

Тема урока:

Геометрический

мысл производной.



*Домашнее
задание:*

*№859(5, 6),
860(2, 4, 6, 8)*

Геометрический смысл производной

$$k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

угловым коэффициентом
касательной

значению производной в
точке x_0

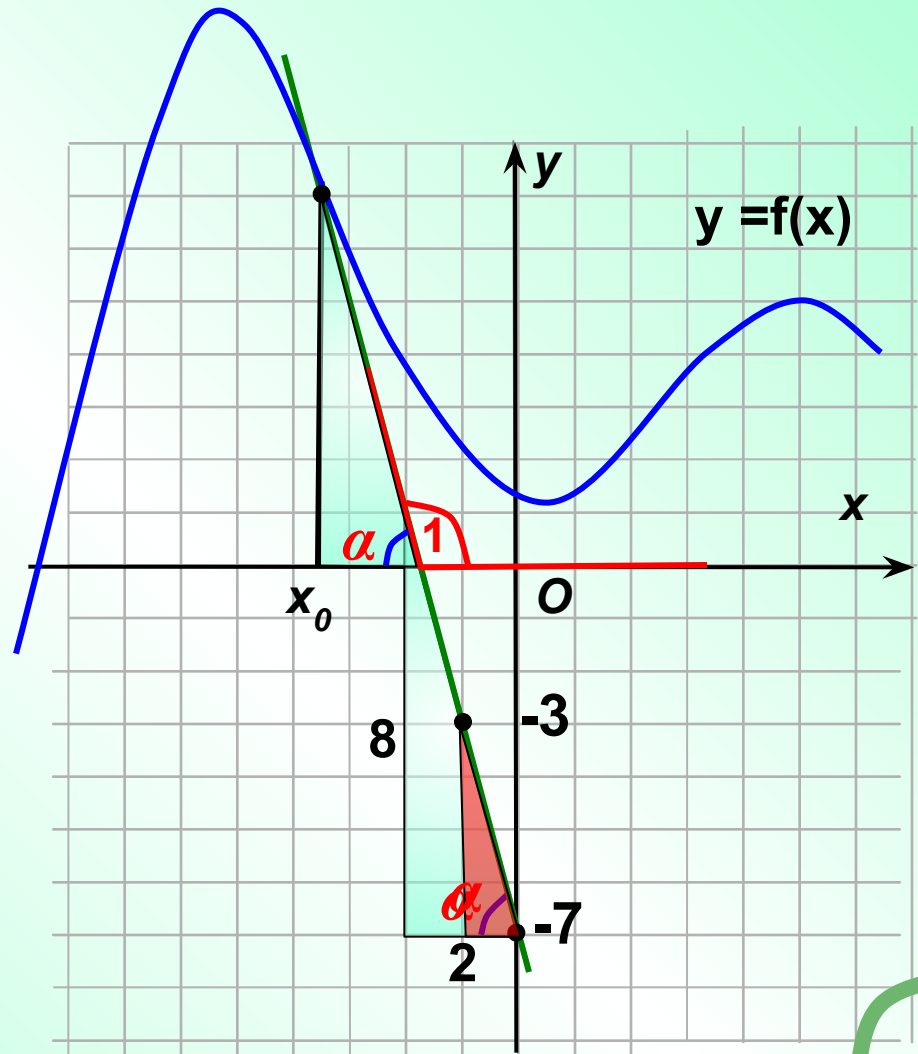
тангенсом угла наклона
касательной к
положительному
направлению оси OX

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{2}$$

Еще удобный треугольник...

3). Найдем тангенс угла $-\alpha$ это отношение 4:1. Тангенс тупого, смежного угла равен -4 .



2 способ

В данных заданиях всегда есть удобные точки.

Этим можно воспользоваться.

Решение: Уравнение прямой $y = kx + b$.

В этом уравнении угловой коэффициент k - искомая величина.

$$f'(x_0) = k$$

$$k = \operatorname{tga}$$

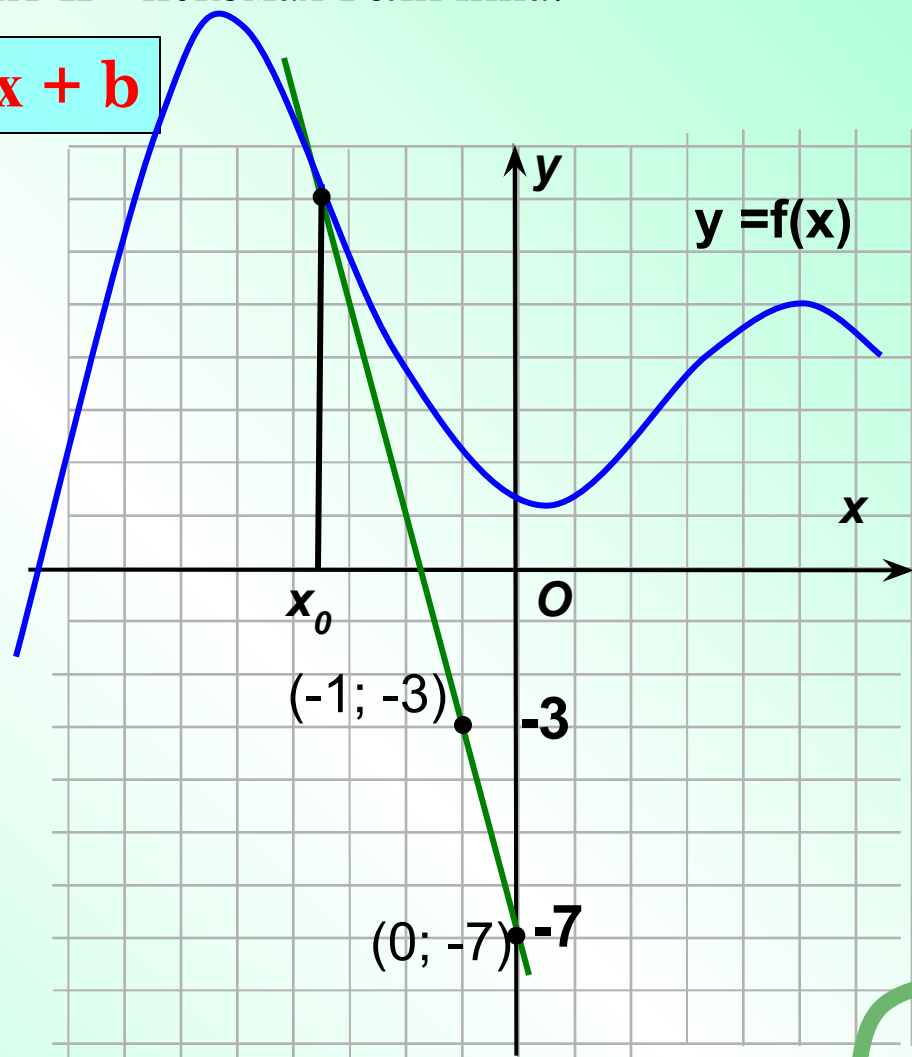
$$y = kx + b$$

Подставим координаты удобных точек в уравнение прямой.

$$\begin{cases} -7 = b. & \text{---} \\ -3 = -1k + b. \end{cases}$$

$$-4 = k$$

$$k = -4$$



**Самостоятельная работа
по материалам КИМов ЕГЭ**

Вывод уравнения касательной

- Дана функция $y=f(x)$ непрерывная и дифференцируемая в точке $(x_0; f(x_0))$.
- Составим уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$.
- Уравнение прямой (касательной) имеет вид: $y=kx+b$ (1), где k – угловой коэффициент прямой (касательной).
- По геометрическому смыслу производной: $k_{кас} = f'(x_0)$, где x_0 – абсцисса точки касания.

Вывод уравнения касательной

- Подставим в уравнение $y=kx+b$ (1) вместо k выражение $k_{\text{кас}} = f'(x_0)$.
- Получим: $y = f'(x_0) \cdot x + b$ (2).
- Точка с координатами $(x_0; f(x_0))$ принадлежит касательной, значит её координаты удовлетворяют уравнению касательной, то есть уравнению (2).
- Следовательно уравнение касательной (2) принимает вид: $f(x_0) = f'(x_0) \cdot x_0 + b$ (3).

Вывод уравнения касательной

- Выразим из уравнения (3) коэффициент b .
- Получим: $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$. Подставим это значение во (2) уравнение.
- Тогда $y = f'(x_0) \cdot x + f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$.
- После преобразования уравнение принимает вид: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$.
- Это и есть **уравнение касательной** к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$.

Уравнение касательной

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

угловой коэффициент касательной
(значение производной в точке x_0 , тангенс
угла наклона касательной к оси абсцисс)

ордината точки касания
значение функции $y=f(x)$ в
точке x_0)

абсцисса точки касания

Алгоритм составления уравнения касательной

1. Запишите уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $(x_0, f(x_0))$ абсциссой x_0 в общем виде. X_0
2. Найдите производную функции $y=f(x)$
3. Вычислите значение производной $y_0 = f'(x_0)$
4. Вычислите значение функции в точке x_0 X_0
 $y_0 = f(x_0)$
5. Подставьте найденные значения в уравнение касательной

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0 .

$$y=\ln^2 x, x_0=e.$$

$$y=f'(x_0) \cdot (x-x_0) + f(x_0)$$

$$f(x_0)=f(e)=\ln^2 e=1$$

$$f'(x)=2\ln x \cdot x^{-1}$$

$$f'(x_0)=f'(e)=2\ln e \cdot e^{-1} = 2e^{-1}$$

Подставим в уравнение касательной:

$$y=2e^{-1} \cdot (x-e) + 1$$

$$y=2e^{-1} \cdot x - 1$$

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке графика с ординатой y_0 .

$$y = \frac{3-x}{x+1}, \quad y_0=1. \quad y = f'(x_0) \cdot (x-x_0) + f(x_0)$$

$$y = \frac{3-x_0}{x_0+1} = 1 \Rightarrow x_0 = 1$$

$$f'(x) = \frac{-4}{(x+1)^2}$$

$$f'(x_0) = f'(1) = 1$$

Подставим в уравнение касательной:

$$y = -1 \cdot (x-1) + 1$$

$$y = -x + 2$$

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$, образующей с осью Ox угол α .

$$y = \frac{x-3}{x-2}, \alpha = 45^\circ \quad y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 45^\circ = 1 = f'(x_0)$$

$$\frac{1}{(x_0 - 1)^2} = 1 \Rightarrow x_0 = 1; 3$$

Подставим в уравнение касательной и получим:

$$y = x - 3, \quad y = x + 1$$

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$, параллельной прямой $y=kx+b$.

$$y = e^{2x-1}, y=2x+7$$

$$f'(x) = 2e^{2x-1}$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$k_{\text{кас}} = 2 = f'(x_0)$$

$$2e^{2x-1} = 2,$$

$$\text{то есть } x_0 = 0,5$$

Подставим в уравнение касательной и получим:

$$y = 2x$$

Решаем в классе:

№ 860 (чет.)

*В презентации использованы материалы сайта
<http://le-savchen.ucoz.ru>*