

Задачи на движение по реке. Математические модели

Задачи на движение обычно содержат следующие величины:

- t – время,
- v – скорость,
- S – расстояние.

Уравнения, связывающие эти три величины:

$$S = vt$$

$$t = \frac{S}{v}$$

$$v = \frac{S}{t}$$

Устно.

Собственная скорость катера 21,6 км/ч, а скорость течения 4,7 км/ч.
Найдите скорость катера по течению и против течения.

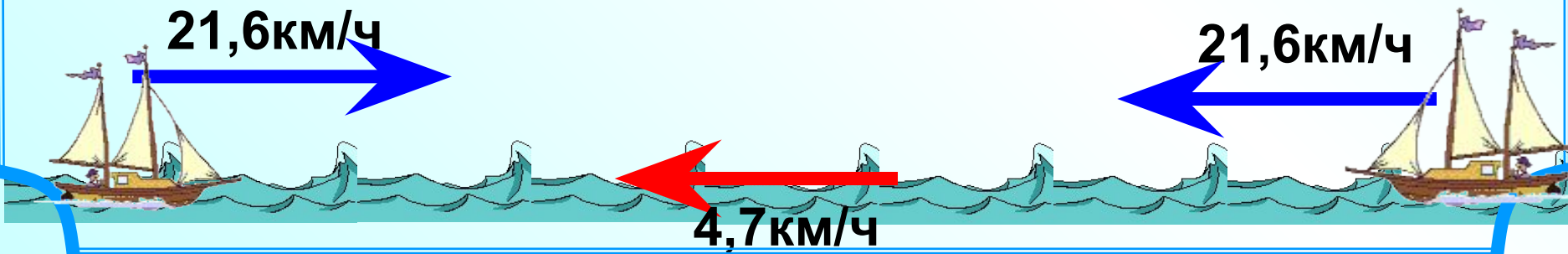
Против течения

По течению

21,6 км/ч

21,6 км/ч

4,7 км/ч



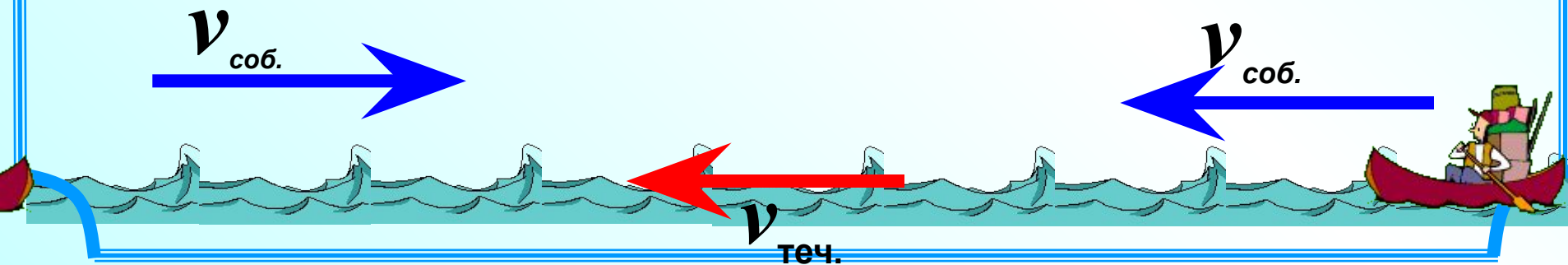

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{соб}} + v_{\text{теч}}$$

$$v_{\text{пр теч}} = v_{\text{соб}} - v_{\text{теч}}$$

Против течения



По течению



В диафильме «Дюймовочка» есть такой кадр. Лист кувшинки поплыл по течению и жаба никак не могла догнать Дюймовочку.

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{соб}} + v_{\text{теч}}$$



Объяснить физическую несостоятельность этой ситуации.

1. На путь по течению реки катер затратил 3ч, а на обратный путь 4,5 ч. *Это условие поможет ввести x ...* Какова скорость течения реки, если скорость катера относительно воды 25 км/ч?

1^й способ Пусть $v_{\text{теч}} = x$

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения

Чтобы найти расстояние надо скорость умножить на время

$$S = vt$$

	v , км/ч	t , ч	S , км
По. теч.	$25+x$ <small>справка</small>	3	$3(25+x)$ <small>справка</small>
Пр. теч.	$25-x$ <small>справка</small>	4,5	$4,5(25-x)$ <small>справка</small>

Чтобы найти расстояние надо скорость умножить на время

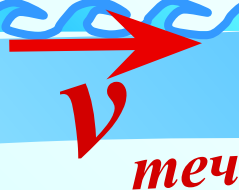
$$S = vt$$

=

Составь и реши уравнение самостоятельно

Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения

$$v_{\text{соб}} = 25 \text{ км/ч}$$




2^й способ

Решим задачу с помощью пропорции.

v , км/ч	t , ч
$25+x$	3
$25-x$	4,5

↑

↓

При **увеличении скорости** движения пропорционально **уменьшится время**, а это **обратно пропорциональная зависимость**. 

Составим пропорцию для обратно пропорциональной зависимости:

$$\frac{25 + x}{25 - x} = \frac{4,5}{3}$$

2. Моторная лодка прошла 18 км по течению и 14 км против течения, затратив на весь путь 3 ч 15 мин. **Это условие поможет ввести x ...** Найдите скорость течения, если собственная скорость лодки 10 км/ч.

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

$$t = \frac{S}{v}$$

	v , км/ч	S , км	t , ч
По. теч.	$10+x$ <i>справка</i>	18	$\frac{18}{10+x}$ <i>справка</i>
Пр. теч.	$10-x$ <i>справка</i>	14	$\frac{14}{10-x}$

$$3 \frac{15}{60} \text{ ч}$$

$$\frac{1}{4} \text{ ч}$$

Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения

Составь и реши уравнение самостоятельно



3. Катер прошел 75 км по течению и столько же против течения. На весь путь он затратил в 2 раза больше времени, чем ему понадобилось бы, чтобы пройти 80 км в стоячей воде. Какова скорость катера в

Это условие поможет ввести x ...

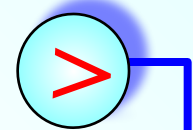
время равна 5 км/ч?

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость $t = \frac{S}{v}$

	v , км/ч	S , км	t , ч
По. теч.	$x+5$ <small>справка</small>	75	$\frac{75}{x+5}$ <small>справка</small>
Пр. теч.	$x-5$ <small>справка</small>	75	$\frac{75}{x-5}$
По озеру		80	$\frac{80}{x}$

в 2 раза



Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения

В стоячей воде нет течения, скорость лодки равна $v_{\text{соб.}}$

$$\frac{75}{x+5} + \frac{75}{x-5} = \frac{80}{x} \cdot 2$$

Реши уравнение самостоятельно

4. Катер проплыл 15 км вниз по течению реки за 1 ч и вернулся на ту же пристань, потратив на обратный путь 1,5 ч. Найти скорость катера относительно воды и скорость течения воды. **Вопрос задачи поможет нам ввести x и y**

Пусть $v_{\text{соб.}} = x$, $v_{\text{теч.}} = y$

Чтобы найти скорость надо расстояние разделить на

время

$$v = \frac{S}{t}$$



	S км	t , ч	v , км/ч
По теч.	15	1	15
			10

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения

справка



$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x = 25 \\ y = \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12,5 \\ y = 2,5 \end{cases}$$

Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения



Ответ: собственная скорость катера 12,5 км/ч, скорость течения 2,5 км/ч.

* 5. Катер затрачивает на путь от А до В по течению реки a ч, а на обратный путь b часов. Сколько часов будут плыть от А до В плоты? Предполагается, что собственная скорость катера на всем пути от А до В и от В до А постоянна.

Пусть $v_{\text{соб.}} = x$,

Чтобы найти расстояние надо скорость умножить на время

$$S = vt$$

	v , км/ч	t , ч
По. теч.	$x+y$	
Пр. теч.	$x-y$	

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

$$t = \frac{S}{v}$$

$$a(x+y) = b(x-y)$$

$$ax + ay = bx - by$$

$$ay + by = bx - ax$$

$$y(a+b) = x(b-a)$$

$$y(b-a)$$

части на $y(b-a)$

$$\frac{a+b}{b-a}$$

Ответим на вопрос задачи

Расстояние, например,

разделим на скорость плотов (это скорость течения y)

Разделим каждое слагаемое на y

Вынесем за скобки a

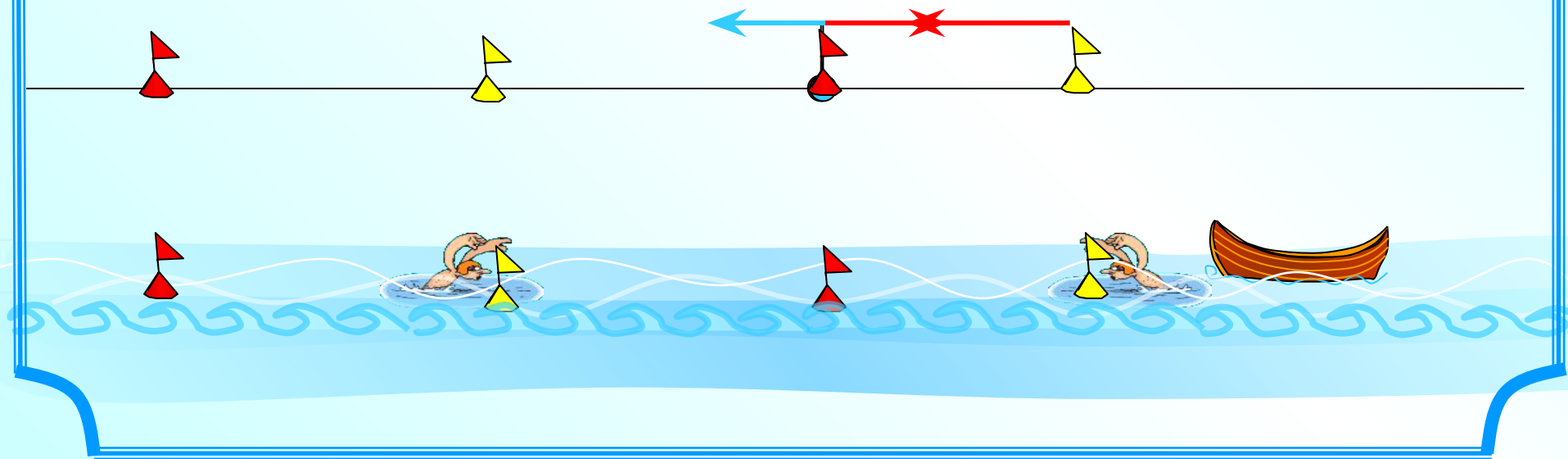
$$\frac{ax+ay}{y} = \frac{ax}{y} + \frac{ay}{y} = a \frac{x}{y} + a = a \left(\frac{x}{y} + 1 \right) = a \left(\frac{x}{y} + 1 \right)$$

$$= a \left(\frac{a+b+b-a}{b-a} \right) = a \left(\frac{2b}{b-a} \right) = \frac{2ab}{b-a}$$

Упростим в выражении в скобках

* 6. Пловец плывет против течения реки и встречает плывущую по течению реки пустую лодку. Продолжая плыть против течения еще t минут после момента встречи, он затем поворачивает назад и догоняет лодку в S метрах от места встречи. Найти скорость течения реки.

Просмотрев сюжет задачи, мы видим, что вид движения менялся. Это было движение в противоположных направлениях, а на последнем этапе – вдогонку. Поэтому нам необходимо рассмотреть несколько схем.



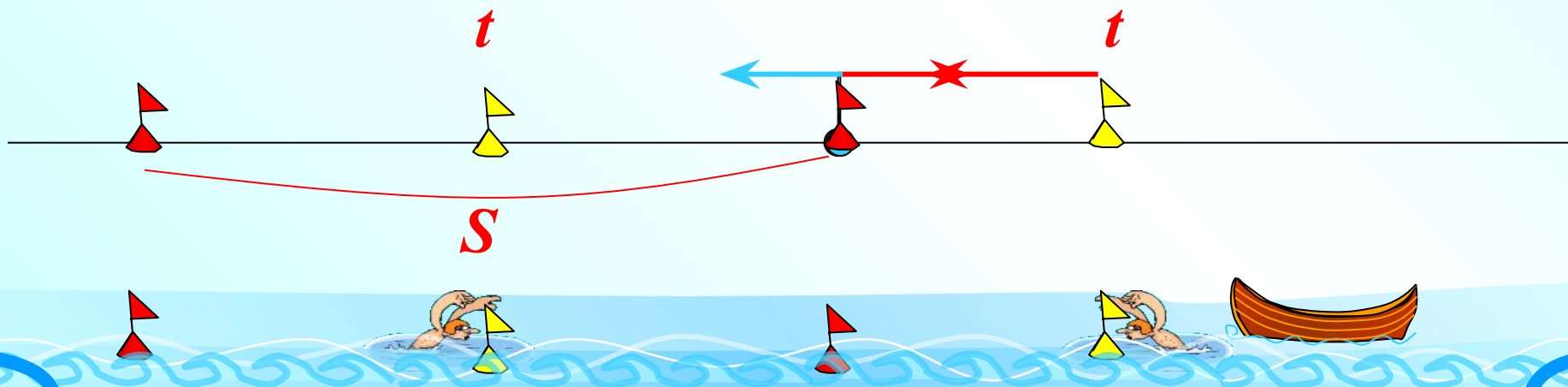
* 6. Пловец плывет против течения реки и встречает плывущую по течению реки пустую лодку. Продолжая плыть против течения еще t минут после момента встречи, он затем поворачивает назад и догоняет лодку в S метрах от места встречи. Найти скорость течения реки.

Пусть $v_{\text{теч.}} = x$ – это также и скорость пустой лодки

$v_{\text{соб.}} = y$ – это собственная скорость пловца

$v_{\text{пр. теч.}} = y - x$ – это скорость пловца против течения

$v_{\text{по. теч.}} = y + x$ – это скорость пловца по течению



* 6. Пловец плывет по течению реки. Пустив на течение реки лодку, t минут после момента встречи, он затем поворачивает и догоняет лодку в S метрах от места встречи реки.

$v_{\text{теч.}} = x$

$v_{\text{соб.}} = y$

$v_{\text{пр. теч.}} = y - x$

$v_{\text{по. теч.}} = y + x$

проплыла лодка: скорость лодки x на время t

Найдем расстояние, которое проплыл пловец скоростью пловца $y-x$ на время t

1) tx проплывет лодка

2) $t(y-x)$ проплывет пловец

3) $t(y-x) + tx$ проплывет лодка до встречи

4) $(y+x)t$ проплывет пловец до встречи

5) $ty : y = t$ — время до встречи

6) tx проплывет лодка до встречи

7) $S = 2tx$, тогда

Найдем скорость вдогонку: из большей скорости вычтем меньшую ...

Чтобы найти время 2-й встречи надо расстояние ty разделить на скорость вдогонку y

Скорость x на время t — расстояние S

Найдем расстояние, которое проплывет лодка до второй встречи

Далее вид движения меняется. Теперь это движение вдогонку.

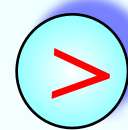


7. От пристани по течению реки отправился плот. Через 5 ч 20 мин вслед за плотом той же пристани отправилась моторная лодка, которая догнала плот, пройдя 20 км. Какова скорость плота, если известно, что скорость моторной лодки больше скорости плота на 12 км/ч?


Это условие поможет ввести x ...

	v , км/ч	S , км	t , ч
плот	x	20	$\frac{20}{x}$
Мот. лодка	$x + 12$	20	$\frac{20}{x+12}$

На 5 ч 20 мин



Составьте и решите уравнение самостоятельно

На путь в 20 км плот затратил на 5ч 20мин больше времени, чем катер, т.к. отправился в путь раньше... 

5ч 20мин



20 км

