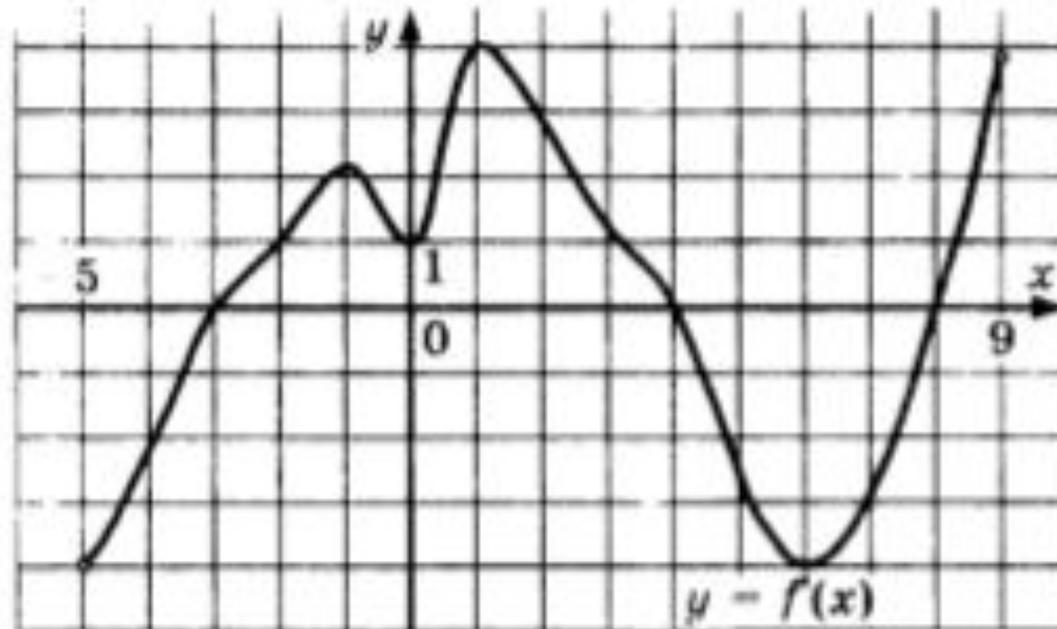
1844. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



6 тип задач: Нахождение количества точек, в которых касательная либо параллельна, либо совпадает с данной прямой

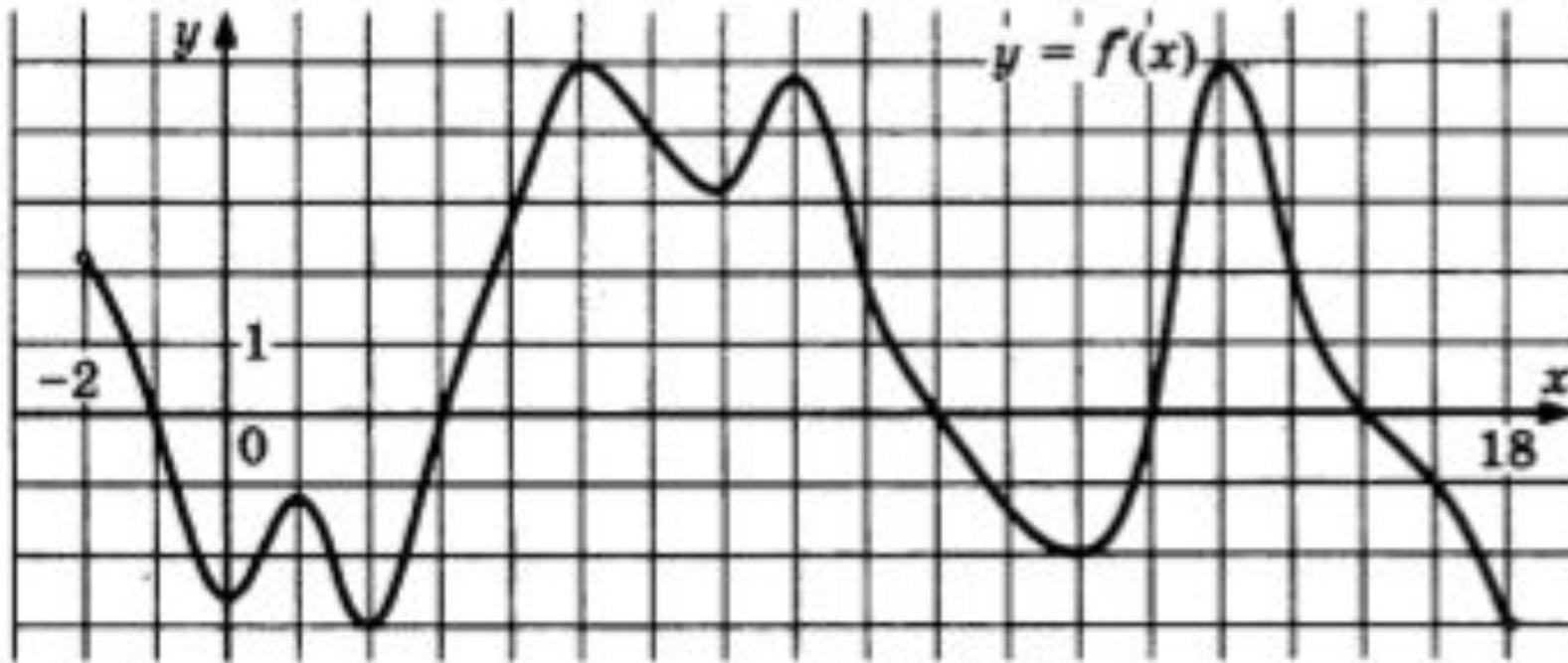


1845. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 14$ или совпадает с ней.



7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

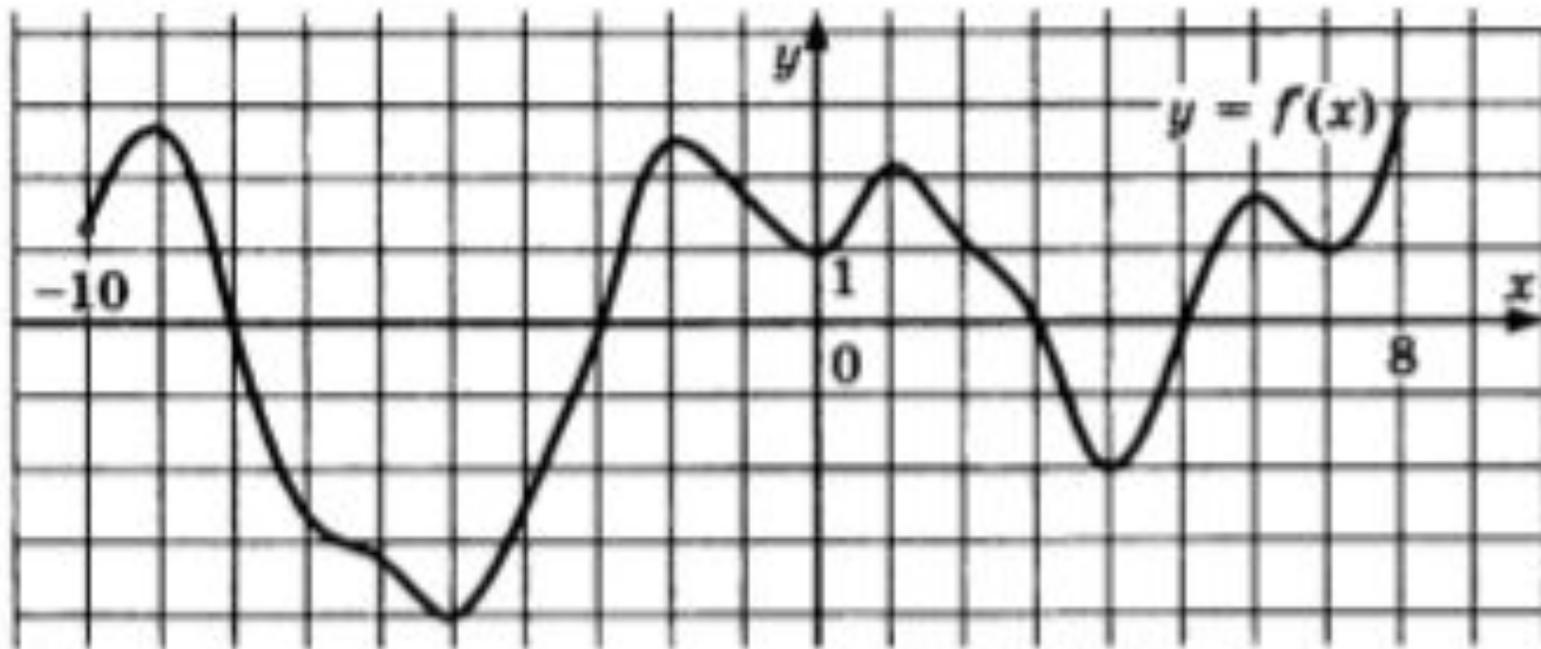
1779. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 18)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 15]$.



7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

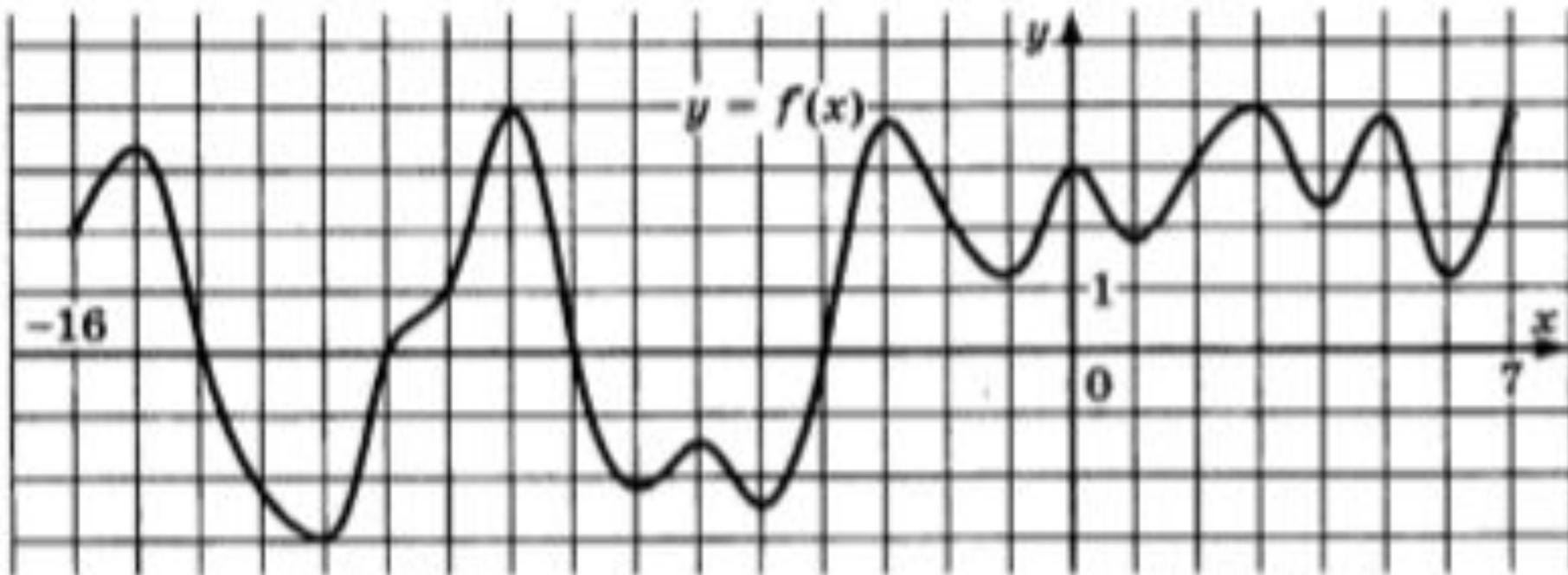


1780. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 8)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 7]$.



7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

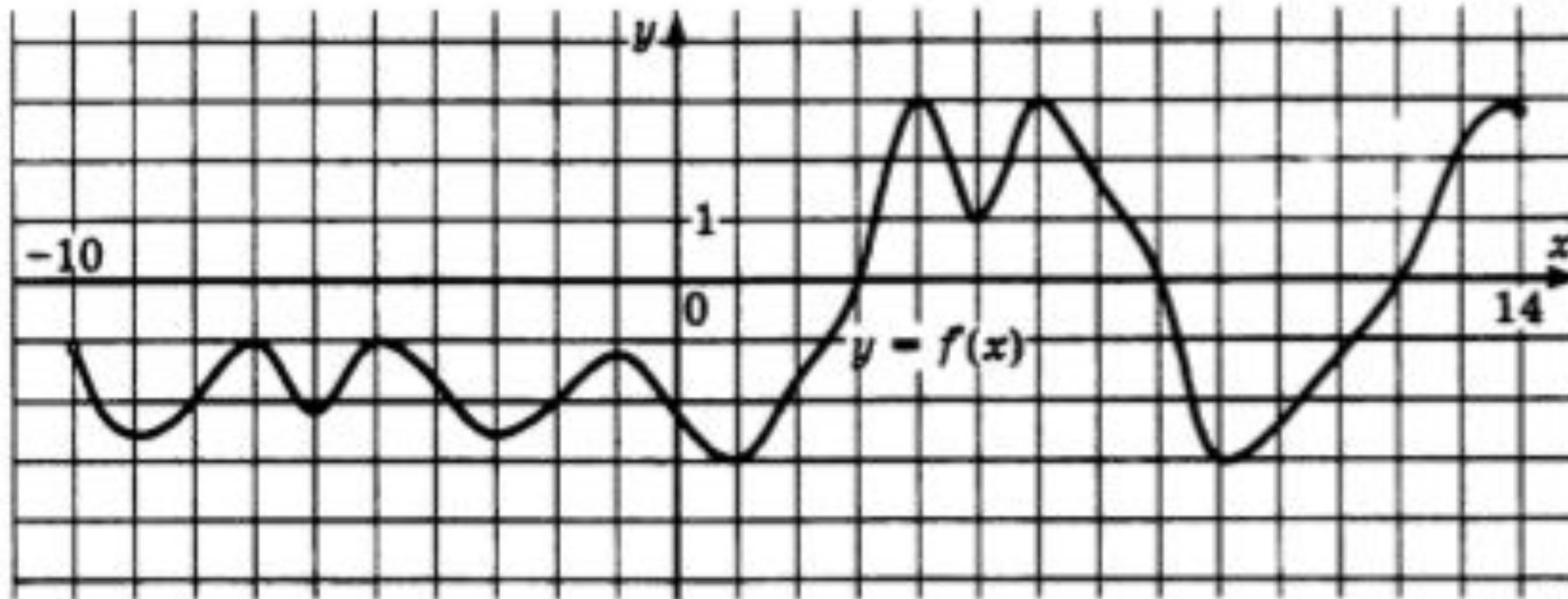
1781. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-16; 7)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-15; 6]$.



7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

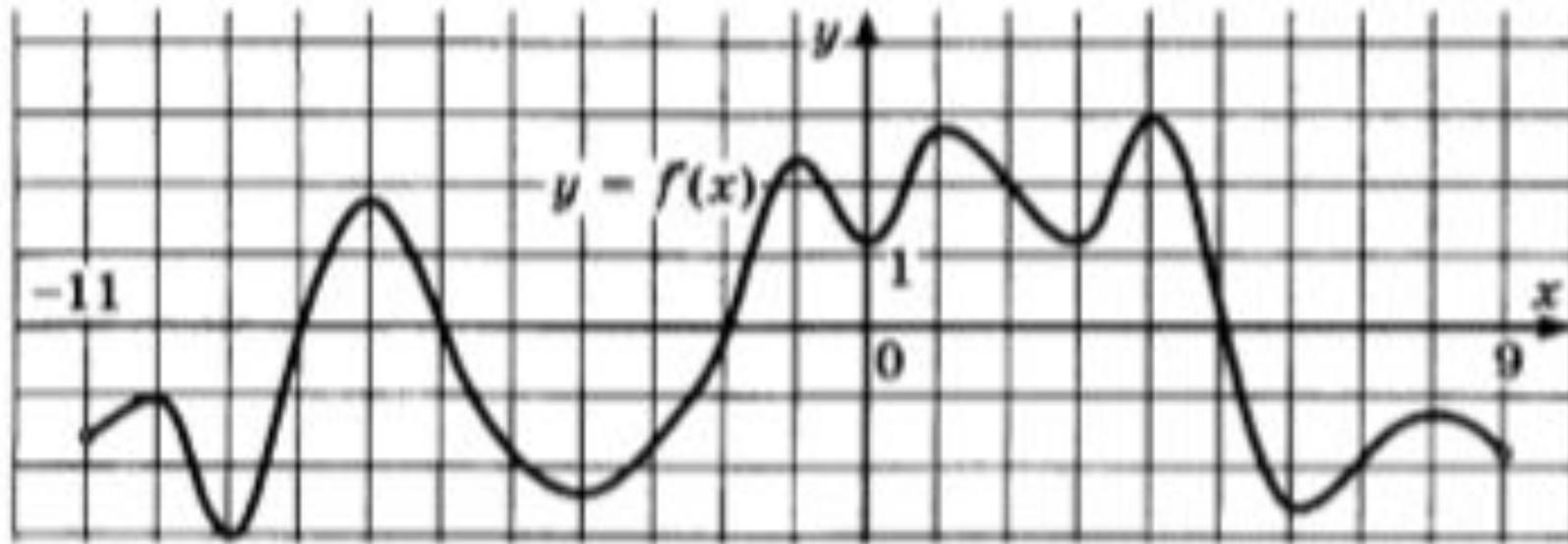


1782. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-10; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-8; 11]$.



7 тип задач: Нахождение количества точек минимума функции на данном отрезке

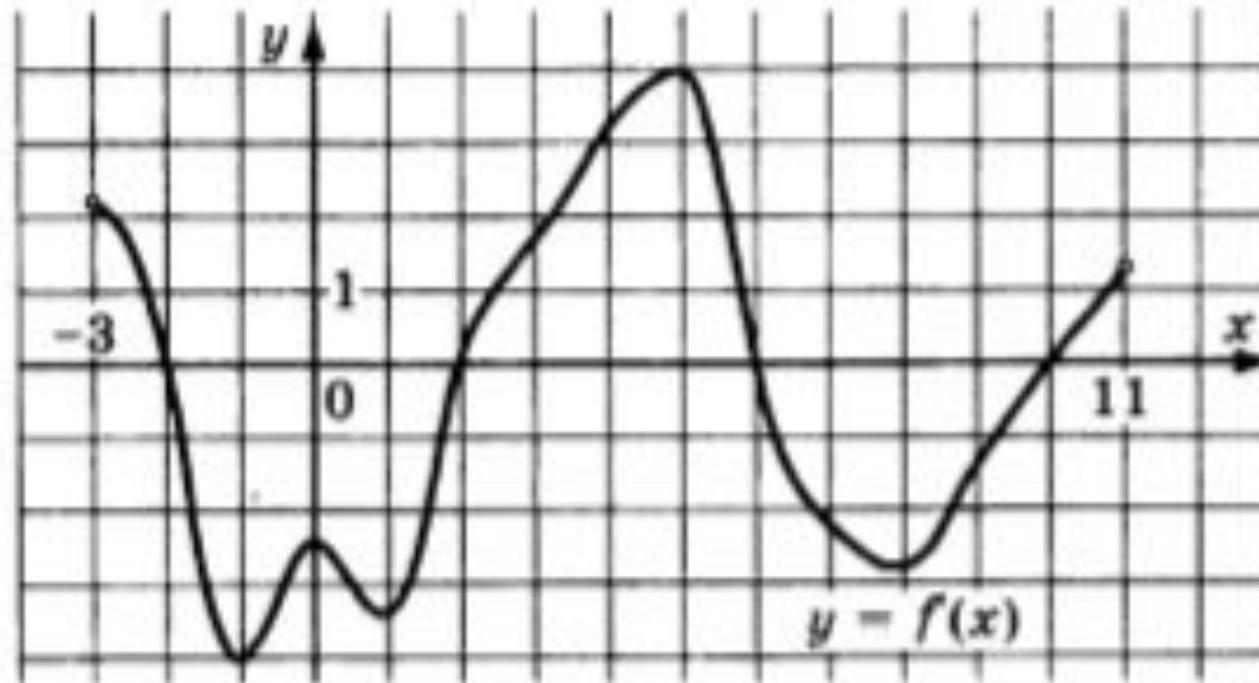
1790. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-11; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$ на отрезке $[-10; 7]$.



8 тип задач: Нахождение длины промежутка убывания или возрастания



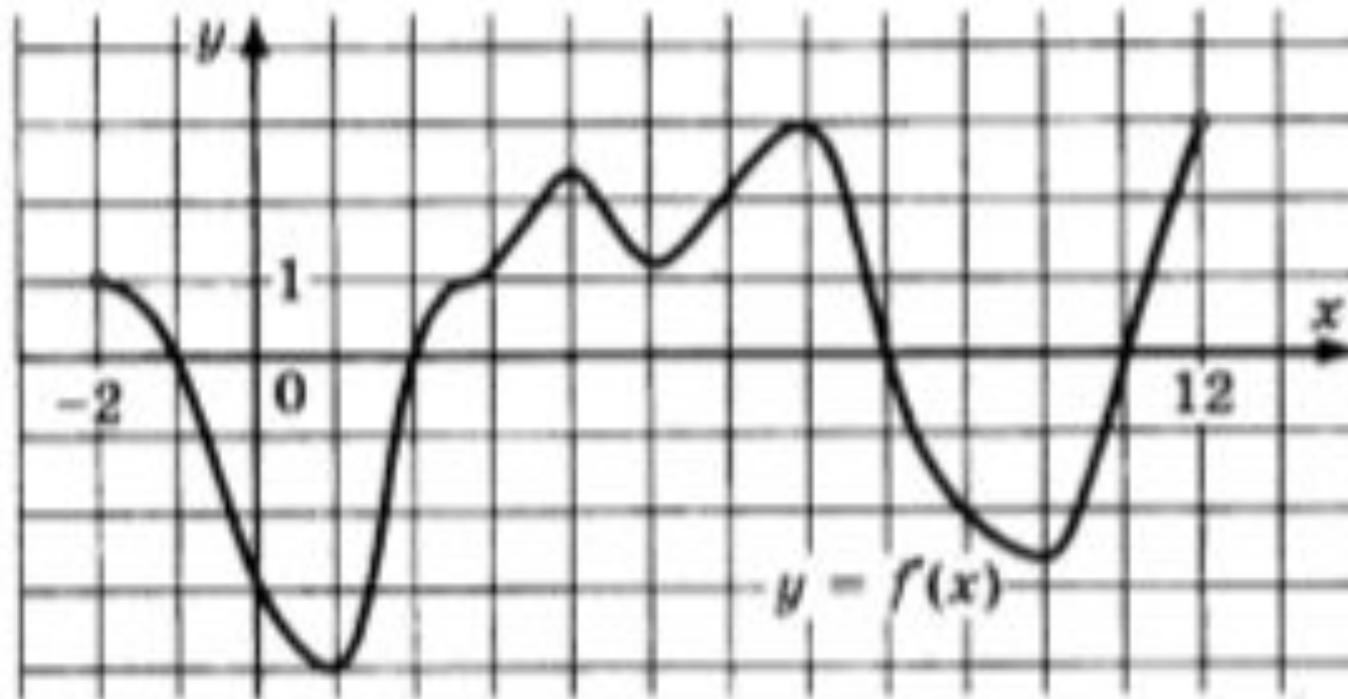
1810. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8 тип задач: Нахождение длины промежутка убывания или возрастания

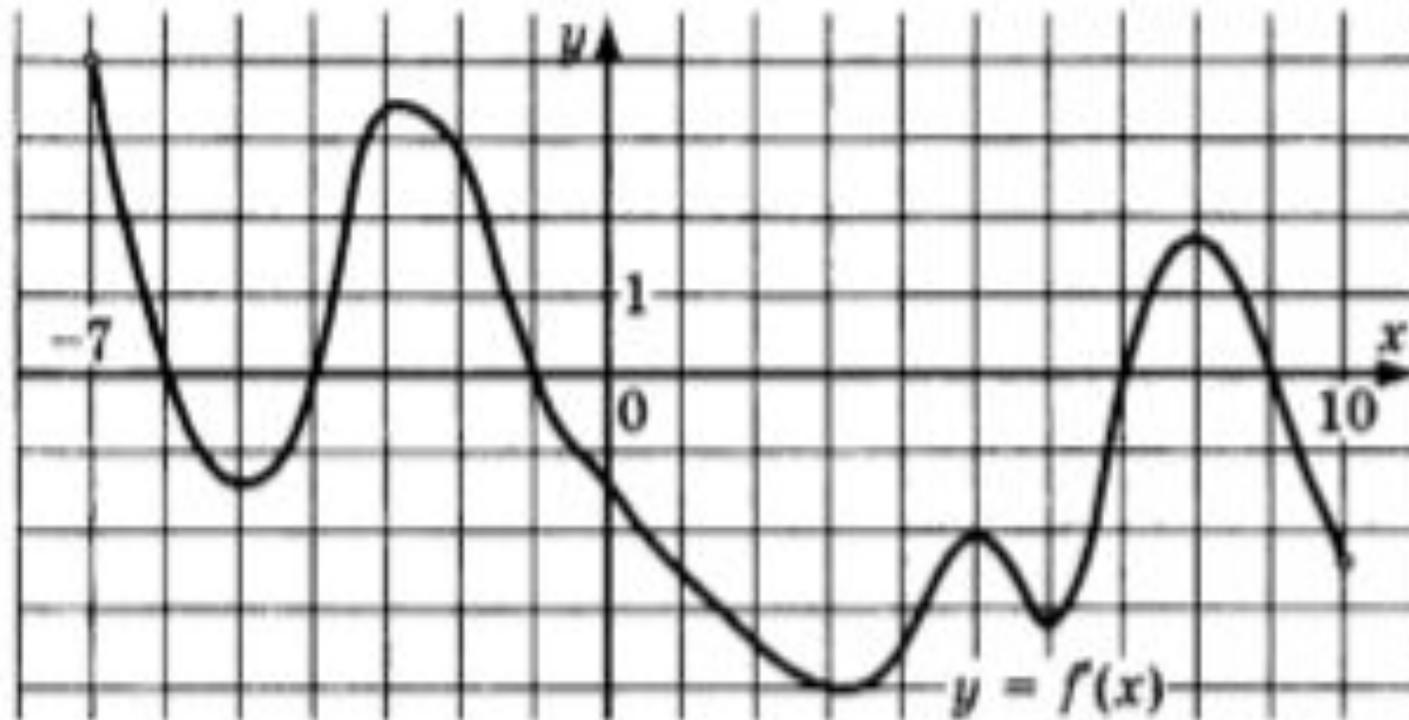


1811. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



8 тип задач: Нахождение длины промежутка убывания или возрастания

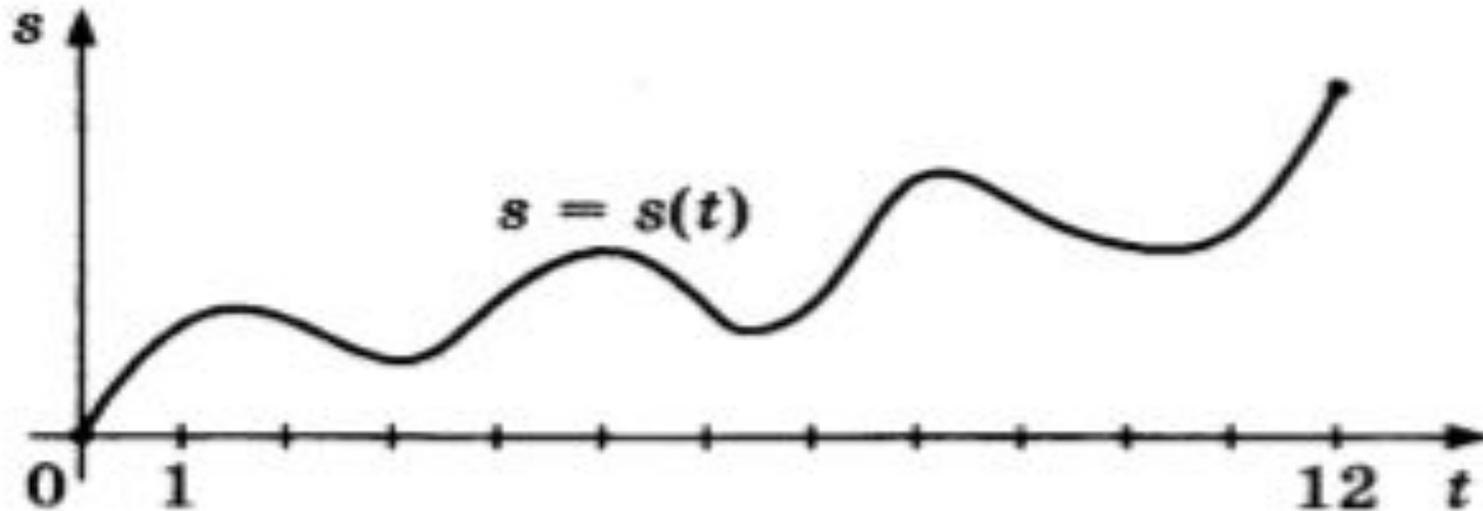
1816. На рисунке изображён график производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7; 10)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



10 тип задач: График движения

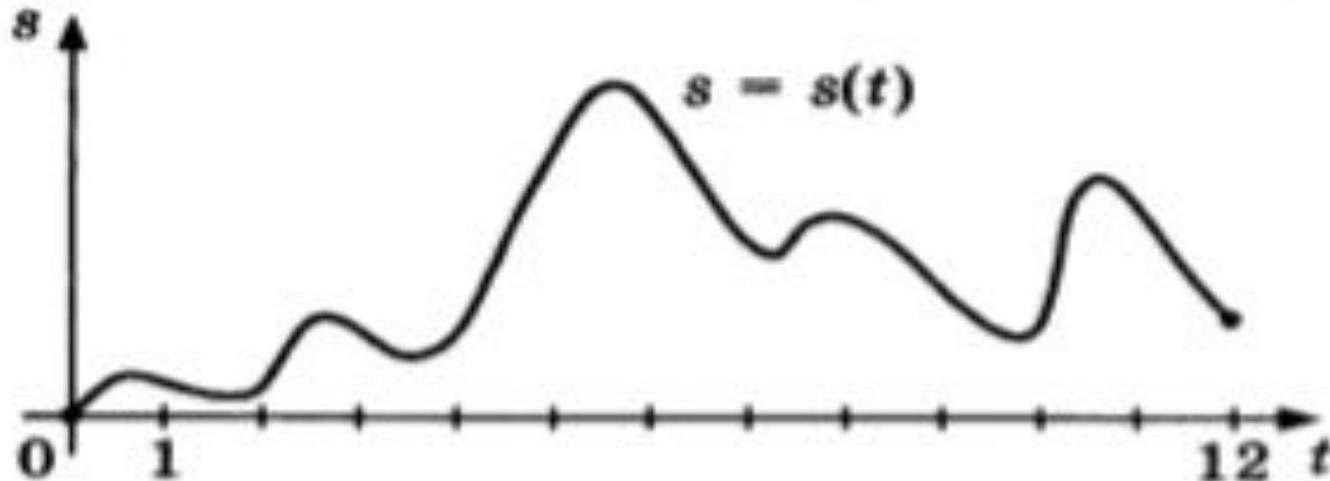


1977. Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



10 тип задач: График движения

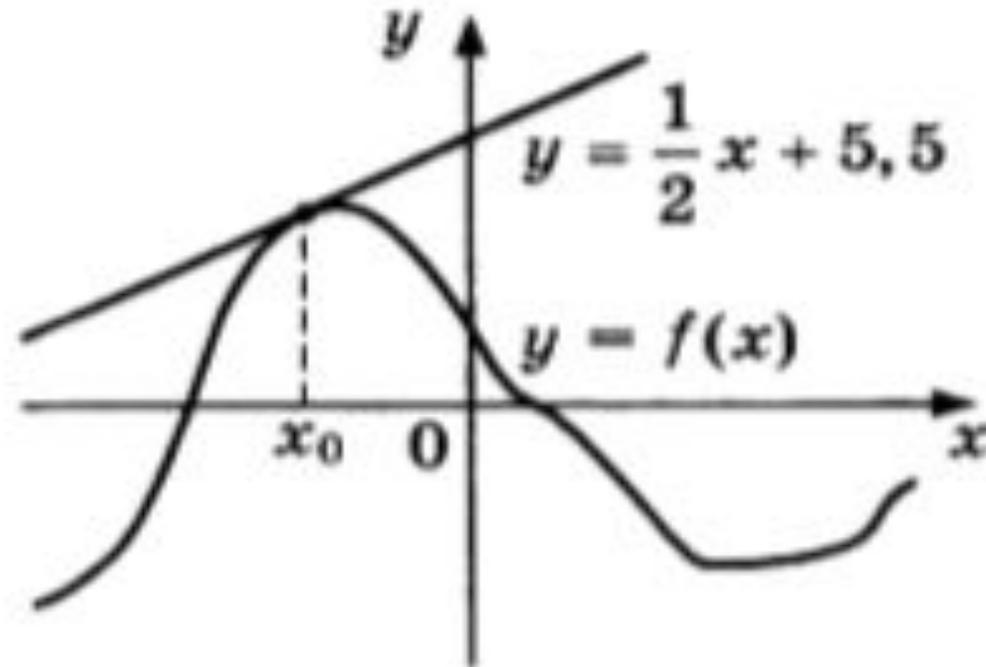
1978. Материальная точка M начинает движение из точки A и движется по прямой на протяжении 12 секунд. График показывает, как менялось расстояние от точки A до точки M со временем. На оси абсцисс откладывается время t в секундах, на оси ординат — расстояние s в метрах. Определите, сколько раз за время движения скорость точки M обращалась в ноль (начало и конец движения не учитывайте).



11 тип задач: Сравнение угловых коэффициентов

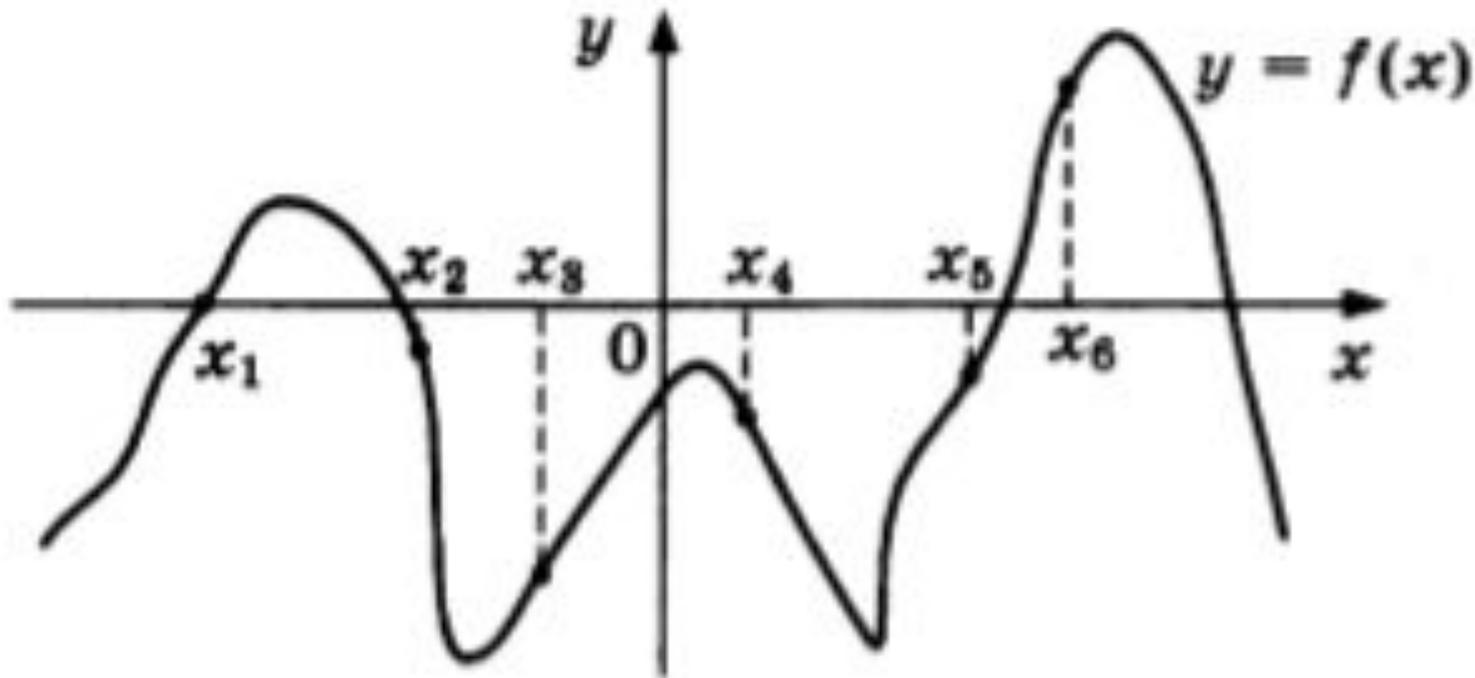


1981. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Уравнение касательной показано на рисунке. Найдите значение производной функции $y = 4f(x) + 7$ в точке x_0 .



12 тип задач: Производная положительная и отрицательная

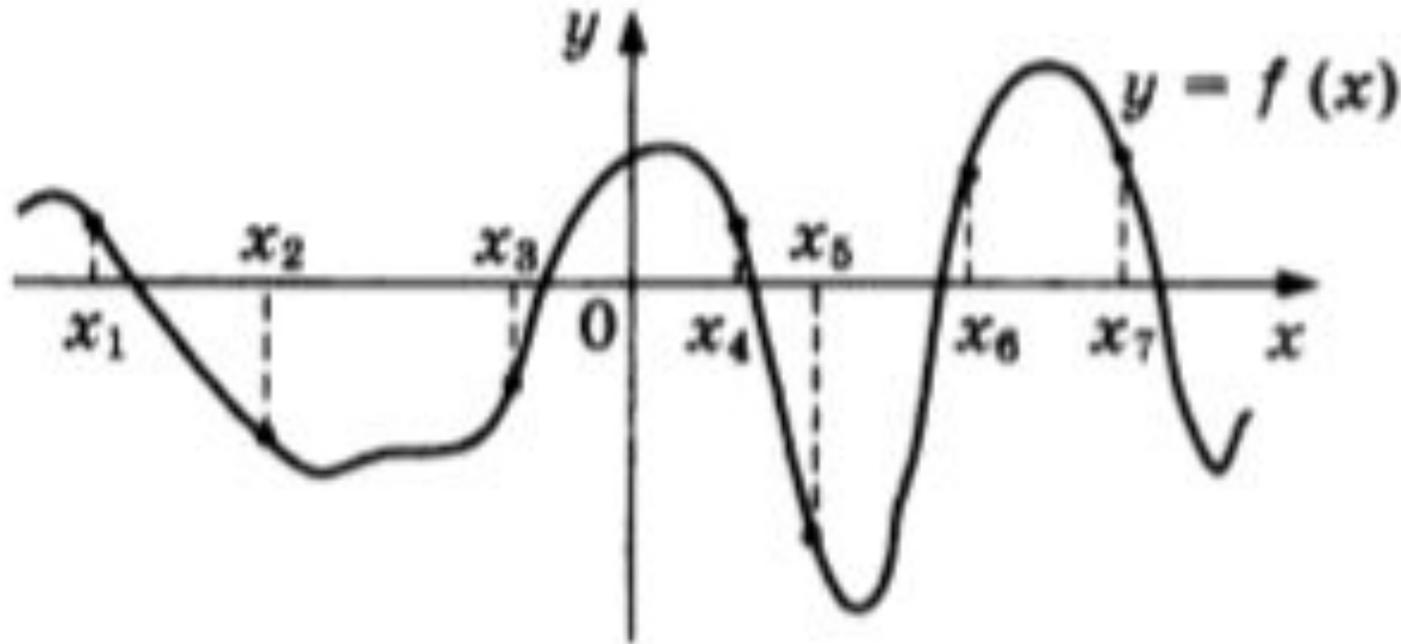
1983. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 и x_6 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



12 тип задач: Производная положительная и отрицательная



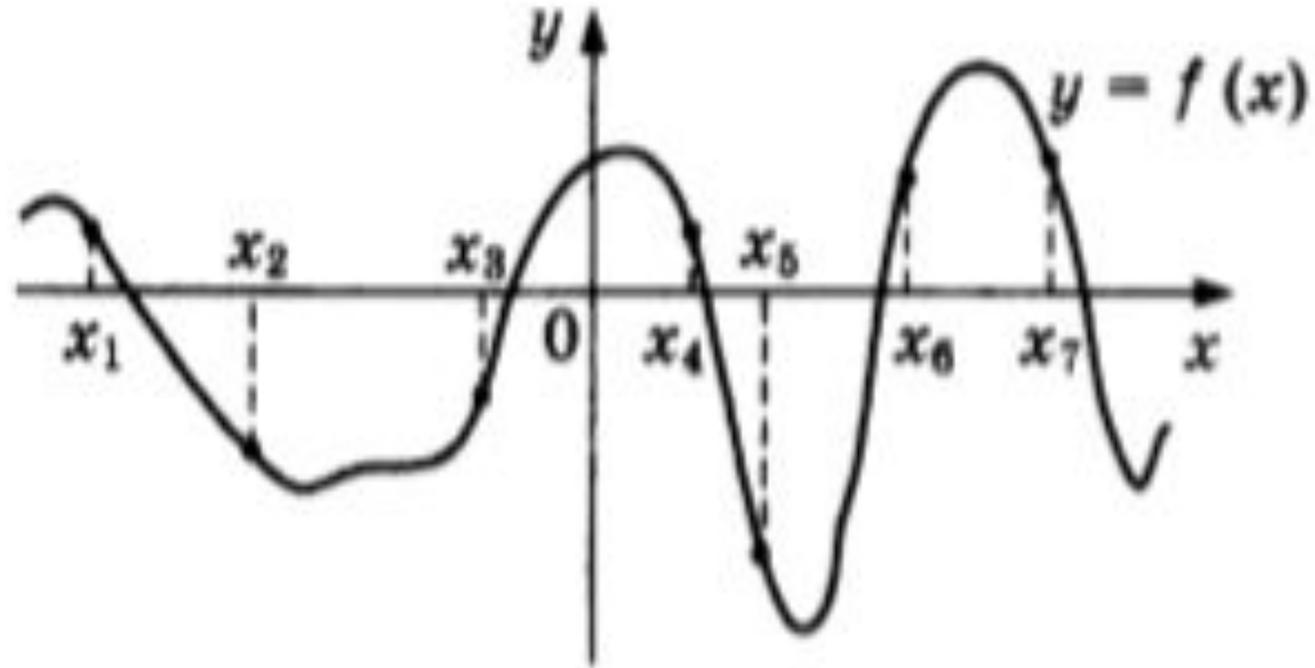
1984. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ и x_7 те точки, в которых производная функции $f(x)$ положительна. В ответ запишите количество найденных точек.



12 тип задач: Производная положительная и отрицательная



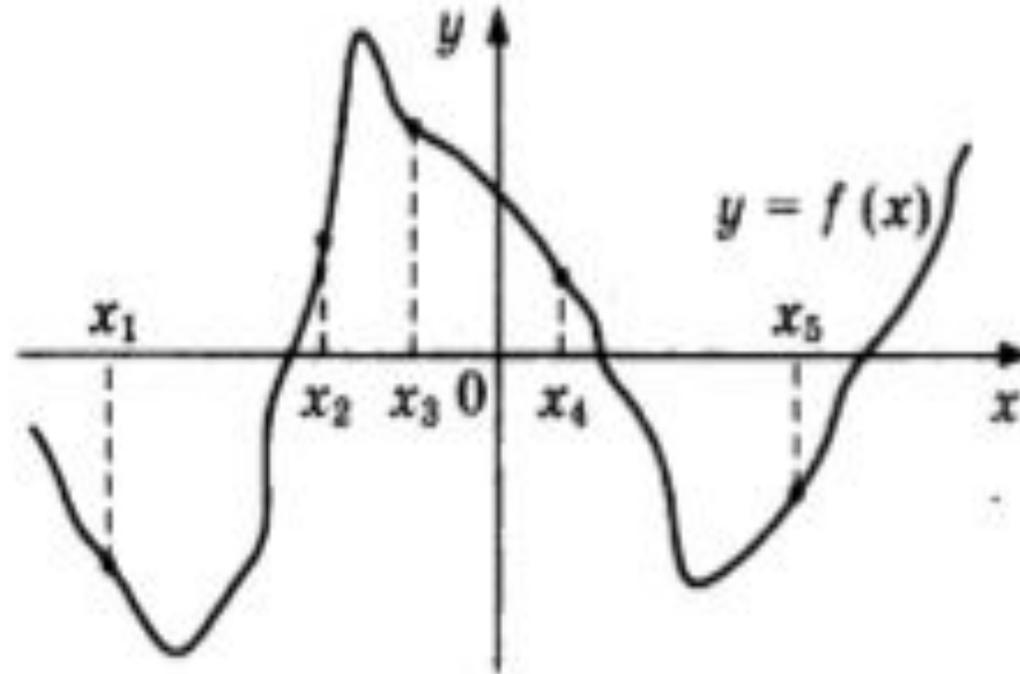
1984. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди точек $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ и x_7 те точки, в которых производная функции $f(x)$ положительна. В ответ запишите количество найденных точек.



12 тип задач: Производная положительная и отрицательная

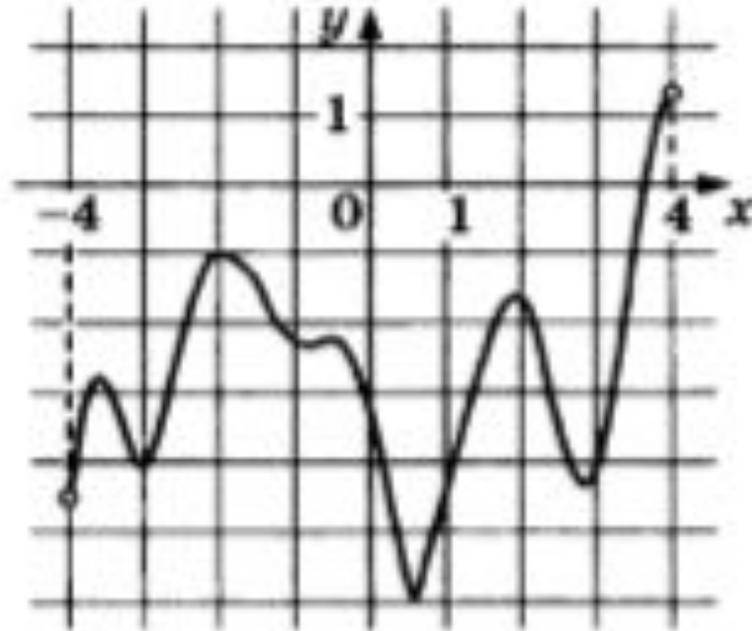


1985. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Найдите среди пяти точек x_1, x_2, x_3, x_4 и x_5 те точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответ запишите количество найденных точек.



12 тип задач: Производная положительная и отрицательная

★ 1986. Функция $y = f(x)$ определена на интервале $(-4; 4)$. На рисунке изображён график её производной. Определите, сколько существует касательных к графику функции $y = f(x)$, которые параллельны прямой $y = 8 - 3x$ или совпадают с ней.



13 тип задач: *Найти точку максимума или точку минимума*

2100. Найдите точку минимума функции $y = (x + 8)e^{x-8}$.

2110. Найдите точку минимума функции $y = (18 - x)e^{18-x}$.

2158. Найдите точку минимума функции
 $y = (3x^2 - 21x + 21)e^{x-21}$.

2224. Найдите точку минимума функции
 $y = 2x - \ln(x + 4) + 12$.

13 тип задач: *Найти точку максимума или точку минимума*

2105. Найдите точку максимума функции $y = (14 - x)e^{x+14}$.

2118. Найдите точку максимума функции $y = (x + 8)e^{8-x}$.

2162. Найдите точку максимума функции
 $y = (x^2 - 16x + 16)e^{x+16}$.

2229. Найдите точку максимума функции
 $y = \ln(x + 9) - 10x + 7$.

1. Теория. Глава III, §2

Выучить определения и теоремы §2.

2. Практика. Сделать подборку задач (5 задач каждого типа), подобных рассмотренным в классе и решить их

Работа по теме: «Производные элементарных функций»

$$(C)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$(x^a)' =$$

$$\left(\sqrt[n]{x^m}\right)' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

$$(e^x)' =$$

$$(\sin x)' =$$

$$(a^x)' =$$

$$(\cos x)' =$$

$$(\ln x)' =$$

$$(\operatorname{tg} x)' =$$

$$(\log_a x)' =$$

$$(\operatorname{ctg} x)' =$$

Производные элементарных функций

$$(C)' = 0;$$

$$(x^a)' = ax^{a-1};$$

$$\left(\sqrt[n]{x^m}\right)' = \left(x^{m/n}\right)' = \frac{m}{n} x^{\frac{m}{n}-1} = \frac{m}{n} \sqrt[n]{x^{m-n}};$$

$$(e^x)' = e^x;$$

$$(a^x)' = a^x \ln a;$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}; \quad (\ln |x|)' = \frac{1}{x};$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; \quad (\log_a |x|)' = \frac{1}{x \ln a};$$

$$(\sin x)' = \cos x;$$

$$(\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\arccos x)' = \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin x\right)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x\right)' = -\frac{1}{1+x^2};$$