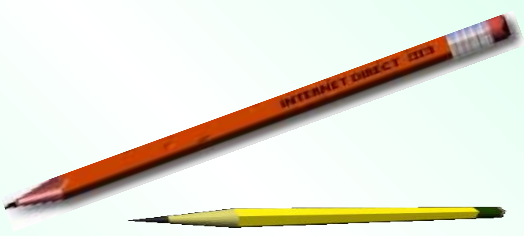
Тема урока:

Геометрический смысл производной.



Домашнее задание:

№859(5,6), 860(2,4,6,8)

Геометрический смысл производной

$$k=f'(x_0)=tg\alpha$$

угловой коэффициент касательной

значение производной в точке x_0

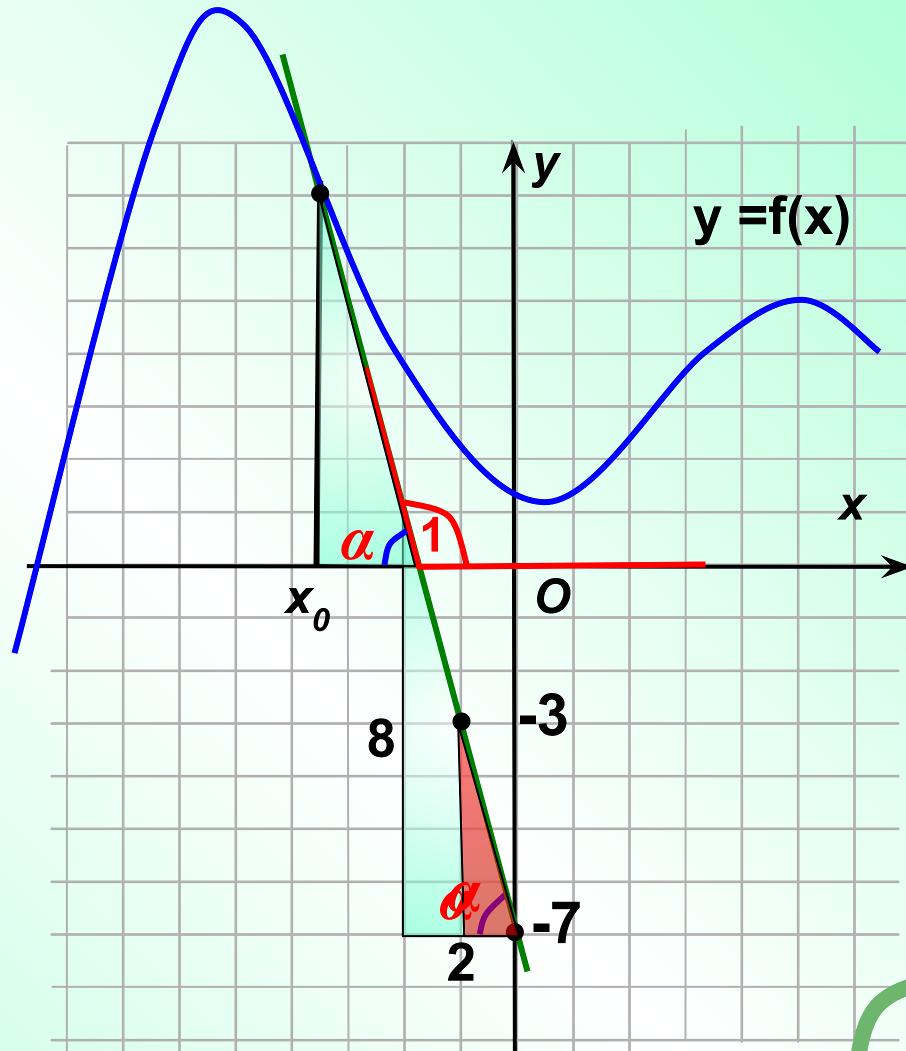
тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси ОХ

На рисунке изображены график функции y =f(x) и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции y =f(x) в точке x_0.

$$tg\alpha = \frac{8}{2}$$

Еще удобный треугольник…

3). Найдем тангенс угла – α это отношение 4:1. Тангенс тупого, смежного угла равен – 4.



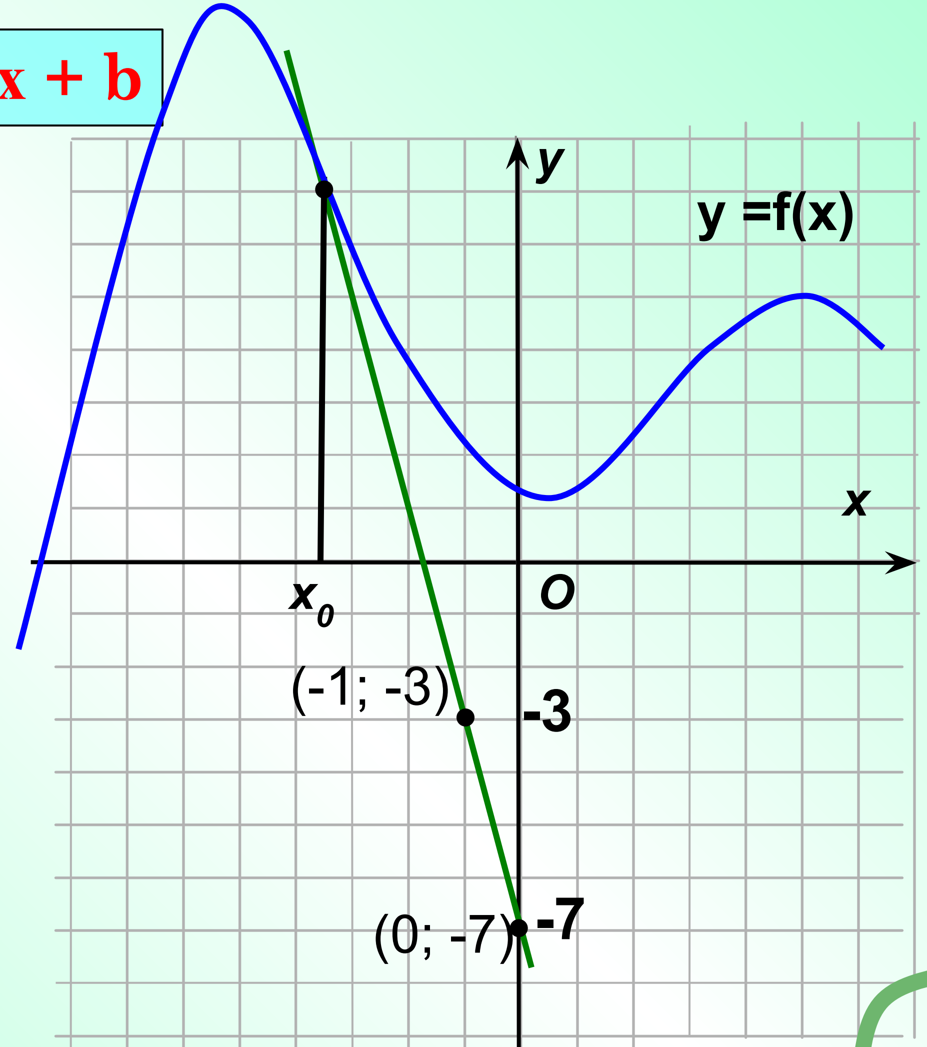
2 способ

В данных заданиях всегда есть удобные точки. Этим можно воспользоваться.

Решение: Уравнение прямой $y = kx + b$.

В этом уравнении угловой коэффициент **k** - искомая величина.

$f'(x_o)=k$ $k=tg\alpha$ $\boxed{y = kx + b}$



Подставим координаты удобных точек в уравнение прямой.

$$\begin{cases} -7 = b. \\ -3 = -1k + b. \end{cases}$$

$-$

$$-4 = k$$

$$k = -4$$

Самостоятельная работа по материалам КИМов ЕГЭ

Вывод уравнения касательной

- Дана функция $y=f(x)$ непрерывная и дифференцируемая в точке $(x_0; f(x_0))$.
- Составим уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$.
- Уравнение прямой (касательной) имеет вид: $y=kx+b$ (1), где k – угловой коэффициент прямой (касательной).
- По геометрическому смыслу производной: $k_{кас} = f'(x_0)$, где x_0 – абсцисса точки касания.

Вывод уравнения касательной

- **Подставим в уравнение $y=kx+b$ (1) вместо k выражение $k_{кас}=f'(x_0)$.**
- **Получим: $y=f'(x_0)\cdot x+b$ (2).**
- **Точка с координатами $(x_0; f(x_0))$ принадлежит касательной, значит её координаты удовлетворяют уравнению касательной, то есть уравнению (2).**
- **Следовательно уравнение касательной (2) принимает вид: $f(x_0)=f'(x_0)\cdot x_0+b$ (3).**

Вывод уравнения касательной

- Выразим из уравнения (3) коэффициент b.
- Получим: $b = f(x_0) - f'(x_0)\cdot x_0$. Подставим это значение во (2) уравнение.
- Тогда $y = f'(x_0)\cdot x + f(x_0) - f'(x_0)\cdot x_0$.
- После преобразования уравнение принимает вид: $y = f'(x_0)\cdot(x - x_0) + f(x_0)$.
- Это и есть уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке

  $(x_0; f(x_0))$.

Уравнение касательной

$$y = f'(x_0)\cdot(x - x_0) + f(x_0)$$

угловой коэффицие касательной (значение производной в точке x_0, танген угла наклона касательной к оси абсцисс

рдината точки касания начение функции $y=f(x)$ в очке x_0)

абсцисса точки касания

Алгоритм составления уравнения касательной

1. Запишите уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 в общем виде.
2. Найдите производную функции $y=f(x)$
3. Вычислите значение производной $y_0=f'(x_0)$
4. Вычислите значение функции в точке x_0 $y_0=f(x_0)$
5. Подставьте найденные значения в уравнение касательной

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке x_0.

$$y=\ln^2 x,\ x_0=e.$$

$$y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$$

$$f(x_0)=f(e)=\ln^2 e=1$$

$$f'(x)=2\ln x\cdot x^{-1}$$

$$f'(x_0)=f'(e)=2\ln e\cdot e^{-1}==2e^{-1}$$

Подставим в уравнение касательной:

$$y=2e^{-1}\cdot(x-e)+1$$

$$y=2e^{-1}\cdot x-1$$

Составить уравнение касательной к графику функции y=f(x) в точке графика с ординатой y_0.

$$y=\frac{3-x}{x+1},\quad y_0=1.\qquad y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$$

$$y=\frac{3-x_0}{x_0+1}=1\Rightarrow x_0=1$$

$$f'(x)=\frac{-4}{(x+1)^2}$$

$$f'(x_0)=f'(1)=1$$

Подставим в уравнение касательной:

$$y=-1\cdot(x-1)+1$$

$$y=-x+2$$

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$, образующей с осью Ох угол α.

$$y=\frac{x-3}{x-2},\ \alpha=45^{\circ} \qquad y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+f(x_0)$$

$$f'(x)=\frac{1}{(x-1)^2}$$

$$tg\alpha=tg45^{\circ}=1=f'(x_0)$$

$$\frac{1}{(x_0-1)^2}=1 \Rightarrow x_0=1;3$$

Подставим в уравнение касательной и получим:

$y=x-3,\ y=x+1$

Составить уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$, параллельной прямой $y=kx+b$.

$$y = e^{2x-1},\ y=2x+7$$

$f'(x)=2e^{2x-1}$

$y= f'(x_0)\cdot(x- x_0)+ f(x_0)$

$k_{кас}=2= f'(x_0)$

$2e^{2x-1} =2,$

то есть $x_0=0,5$

Подставим в уравнение касательной и получим:

$y= 2x$

Решаем в классе:

№ 860(чет.)

В презентации использованы материалы сайта http://le-savchen.ucoz.ru