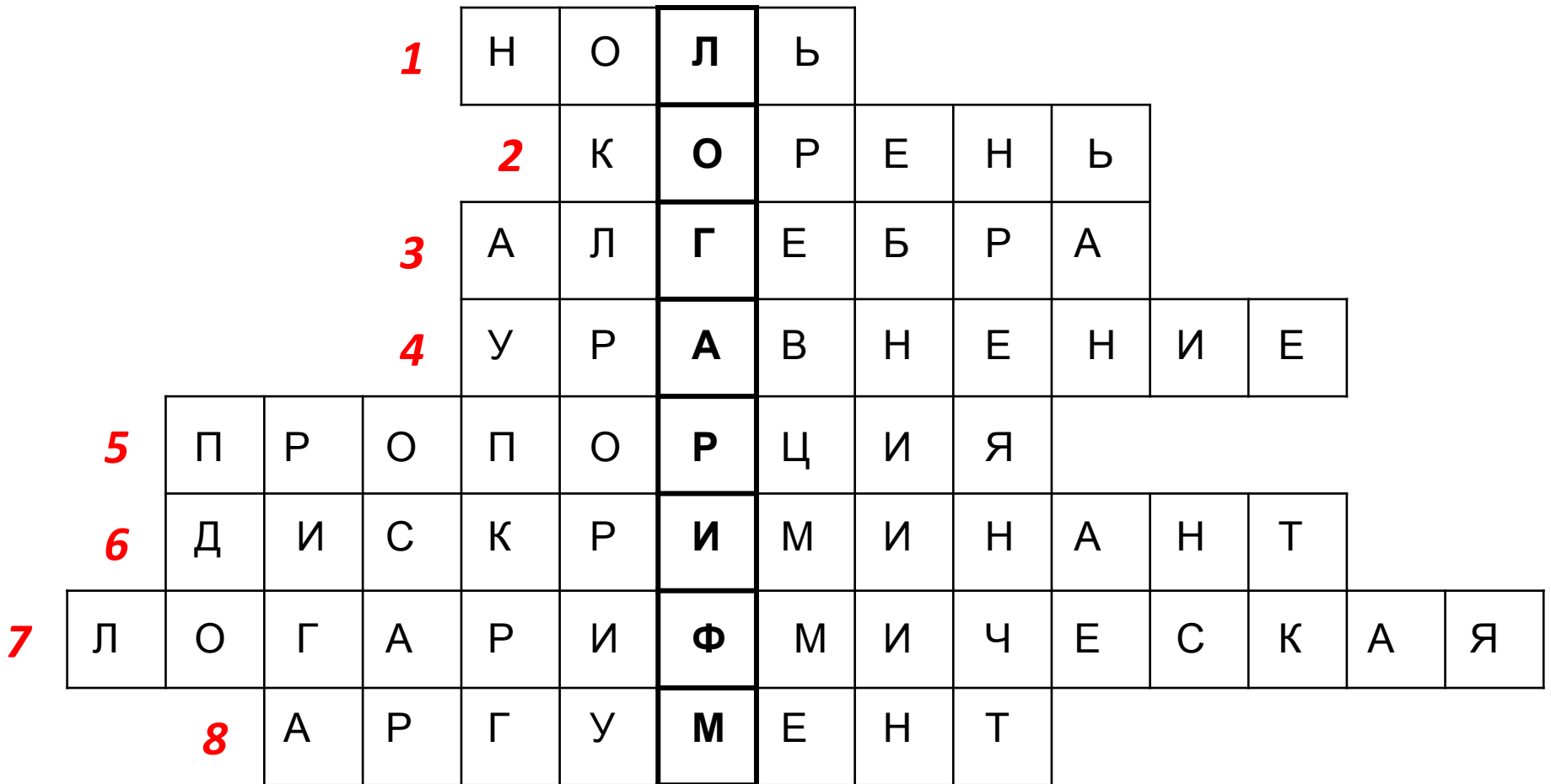


# Кроссворд



# Логарифмы

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

Открытый урок подготовила и  
провела учитель математики  
Жаксаликова Э.А.

***“Математику нельзя изучать,  
наблюдая, как это делает  
сосед.”***

**Ларри Нивен**

# Определение логарифма

Логарифмом числа  **$b$**  по основанию  **$a$**  называется показатель степени, в которую нужно возвести основание  **$a$** , чтобы получить  **$b$**  (где  **$b > 0$** ,  **$a > 0$** ,  **$a \neq 1$** ).

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

# Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 10000 = 4$$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg 0,01 = -2$$

$$\lg 0,001 = -3$$

$$\lg 0,0001 = -4$$

# Натуральные

- Если основание логарифма  $e$ , то логарифм называется натуральным:

$$\log_e b = \ln b, \quad e \approx 2,7$$

# Вычислите устно:

$\log_{\frac{1}{2}} 4 =$	$-2$	$\log_7 7 =$	$1$	$\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} =$	$-\frac{1}{2}$
$\log_2 16 =$	$4$	$\log_8 0,125 =$	$-1$	$\log_{0,5} 2 =$	$-1$
$\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} =$	$3$	$\log_3 81\sqrt{3} =$	$4,5$	$\lg 100 =$	$2$
$\log_7 \frac{1}{49} =$	$-2$	$\ln e =$	$1$	$\ln e^3 =$	$3$

# Основное логарифмическое

**ТОЖДЕСТВО**  
 $a_{\log_a b} = b$

$3^{\log_3 18} = 18$	$8^{\log_2 5} = 125$	$0,3^{2\log_{0,3} 5} = 25$
$10^{3-\log_{10} 5} = 200$	$3^{1-2\log_3 5} = 0,12$	$10^{1-\lg 4} = 2,5$
$10^{\lg 2} = 2$	$5^{2+\log_5 2} = 50$	$9^{2\log_3 5} = 625$

# Свойства логарифмов

$$\log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c \quad \log_a a^c = c$$

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b \quad \log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a b = \log_{a^r} b^r \log_a b = \log_{a^r} b^r$$

$$\log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z}) \quad \log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z})$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$



# ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ «КОМЕДИЯ 2>3»

*В чём ошибка этого доказательства?*

$$1/4 > 1/8$$

$$(1/2)^2 > (1/2)^3$$

$$\lg(1/2)^2 > \lg(1/2)^3$$

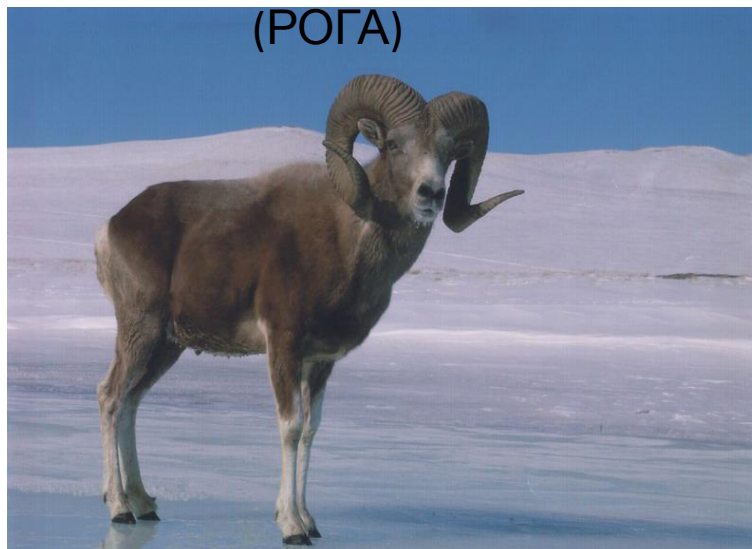
$$2\lg 1/2 > 3\lg 1/2$$

$$2 > 3$$

Ошибка была допущена при сокращении на  $\lg 1/2$ , так как  $\lg 1/2 < 0$ , то при сокращении на  $\lg 1/2$  необходимо было изменить знак неравенства, т.е.  $2 < 3$ .

(Если бы мы логарифмировали не по основанию **10**, а по другому положительному меньшему, чем **1**, то и тогда мы не имели бы права утверждать, что большему числу соответствует больший логарифм.)

АРХАР  
(РОГА)

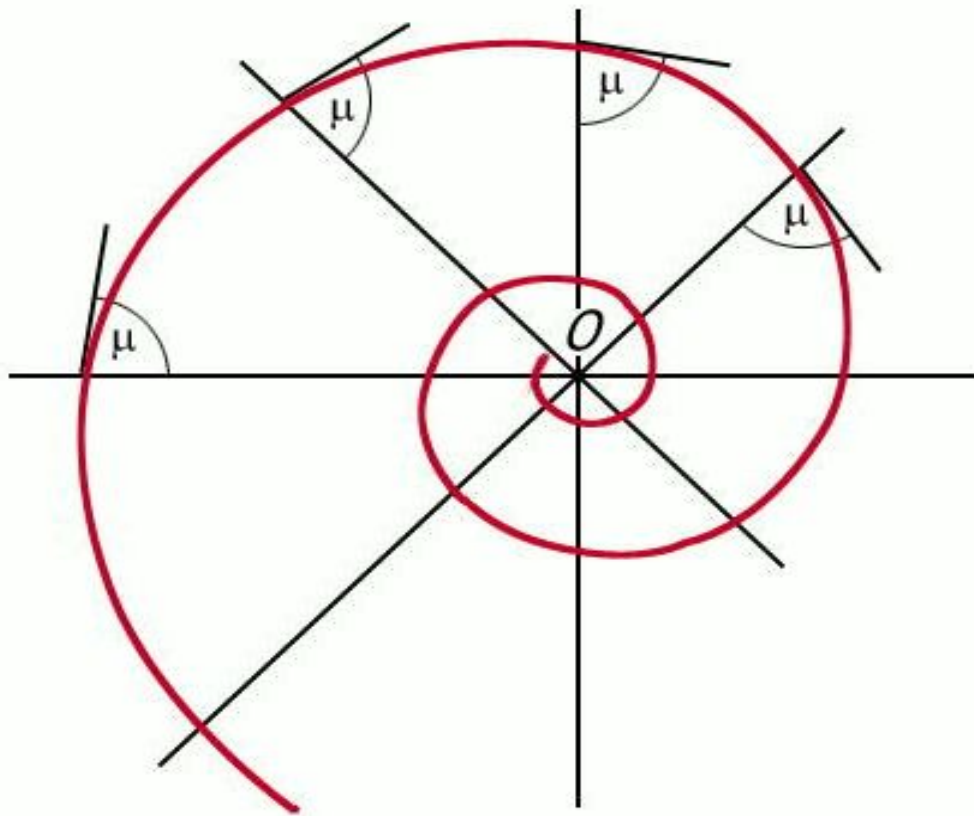


ПОДСОЛН  
УХ



РАКУШКА

# Логарифмическая спираль



Логарифмическая спираль.

Уравнение этой спирали

$$r = ae^{k\varphi},$$

где  $r$  - расстояние от произвольной точки  $M$  на спирали до выбранной точки  $O$ ,  $\varphi$  - угол между лучом  $OM$  и выбранным лучом  $Ox$ ,  $a$  и  $k$  — постоянные. Решая его, получим

$$\ln e^{k\varphi} = \ln \frac{r}{a}, k\varphi = \ln \frac{r}{a}, \varphi = \frac{1}{k} \ln \frac{r}{a}.$$

Так как это уравнение связано с логарифмической функцией, то вычисленную по этой формуле спираль называют логарифмической.

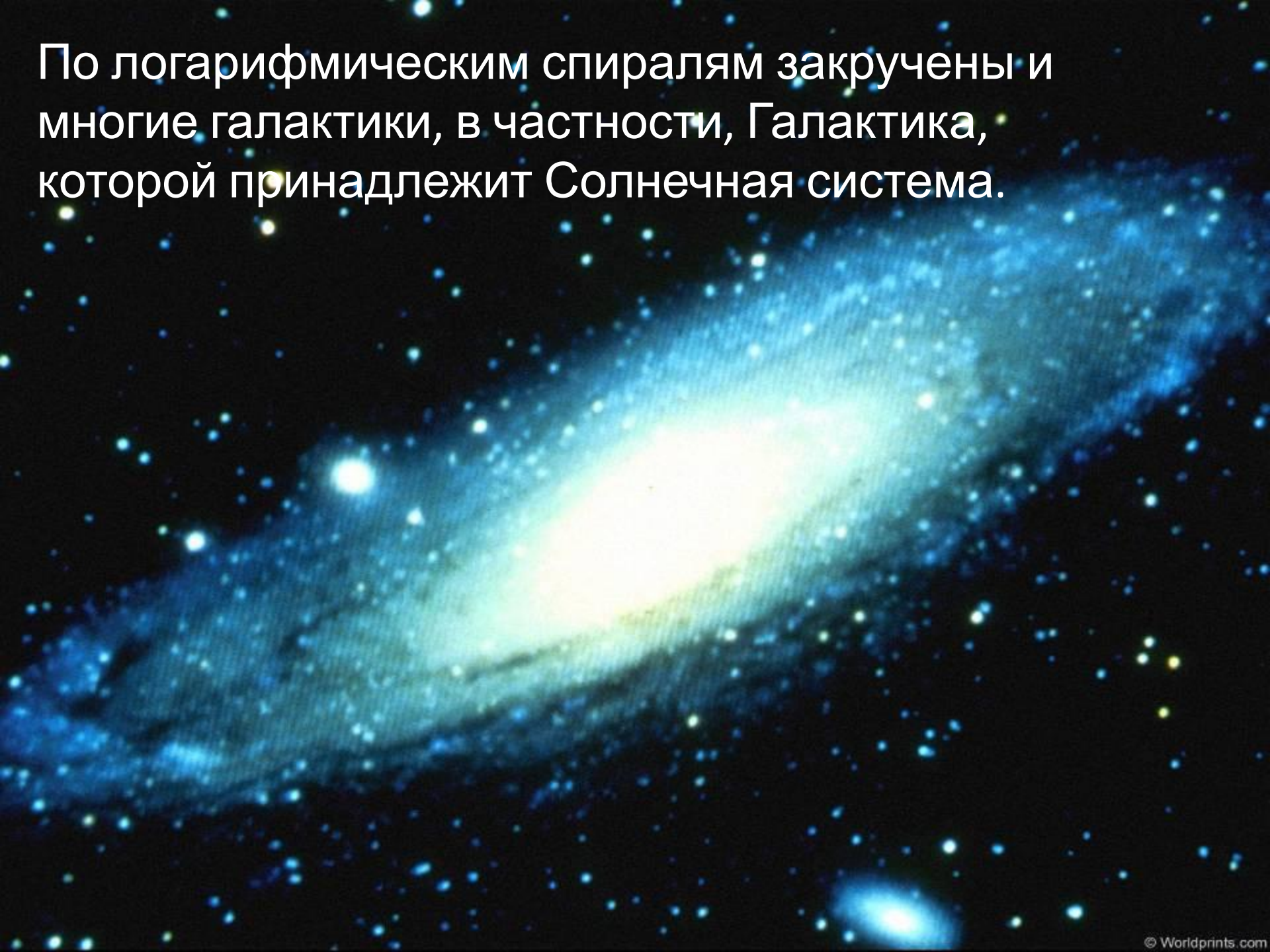


**Один из наиболее распространённых пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали**



**По логарифмической спирали  
формируется и тело циклона**

По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в частности, Галактика, которой принадлежит Солнечная система.



# Логарифмы в музыке



А.А. Эйхенвальд

*«... Даже изящные искусства питаются ею  
Разве музыкальная гамма не есть -  
Набор передовых логарифмов?»*

Из «Оды экспоненте»



# Логарифмические уравнения

Логарифмическими уравнениями называют уравнения вида:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),$$

(где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ), и уравнения, сводящиеся к этому виду.





## Этапы решения уравнения

- *Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной*
- *Решить уравнение, выбрав метод решения*
- *Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение или выяснить, удовлетворяют ли они условиям ОДЗ*

# Логарифмирование алгебраических выражений

- Если число  $x$  представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.

(на основании свойств логарифмов)

# Прологарифмировать алгебраическое

## выражение:

- Пример:

$$x = \frac{a * e^3}{c^2}$$

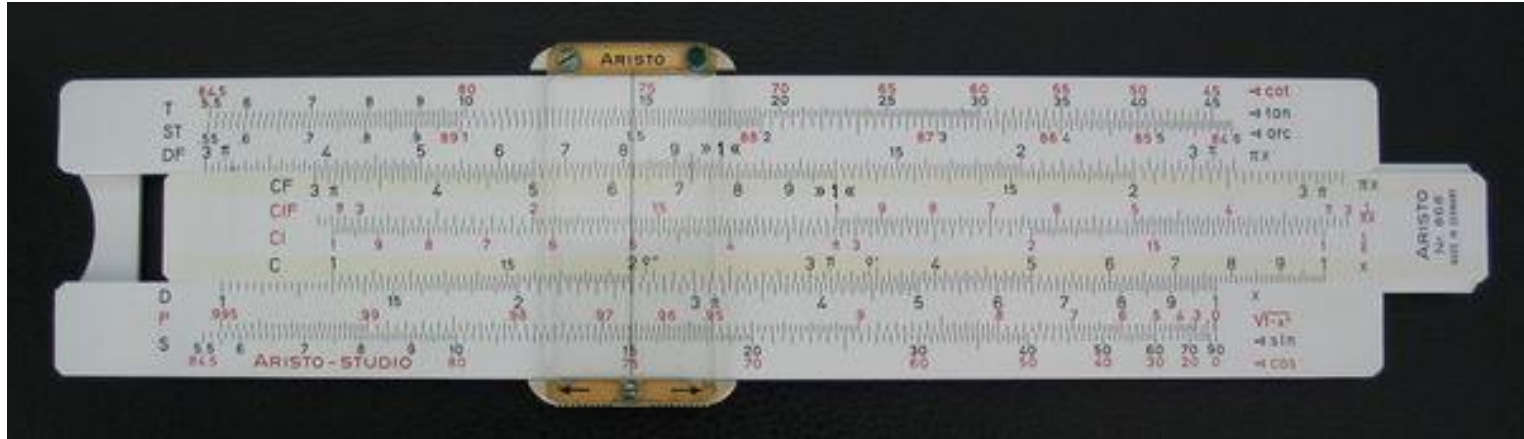
$$\lg x = \lg\left(\frac{a * e^3}{c^2}\right)$$

$$\lg x = \lg(a * e^3) - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + \lg e^3 - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + 3 \lg e - 2 \lg c$$

# Логарифмическая линейка



В **1614** году шотландский математик **Джон Непер** изобрел таблицы логарифмов.

Принцип их заключался в том, что каждому числу соответствует свое специальное число - логарифм.

Логарифмы очень упрощают деление и умножение.

Например, для умножения двух чисел складывают их логарифмы, результат находят в таблице логарифмов.

В дальнейшем им была изобретена логарифмическая линейка, которой пользовались до 70-х годов XX-го века.

# Потенцирование логарифмических выражений

- Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется *потенцированием*, то есть, выполнение действия, обратного логарифмированию

# Перейти к алгебраическому выражению

$$\lg x = \lg a + 2 \lg b - \lg c$$

$$\lg x = \lg a + \lg b^2 - \lg c$$

$$\lg x = \lg(a b^{*2}) - \lg c$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a^{*2}}{c}\right)$$

$$x = \frac{a^{*2}}{c}$$

# Найдите значение выражения

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1 \quad \times$$

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25 = \log_5 7 \cdot \log_7 5^2 = 2 \overbrace{\log_5 7 \cdot \log_7 5}^1 = ?$$

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8} = \frac{\log_9 8}{\log_{9^2} 8} = \frac{\cancel{\log_9 8}}{\frac{1}{2} \cancel{\log_9 8}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

# Найдите значение выражения

$$\overbrace{\log_4 5 \cdot \log_5 6}^{\log_4 6} \cdot \overbrace{\log_6 7 \cdot \log_7 8}^{\log_6 8} = \overbrace{\log_4 6 \cdot \log_6 8}^{\log_4 8} = 4 \quad = ?$$

$$\log_{1,25} 7 \cdot \log_7 0,8 = \log_{\frac{5}{4}} 7 \cdot \log_7 \frac{4}{5} = ?$$

$$\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$$



# Найдите значение

## выражения

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$



$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$



$$\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}} = 6^{\log_{12} 432} : 6^{\log_{12} 3} = 6^{\log_{12} 432 - \log_{12} 3}$$

$$= 6^{\log_{12} (432:3)} = 6^{\log_{12} 144} = 6^{\log_{12} 12^2} = 6^{2 \log_{12} 12} = 6^2$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$



# Вычислите:

$\log_3 27 =$ <input type="text" value="3"/> <input type="text" value="ж"/>	$\log_{64} 8 =$ <input type="text" value="1/2"/> <input type="text" value="у"/>
$\lg 10 =$ <input type="text" value="1"/> <input type="text" value="е"/>	$\log_{0,5} 16 =$ <input type="text" value="-4"/> <input type="text" value="д"/>
$\log_{0,4} 1 =$ <input type="text" value="0"/> <input type="text" value="л"/>	$\log_6 12 + \log_6 3 =$ <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="а"/>
$\log_{0,3} 0,09 =$ <input type="text" value="2"/> <input type="text" value="а"/>	$\lg 4 - \lg 40 =$ <input type="text" value="-1"/> <input type="text" value="ч"/>
$\log_5 \frac{1}{25} =$ <input type="text" value="-2"/> <input type="text" value="ю"/>	$3^{2\log_3 5} =$ <input type="text" value="25"/> <input type="text" value="и"/>

<b>-2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>1/2</b>	<b>-4</b>	<b>-1</b>	<b>25</b>	<b>2</b>
<b>Ю</b>	<b>Л</b>	<b>Е</b>	<b>Ж</b>	<b>У</b>	<b>Д</b>	<b>Ч</b>	<b>И</b>	<b>А</b>